

Kircher

# Physik für das Berufskolleg

nichttechnische Richtungen

*Ergänzungsband:*

*Elektrizität und Magnetismus*



# Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Der Verfasser:

**Dr. Jens Kircher**

Fast alle in diesem Buch erwähnten Hard- und Softwarebezeichnungen sind eingetragene Warenzeichen.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

\* \* \* \* \*

Die in diesem Buch zitierten Internetseiten wurden vor der Veröffentlichung auf rechtswidrige Inhalte untersucht. Rechtswidrige Inhalte wurden nicht gefunden.

Stand: Oktober 2012

Für Schäden durch im Buch genannte Softwareinstallationen wird nicht gehaftet.

1. Auflage 2012

© 2011 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:

MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: [info@merkur-verlag.de](mailto:info@merkur-verlag.de)

[lehrer-service@merkur-verlag.de](mailto:lehrer-service@merkur-verlag.de)

Internet: [www.merkur-verlag.de](http://www.merkur-verlag.de)

ISBN 978-3-8120-0350-6

Im Folgenden befassen wir uns mit den Folgen der Coulomb-Wechselwirkung. So oft wie möglich werden wir Brücken zur Mechanik aus dem letzten Kapitel schlagen.

## 1.1.2 Geladene und ungeladene Teilchen – ein Ausflug in die Mikrowelt

„Ladung“ ist einfach eine Körpereigenschaft wie „Masse“. Schön wäre es, eine Tabelle zu besitzen, welcher Körper welche Masse und welche Ladung hat. Wenn wir eine solche Tabelle für die Objekte des täglichen Lebens erstellen wollten, so wäre das eine ungeheure Aufgabe. Schauen Sie sich um: Alleine für die Kategorie „Mensch“ brauchen Sie viele Zeilen, weil jeder über eine andere Masse verfügt. Und wie manch einer aus eigener Erfahrung kennt, verändert sich das Gewicht ständig, sodass Sie jeden Morgen eine neue Tabelle anfertigen müssten!

Da ist es doch tröstlich, dass alles – wenn man genauer hinschaut – aus einer Handvoll kleiner (und immer gleicher) Teilchen besteht, die man gut in eine Tabelle fassen kann.<sup>1</sup>

Teilchen	Ladung	Masse	Bemerkungen
<b>Elektron</b>	$-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	
<b>Proton</b>	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
<b>Neutron</b>	$0 \text{ C}$	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
<b>Positron</b>	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	
<b>Wasserstoffatom</b>	$0 \text{ C}$	$1,674 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
<b>Wasserstoffmolekül</b>	$0 \text{ C}$	$3,348 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
<b>Natrium-Ion</b>	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$3,818 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$	

Tab. 1.1: Masse und Ladung einiger Teilchen

Die wichtigsten dieser Teilchen<sup>2</sup> sind:<sup>3</sup>

- **Elektronen** haben eine Ladung von  $-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und eine Masse von  $9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .
- **Protonen** haben eine Ladung von  $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , (also betragsmäßig die gleiche Ladung wie ein Elektron) und eine Masse von  $1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  (man kann sich merken, dass sie – grob gerundet – etwa 2000-mal mehr Masse haben als ein Elektron).

1 Auch wenn unsere Tabelle nicht ganz vollständig ist: Physik passt eben doch auf einen Bierdeckel, wie wir schon an andere Stelle behaupteten!

2 Alle diese Teilchen sind klein und leicht. In einem anderen Teilgebiet der Physik, der Quantenmechanik, werden Sie noch lernen, dass man da gar nicht mehr von Teilchen reden darf. Aber solange wir Elektrizitätslehre treiben, ist das eine gute und völlig korrekte Vorstellung.

3 Wir haben gerade ganz locker mehr als 2000 Jahre Physik übersprungen. Letztes Kapitel befasste sich mit der Erkenntnis von ca 500 v. Chr., jetzt befinden wir uns zwischen 1900 und 1950. Aber das ist ok. Schließlich haben wir nur ein Jahr Zeit, um alles zu lernen.

- **Neutronen** haben keine Ladung, aber etwa die gleiche Masse wie ein Proton ( $1,675 \cdot 10^{-27}$  kg).
- **Atome** bestehen aus den drei Teilchenarten oben (gleich viele Elektronen wie Protonen). Protonen und Neutronen bilden den **Atomkern**. In der Hülle – um den Kern verteilt – sind die Elektronen angeordnet.<sup>1</sup> Das einfachste Atom besteht aus 1 Proton und 1 Elektron. Es ist das Wasserstoffatom. Als – sehr grobe – Faustregel kann man sich merken, dass ein Atom einen Durchmesser von 1 Å (1 **Angström** =  $10^{-10}$  m) hat.
- **Ionen**: Ein Atom, dem Elektronen fehlen oder das zu viele Elektronen hat, nennt man Ion. Beispiel: Einem zweifach positiv geladenen Ion fehlen 2 Elektronen. Es hat daher die Ladung  $-2e$ .
- **Moleküle** sind mehrere Atome, die eine chemische Bindung eingegangen haben.
- **Positronen** sind wie positiv geladene Elektronen: gleiche Masse also  $9,109 \cdot 10^{-31}$  kg, entgegengesetzte Ladung, also  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C. Wenn ein Elektron und ein Positron aufeinandertreffen, zerstrahlen sie: Es gibt einen Lichtblitz und beide sind weg.

Während es nur eine Sorte Elektronen, Protonen, Neutronen, Positronen gibt, die absolut ununterscheidbar sind, gibt es knapp über 100 Atomarten (schauen Sie in Ihrem Periodensystem nach), ein paar tausend Ionenarten, und noch mehr verschiedene Moleküle (deren genaue Zahl kennt vermutlich niemand). Deshalb haben wir für Atome und Ionen jeweils nur ein Beispiel in unsere Tab. 1.1 aufgenommen.

Ein Blick auf Tab. 1.1 zeigt: Es gibt Teilchen ohne Ladung und mit Masse, zwischen ihnen herrscht also nur die Gravitationswechselwirkung. Und es gibt Teilchen mit Masse und Ladung. Zwischen Ihnen herrscht neben der Gravitationswechselwirkung auch die (viel stärkere) Coulomb-Wechselwirkung.

Viele Elektrizitätslehre-Phänomene kann man mithilfe dieser kleinen Teilchen ganz einfach verstehen:

- **Positive und negative Ladungen können sich aufheben**: Wenn sich in einem Körper gleich viele Elektronen wie Protonen befinden, so ist er ungeladen. Das heißt nicht, dass die Ladungen verschwinden. Aber wenn in einem Gegenstand gleich viel positive wie negative Ladung vorliegt, so wirkt er nach außen wie ein ungeladener Körper. Ein ausgedehnter Körper besteht immer auch aus diesen beiden Elementarteilchen, einen Körper nur aus Neutronen gibt es im täglichen Leben nicht.

---

1 Ob die Elektronen liegen, fliegen oder schwingen, das klären wir später. Wir wollen nicht das Ergebnis von Übungsaufgaben vorwegnehmen ...

- Wenn in einem Körper eine Art von geladenen Teilchen in der Überzahl ist, so sagt man, der Körper als Ganzes ist **geladen**. Meist sind es Elektronen, von denen entweder zu viel oder zu wenig vorhanden sind.
- **Stromfluss:** Wenn sich in einem Körper geladene Teilchen bewegen (meist sind es die Elektronen, die sich bewegen, aber nicht immer), so fließt ein Strom.  
Wenn die Ladungsträger frei beweglich sind, redet man von einem **Leiter**, ansonsten von einem **Isolator**. Einen Isolator, der leitend wird, wenn man (beispielsweise durch Erwärmen) ein bisschen Energie zuführt, nennen wir **Halbleiter**.
- **Ladungen gleichen sich aus:** Wenn man zwei verschieden geladene Körper zusammenbringt, dann folgen die Ladungen der (anziehenden) Coulomb-Wechselwirkung und fließen von einem Körper zum anderen mit dem Ziel, die unterschiedlichen Ladungen möglichst auszugleichen.
- **Ladungen kann man transportieren**, zum Beispiel mit einem sogenannten Konduktor. Natürlich transportiert man nicht nur „Ladung“, sondern geladene Teilchen.
- **Polarisation:** Bringt man einen geladenen Körper in die Nähe eines ungeladenen Körpers, so hat der geladene Körper Einfluss auf den ungeladenen Körper. Die Ladungen im ungeladenen Körper werden umsortiert (siehe Abb. 1.2). Diesen Vorgang nennt man Polarisation<sup>1</sup>.
- **Ladung ist quantisiert:** Es kommt nicht jede beliebige Menge an Ladung in der Natur vor. Das liegt daran, dass Ladung eben an die Existenz eines Teilchens gekoppelt ist. Bisher wurde noch kein stabiles freies Teilchen mit einer kleineren Ladung als  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$  beobachtet. Diese Ladung wird daher **Elementarladung** genannt. Ein **Elektron** ist Träger einer negativen Elementarladung, ein **Proton** ist Träger einer positiven Elementarladung. Die Elementarladung wird oft auch mit dem Formelzeichen  $e$  bezeichnet.

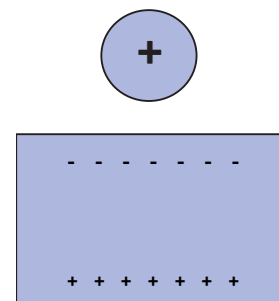


Abb. 1.2: Polarisation: der positiv geladene runde Körper oben polarisiert den (neutralen) eckigen Körper unten. Im eckigen Körper werden die Ladungen umsortiert.

<sup>1</sup> In der Literatur finden Sie gelegentlich die Ausdrücke **Polarisation** und **Influenz**, je nachdem ob es sich bei dem ungeladenen Körper um einen Isolator (dann spricht man von Polarisation) oder ein Metall (dann heißt dasselbe Phänomen Influenz) handelt. Wir machen diesen Unterschied nicht.

### Selbst machen: Teilchen und Größenverhältnisse

#### Recherchieren Sie:

- Was ist ein 1 **Angström**?
- Welchen Durchmesser hat ein **Wasserstoffatom**?
- Was sind die Abmessungen eines Wasserstoffmoleküls?
- Welchen Abstand haben **Atome** im Festkörper (z. B. im Kochsalz)?
- Wie dick ist ein **Haar**?
- Wie groß sind die kleinsten Strukturen, die man auf einem Chip herstellen kann?
- Wie groß ist die Wellenlänge von blauem **Licht**? (**Wellenlänge** ist der Abstand zwischen zwei Wellenbergen)?
- Wie groß ist die Wellenlänge von Röntgenlicht?
- Ordnen Sie die verschiedenen Längen auf einer Skala an.

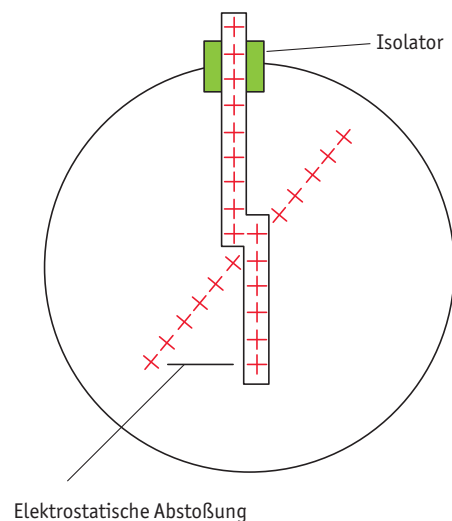
### Experiment: Sichtbarmachen von Ladung mit dem Elektroskop

Ladung (wenn es etwas mehr ist als eine einzelne Elementarladung) kann man mit dem **Elektroskop** messen.

Ein fester, z-förmiger Zeiger (1) wird durch einen Isolator in einem Gehäuse gehalten.

Ein zweiter Zeiger (2) ist am ersten drehbar aber elektrisch leitend gelagert.

Wenn Ladungen (hier bei unserer schematischen Darstellung positive Ladungen) auf den Zeiger aufgebracht werden, verteilen sie sich so weit wie möglich über beide Zeiger (denn gleiche Ladungen stoßen sich ab). Deshalb stoßen sich die beiden Zeiger ab.



## 1.2 Elektrische Kraft und Coulomb-Wechselwirkung

Zu Beginn dieses Kurses haben wir bereits die vier fundamentalen Wechselwirkungen kennengelernt. Im Folgenden befassen wir uns mit den Auswirkungen der Coulomb-Wechselwirkung. Zwei punktförmige geladene Körper üben auf den jeweils anderen eine Kraft aus, die berechnet werden kann<sup>1</sup> als:

$$(1.1) \quad F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$r$  im Nenner des zweiten Terms ist der Abstand zwischen den beiden Körpern. Die beiden Größen  $Q_1, Q_2$  im Zähler<sup>2</sup> beschreiben die Ladung. Der erste Term  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  auf der rechten Seite ist eine Konstante, die nach unserem heutigen Kenntnisstand im ganzen Universum die gleiche ist. Wir nennen  $\epsilon_0$  die **elektrische Feldkonstante**; ihr Zahlenwert beträgt

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

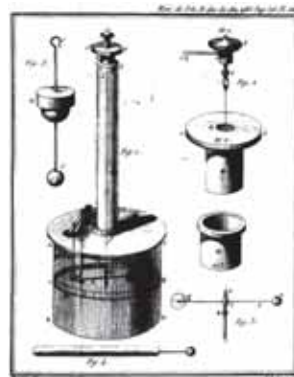
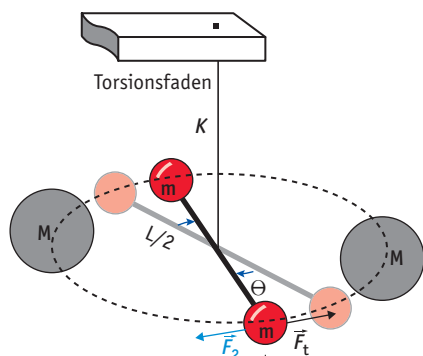
Die Kraft nennen wir die Coulomb-Kraft, nach der verursachenden Wechselwirkung, der Coulomb-Wechselwirkung.<sup>3, 4</sup>

- 
- 1 Diese Formel kann nicht aus anderen Formeln hergeleitet werden. Sie ist ein empirischer Befund und der Startpunkt für alles andere, was wir in der Elektrizitätslehre lernen werden.
  - 2  $Q$  bezeichnet eine Ladung,  $q$  bezeichnet in der Regel eine kleine Ladung oder auch die Ladung eines kleinen Teilchens.
  - 3 Wir nennen die Wechselwirkung zwischen zwei geladenen Objekten *immer* Coulomb-Wechselwirkung, und die Kraft zwischen zwei geladenen Objekten immer Coulomb-Kraft. Alternativ finden Sie in der Literatur auch die Begriffe **elektrische Wechselwirkung** und **elektrische Feldkraft**.
  - 4 Charles Augustin de Coulomb (\* 14. Juni 1736 in Angoulême; † 23. August 1806 in Paris) stammte aus einer angesehenen Familie von Juristen und Verwaltungsbeamten. Nachdem sein Vater sein Vermögen bei Spekulationen verloren hatte, trennten sich die Eltern. Coulomb blieb zunächst bei der Mutter, da es jedoch zum Streit darüber kam, dass er eine Karriere in Mathematik und Naturwissenschaften einschlagen wollte, folgte er seinem Vater nach Montpellier. 1760/61 studierte er an der staatlichen Schule für Ingenieursoffiziere und begann seine Laufbahn im Staatsdienst als Leutnant des Corps du Génie, wo er Aufgaben als Bauingenieur zum Beispiel bei der Instandsetzung von Festungen wahrnahm. Während er in Cherbourg stationiert war, schrieb Coulomb eine Abhandlung über den Kompass, die ihm 1777 einen Preis der Pariser Akademie einbrachte. Die Abhandlung war auch von Bedeutung, weil er die Torsionswaage behandelte, die später Grundlage seiner Experimente zur Messung auch schwacher Kräfte werden sollte. Auf den Schiffswerften in Rochefort führte er Experimente aus, die zu seiner Theorie der Reibungskräfte führten. Sie brachte ihm 1781 den großen Preis der Pariser Akademie der Wissenschaften ein und führte zu seiner Aufnahme in die Pariser Akademie, was Coulomb unabhängig machte. Er zog nach Paris und widmete sich physikalischen Experimenten, die zu seinen berühmten Abhandlungen über Elektrizität und Magnetismus im Zeitraum 1785 bis 1791 führten, aber auch zu vielen weiteren Abhandlungen. Als Ingenieur war er nur noch gelegentlich tätig. Die Regierung zog ihn daneben auch zu weiteren Aufgaben heran, wie die Begutachtung der Funktion der Wasserspiele in den königlichen Gärten (1784). Nach Ausbruch der Französischen Revolution 1789 verlor Coulomb viele seiner Ämter oder legte sie nieder. Napoleon holte ihn wieder in den Staatsdienst zurück als Aufseher über das Unterrichtswesen des Landes von 1802 bis 1806, wobei er die Gründung neuer Gymnasien (Lycée) in ganz Frankreich beförderte. (basierend auf einem Artikel aus [wikipedia.de](http://wikipedia.de))

### Experiment: Messung der Coulomb-Kraft

Die experimentelle Bestimmung des  $1/r^2$ -Gesetzes in Gleichung (1.1) geht auf Coulomb zurück.

Er baute hierfür ein **Torsionspendel**, wie er es schon für Kompasser näher untersucht hatte. Beim Torsionspendel hängt eine Hantel – bestehend aus den zwei Massen  $m$  (rot in der Schemazeichnung) und einem Verbindungsstab – an einem Torsionsfaden.



Dreht man die Hantel aus der blau gezeichneten Position in der Horizontalen um einen Winkel  $\theta$ , so übt der Torsionsfaden – der weiter um den **Torsionswinkel**  $\theta$  verdrillt wurde – eine Kraft  $\vec{F}_t$  auf die Kugeln aus, diese Kraft will die Kugeln wieder in die – blau gezeichnete – Ursprungslage zurückführen. Greift keine zweite Kraft an, so wird das Torsionspendel Schwingungen ausführen (werden wir noch besprechen).

Greift noch eine zweite Kraft  $\vec{F}_2$  an (die in unserer Zeichnung von der Masse  $M$  wegzeigt), so bleibt die Hantel in Ruhe, sobald Kräfte-Gleichgewicht herrscht. Man kann die zweite Kraft  $\vec{F}_2$  ausrechnen, wenn man weiß, welche Torsionskraft  $\vec{F}_t$  der Torsionsfaden erzeugt. Wir reden dann nicht mehr von einem Torsionspendel, sondern von einer **Torsionswaage**.

Coulomb kannte die Beziehung zwischen Torsionskraft  $\vec{F}_t$  und Torsionswinkel  $\theta$  aus seiner Arbeit über Kompasser. Wir begnügen uns für den Moment damit, dass die Antwort existiert.

Coulomb beschreibt die Durchführung des Experiments (sinngemäß) so:

- Anfänglich werden die Holundermarkkugeln  $m$  und  $M$  in Kontakt gebracht. Es ist darauf zu achten, dass der Torsionsfaden nicht verdrillt ist.
- Die Position der Hantel ist zu notieren.
- Ein Stab aus Siegellack wird durch Reibung elektrisch geladen.
- Man berührt mit dem Siegellack-Stab ein Kugelpaar. Die Ladung verteilt sich gleichmäßig auf den Kugeln  $m$  und  $M$ .



- Die Kugeln stoßen sich jetzt ab, bis sich ein neues Gleichgewicht eingestellt hat. Man notiert den Torsionswinkel  $\theta$ .
- Jetzt wird die Aufhängung des Torsionspendels etwas verdreht. (Schauen Sie in seine Zeichnung oben rechts: Der Torsionsfaden hing an einem Stopfen, der in einem Rohr steckte. Der Stopfen war im Rohr drehbar.) Damit verändert sich die Torsionskraft und es stellt sich ein anderes Kräftegleichgewicht ein. Wieder wird der Torsionswinkel  $\theta_1$  notiert, ebenso der Winkel  $\alpha_1$ , um den die Aufhängung rotiert wurde.

Welche Ladung sich auf den Holundermarkkugeln befand, war nicht bekannt. Aber durch die Drehung der Aufhängung konnte Coulomb mehrere Messungen machen, ohne die elektrische Ladung zu verändern und damit das  $1/r^2$ -Gesetz herausfinden.

## Aufgaben

- 1 Welche Coulomb-Kraft übt ein Proton auf ein  $10^{-10}$  m entferntes Elektron aus? Vergleichen Sie diese Kraft mit der Massenanziehungskraft zwischen den beiden.
- 2 Zwei Punktladungen  $q_1$  und  $q_2 = 4q_1$  befinden sich im Abstand von 50 cm. An welcher Stelle auf der Geraden, welche die Punkte verbindet, ist die Kraft auf eine dritte Ladung, die eingebracht wird, null?
- 3 Zwei mit der gleichen Ladung  $q$  versehene Kugeln (Masse  $m$  jeweils 0,5 g) sind mit isolierten Fäden von 100 mm Länge am gleichen Punkt aufgehängt. Danach bilden die Fäden der auseinanderspreizenden Kugeln einen Winkel von  $\alpha = 75^\circ$  miteinander. Wie groß sind die Ladungen der Kugeln? Welche Kraft herrscht zwischen den beiden?
- 4 Welche Ladung pro Masse muss ein Körper haben, damit er ein Elektron ebenso stark elektrisch abstößt, wie aufgrund der Massenanziehung anzieht? Vergleichen Sie die gefundene Zahl mit der spezifischen Ladung eines Elektrons ( $e/m$ ).
- 5 Drei Punktladungen mit der Ladung  $-q$  befinden sich an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit der Kantenlänge  $a$ . In der Mitte des Dreiecks befindet sich eine Punktladung mit der Ladung  $+3q$ .
  - a) Berechnen Sie die resultierende Kraft, die auf die Punktladung in der Mitte wirkt. Fertigen Sie eine Kräfteskizze an.
  - b) Berechnen Sie die resultierende Kraft, die auf eine Punktladung an einer Ecke wirkt. Fertigen Sie eine Kräfteskizze an.
  - c) Gibt es ein  $a$ , sodass die resultierende Kraft auf die Punktladung an der Ecke null wird?

- 6 Eine unbekannte Punktladung  $Q_1$  liegt im Ursprung eines Koordinatensystems.

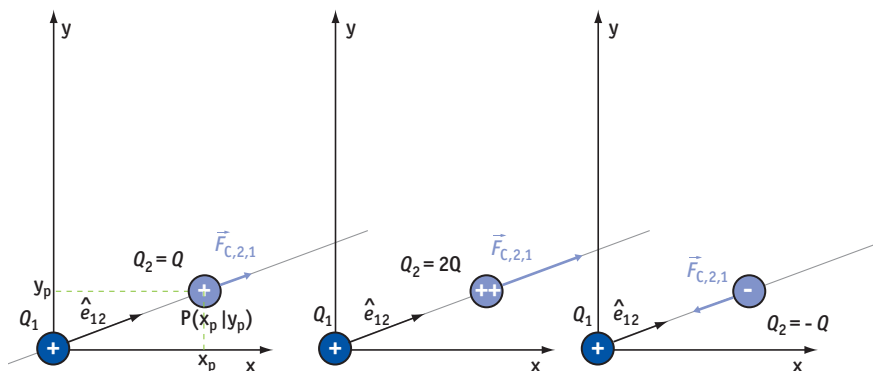


Abb. 1.3: Eine Ladung  $Q_1$  im Koordinatenursprung übt eine Kraft auf verschiedene Ladungen  $Q_2$  am Punkt  $P$  aus

- Wie groß muss die Punktladung  $Q_1$  sein, wenn eine 1 m entfernte Punktladung  $Q_2 = 10^{-3}$  mit  $F_C = 1$  N angezogen wird?
- Welche Kraft wird auf die Punktladung  $Q_2 = 10^{-3}$  ausgeübt, wenn sie sich an den Punkten  $P(1|1)$ ,  $Q(2|2)$ ,  $R(3|3)$ ,  $S(1|0)$ ,  $T(2|0)$ ,  $U(3|3)$ ,  $P(1|-1)$ ,  $Q(2|-2)$  befindet?
- Zeichnen Sie die Punkte aus Teilaufgabe b) mit den jeweiligen Kräften in ein Koordinatensystem. Erkennen Sie eine Symmetrie?
- Welche Kraft übt die doppelte Punktladung  $2Q_1$  im Koordinatenursprung auf die Punktladung  $Q_2 = 10^{-3}$  an den Punkten  $P(1|1)$ ,  $Q(2|2)$  aus?

*Hinweis:* Solche großen Punktladungen sind unrealistisch, ebenso die starken Kräfte. Wir haben sie nur aus Gründen der einfachen Zahlen gewählt.

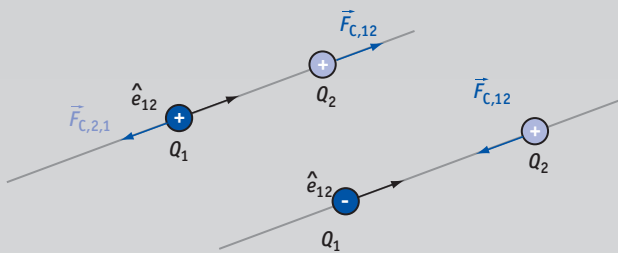
### Weiterführende Überlegungen:

#### Gravitationskraft und Coulomb-Kraft in vektorieller Darstellung

Die bekannten Gleichungen für die Coulomb-Wechselwirkung (1.1) und die Gravitationswechselwirkung geben uns in dieser gebräuchlichen Form nur den Betrag der Kraft, nicht jedoch die Richtung der Kraft an. Die Richtung wird – wenn gebraucht – mit den Faustregeln ermittelt:

- Die Kraft verläuft entlang der Verbindungslinien der wechselwirkenden Körper,
- Massen ziehen sich an,
- verschiedene Ladungen ziehen sich an, gleiche Ladungen stoßen sich ab.

Allerdings fällt uns sofort ein Schönheitsfehler auf:  $F_G$  ist positiv und wirkt anziehend,  $F_C$  ist – wenn beide Ladungen gleiches Vorzeichen haben – positiv und wirkt abstoßend. Das können wir noch beheben, indem wir vor die Gleichung für  $F_G$  ein Minus machen. Das nennt man **Vorzeichenkonvention**. Unsere Vorzeichenkonvention lautet jetzt: *Positive Kräfte wirken abstoßend*.



Meist genügt uns die bekannte Formel. Ab und zu benötigt man jedoch den Kraftvektor (zum Beispiel, wenn man mehrere Kräfte addieren muss und die Situation zu unanschaulich ist, um mit Winkelfunktionen zu arbeiten). Will man eine Gleichung haben, die den Kraftvektor richtig liefert, muss man die Formeln noch ein bisschen ergänzen:

Zu diesem Zweck führen wir den **Einheitsvektor**  $\hat{e}_{12}$  ein, der von Ladung 1 in Richtung Ladung 2 zeigt und die Länge 1 hat:

$$\hat{e}_{12} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

Wenn man die Betragsformel (1.1) mit diesem Einheitsvektor multipliziert, erhält man den Kraftvektor  $\vec{F}_{C,12}$ , den das erste auf das zweite Teilchen ausübt:

$$(1.2) \quad \vec{F}_{C,12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{e}_{12}$$

Beachten Sie die Namensgebung!  $\vec{F}_{C,12}$  steht für die Coulomb-Kraft, die das erste *auf* das zweite Teilchen ausübt.

Wenn die Vorzeichen beider Ladungen gleich sind, dann sind die beiden Brüche auf der rechten Seite von Gleichung (1.2) positiv; der Einheitsvektor zeigt von Ladung 1 in Richtung Ladung 2. Damit liefert Gleichung (1.2) einen Vektor, der die Ladung 2 von Ladung 1 „wegzieht“ – also eine abstoßende Kraft (wie man es erwartet).

Die Coulomb-Kraft, die das zweite *auf* das erste Teilchen ausübt, heiße dann  $\vec{F}_{C,21}$ . Um die zu erhalten, muss man dann auch den Einheitsvektor  $\hat{e}_{21}$  vom zweiten zum ersten Teilchen einsetzen:

$$(1.3) \quad \vec{F}_{C,21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{e}_{21}$$

Ebenso erhalten wir für die Gravitationskraft:

$$(1.4) \quad \vec{F}_{G,12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{e}_{12}$$

In dieser Konvention sind anziehende Kräfte negativ.

## 1.3 Das elektrische Feld

### 1.3.1 Definition

Stellen Sie sich vor, Sie müssten folgende Aufgabe lösen:

#### Musteraufgabe

Eine Ladung  $Q_1$  (ein Proton) befindet sich im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems. An einen Punkt P sollen nun nacheinander verschiedene Ladungen  $Q_2$  (zuerst ein Proton, dann ein Elektron, dann zwei Protonen) gebracht werden und der Betrag der jeweils auf die Ladung  $Q_2$  wirkenden Coulomb-Kraft  $F_{C,12}$  berechnet werden.

Wir erkennen schnell, dass der Betrag der Coulomb-Kraft proportional zur Ladung  $Q_2$  ist. Zur Vermeidung unnötiger Rechenarbeit würde man den Vorfaktor  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2}$  klugerweise nur einmal berechnen. Diesen Vorfaktor (oder diese Proportionalitätskonstante) nennt man **Betrag der elektrischen Feldstärke E**.

Die Definition der **elektrischen Feldstärke**<sup>1</sup> ist also:

$$\text{elektrische Feldstärke} = \frac{\text{Coulomb-Kraft}}{\text{Ladung } Q_2, \text{ welche diese Kraft erfährt (Probeladung)}}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_C}{Q_2}$$

Die elektrische Feldstärke ist ein zur Coulomb-Kraft kollinearer Vektor, ihre Einheit ist (vorerst) N/C (Newton/Coulomb).

$$(1.5) \quad |E| = \frac{N}{C}$$

Die Ladung  $Q_2$ , die hier die Kraft erfahren hat, nennen wir auch die **Probeladung**, die Ladung  $Q_1$ , die das E-Feld mit der elektrischen Feldstärke an jedem Punkt erzeugt hat, nennen wir die **felderzeugende Ladung**.

<sup>1</sup> Wo eine Feldstärke ist, ist – naheliegenderweise – auch ein Feld. Ein Stück Raum, in dem eine elektrische Feldstärke  $E$  feststellbar, messbar oder berechenbar ist, wird das **elektrische Feld E** genannt. Das elektrische Feld ist also ein physikalisches Objekt wie eine Schraubenfeder oder eine Kugel. Und die *Funktion*, die jedem Punkt im Raum einen Feldstärkevektor zuordnet, nennen wir das **E-Feld**. Es ist nicht immer ganz leicht, diese drei Termini korrekt zu verwenden – wir benutzen vorzugsweise den Ausdruck E-Feld.

Betrachten wir die Situation in Abb. 1.4: Die elektrische Kraft, welche auf die Probeladung  $Q_2$  wirkt, ist unabhängig davon, ob sie von einer felderzeugenden Ladung  $Q_1$  im Ursprung (linke Seite des Bilds) oder von zwei felderzeugenden Ladungen  $Q_1$  und  $Q_1'$  an verschiedenen Orten, wie in der rechten Seite dargestellt, ausgeübt wird.<sup>1</sup>

Diese Erkenntnis lässt sich auch umgekehrt formulieren: Aus der Kraft, welche die Probeladung  $Q_2$  erfährt, kann man nicht schließen, wie groß die Ladung ist, welche die Kraft auf  $Q_2$  erzeugt. Man kann auch nicht berechnen, wo sich die Ladung befindet.

Bestenfalls kann man, wenn man eine Annahme über die Größe der felderzeugenden Ladung macht, eine Kugel festlegen, auf der sich die Ladung befinden muss. Der Radius der Kugel hängt von der angenommenen Ladung ab.

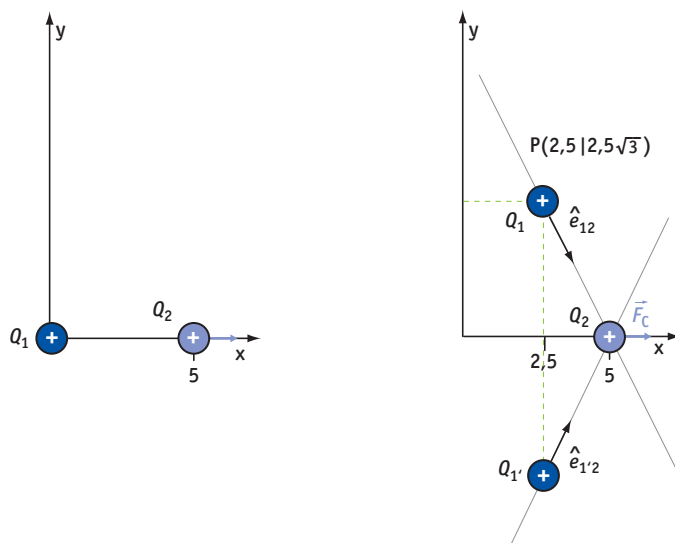


Abb. 1.4: E-Feld; links: 1 Proton  $Q_1$  übt eine Kraft auf ein Proton  $Q_2$  aus ; rechts: 2 Protonen  $Q_1$  und  $Q_1'$  üben eine Kraft auf ein Proton  $Q_2$  aus – in beiden Fällen ist die Kraft, die die Ladung  $Q_2$  erfährt, dieselbe.

### Zusammenfassung

- Eine elektrische Kraft wird von *zwei Ladungen* erzeugt, welche wechselwirken.
- Ein elektrisches Feld wird von (wenigstens) *einer Ladung* erzeugt.
- Die elektrische Feldstärke (an einer Stelle) sagt aus, welche Kraft eine Ladung (die sog. Probeladung) an dieser Stelle erfahren würde.

<sup>1</sup> Es sei darauf hingewiesen, dass diese Bemerkung nur für die Probeladung  $Q_2$  am dargestellten Ort gilt. Befindet sie sich an einem anderen Ort, so ist die elektrische Kraft im linken und im rechten Teil der Abbildung keinesfalls dieselbe. Allerdings gilt in jedem Fall, dass man aus der Kraft nicht auf die Position der felderzeugenden Ladungen zurückschließen kann.

### 1.3.2 Vergleich Coulomb-Wechselwirkung – Gravitations-Wechselwirkung

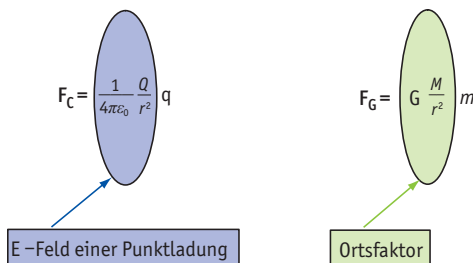
Wenden wir die gleichen Rechenschritte, die wir zur Berechnung der elektrischen Feldstärke einer Punktladung durchgeführt haben, auf die Gravitationswechselwirkung an. Die Gravitationskraft zwischen einer anziehenden Masse  $M$  und einer angezogenen Masse  $m$  berechnen wir als:

$$(1.6) \quad F_G = G \frac{Mm}{r^2}$$

Teilen wir durch die angezogene Masse  $m$  (die „Probemasse“), erhalten wir:

$$(1.7) \quad \frac{F_G}{m} = G \frac{M}{r^2}$$

Der linken Seite kann man entnehmen, dass Gleichung (1.7) eine Formel für die Gewichtskraft pro Masse darstellt. Der elektrischen Feldstärke entspricht also der **Ortsfaktor**.



Einen kleinen – historisch bedingten – Unterschied gibt es: Während der Ortsfaktor eine positive Zahl ist, ist die elektrische Feldstärke eine vektorielle Größe. Analog zur elektrischen Feldstärke kann man auch die **Gravitationsfeldstärke** definieren, einen Vektor, dessen Betrag der Ortsfaktor ist.

Was wir bis jetzt an Parallelen zwischen Coulomb-Wechselwirkung und Gravitations-Wechselwirkung gelernt haben, fassen wir in der folgenden Tabelle zusammen.

Gravitations-Wechselwirkung	Coulomb-Wechselwirkung
Gravitationsfeld	elektrisches Feld
Gravitations- Massenanziehungs- Gewichts- } kraft	Coulomb- elektrostatische } kraft
Ortsfaktor	Betrag der elektrischen Feldstärke
Gravitationsfeldstärke	elektrische Feldstärke

Tab. 1.2: Vergleich Coulomb-Wechselwirkung und Gravitations-Wechselwirkung