Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Kurt Bohner
Lehrauftrag Mathematik am BS Wangen
Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Ronald Deusch
Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Umschlag: Kreis oben: Syda Productions - www.colourbox.de

* * * * * * *

1. Auflage 2018

Gesamtherstellung: MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln
E-Mail: info@merkur-verlag.de; lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-**0695**-**8**

Vorwort

Vorbemerkungen

Der vorliegende Band „Mathematik für die Einführungsphase“ ist ein Arbeitsbuch für den Mathematikunterricht in allen beruflichen Gymnasien in Niedersachsen der Fachrichtungen Wirtschaft und Verwaltung, Gesundheit und Soziales und weiteren Bildungsgängen, die den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife ermöglichen. Das Buch behandelt den gesamten Lehrstoff, die Statistik, die Ganzrationalen Funktionen, die Exponentialfunktionen, die trigonometrischen Funktionen und eine Einführung in die Differenzialrechnung.

Grundlage der Inhalte ist das Kerncurriculum von 2017. Das Autorenteam berücksichtigt sowohl die in den Rahmenrichtlinien geforderten inhalts- als auch die prozessbezogenen Kompetenzen (modellieren, argumentieren, kommunizieren, nutzen mathematischer Werkzeuge und Darstellungen, lösen innermathematischer Problemstellungen sowie das Umgehen mit formalen und symbolischen Elementen).

Von den Autoren wurde bewusst darauf geachtet, dass die in den Richtlinien aufgeführten Kompetenzen wie auch die Zielformulierungen inhaltlich vollständig und umfassend thematisiert werden. Dabei bleibt den Lehrkräften genügend didaktischer Freiraum, eigene Schwerpunkte zu setzen.

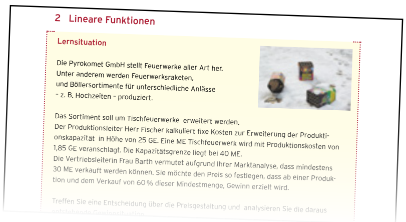
Begleitend werden ein Arbeitsheft (ISBN 978-3-8120-2695-9) und eine Formelsammlung (ISBN 978-3-8120-1695-0) angeboten. Das Arbeitsheft soll Schüler und Lehrer durch Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung unterstützen.

Hinweise und Anregungen, die zur Verbesserung beitragen, werden dankbar aufgegriffen.

Die Verfasser

Der Aufbau dieses Buches

Jedes Hauptkapitel beginnt mit berufsbezogenen **Lernsituationen**, die die Schüler/innen eigenverantwortlich und selbstorganisiert bearbeiten. Der Stoff in den einzelnen Kapiteln wird schrittweise anhand von **Musterbeispielen mit ausführlichen Lösungen** erarbeitet. Dabei legen die Autoren großen Wert auf die Verknüpfung von Anschaulichkeit und sachgerechter mathematischer Darstellung. Die übersichtliche Präsentation und die methodische Aufarbeitung beeinflusst den Lernerfolg positiv und bietet dem Schüler die Möglichkeit, Unterrichtsinhalte selbstständig zu erschließen bzw. sich anzueignen.

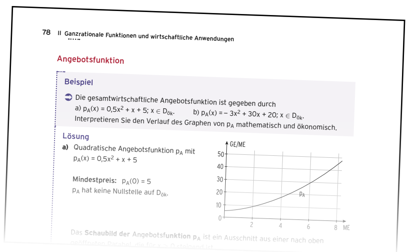

2 Lineare Funktionen

Lernsituation

Die Pyrokomet GmbH stellt Feuerwerke aller Art her. Unter anderem werden Feuerwerksraketen, und Böllersortimente für unterschiedliche Anlässe – z. B. Hochzeiten – produziert.

Das Sortiment soll um Tischfeuerwerke erweitert werden. Der Produktionsleiter Herr Fischer kalkuliert fixe Kosten zur Erweiterung der Produktionskapazität in Höhe von 25 GE. Eine ME Tischfeuerwerk wird mit Produktionskosten von 1,85 GE veranschlagt. Die Kapazitätsgrenze liegt bei 40 ME. Die Vertriebsleiterin Frau Barth vermutet aufgrund Ihrer Marktanalyse, dass mindestens 30 ME verkauft werden können. Sie möchte den Preis so festlegen, dass ab einer Produktion und dem Verkauf von 60 % dieser Mindestmenge, Gewinn erzielt wird.

Treffen Sie eine Entscheidung über die Preisgestaltung und analysieren Sie die daraus


78 II Ganzrationale Funktionen und wirtschaftliche Anwendungen

Angebotsfunktion

Beispiel

Die gesamtwirtschaftliche Angebotsfunktion ist gegeben durch
a) $p_A(x) = 0{,}5x^2 + x + 5$; $x \in D_{ök}$. b) $p_A(x) = -3x^2 + 30x + 20$; $x \in D_{ök}$.
Interpretieren Sie den Verlauf des Graphen von p_A mathematisch und ökonomisch.

Lösung

a) Quadratische Angebotsfunktion p_A mit $p_A(x) = 0{,}5x^2 + x + 5$

Mindestpreis: $p_A(0) = 5$
p_A hat keine Nullstelle auf $D_{ök}$.

Das Schaubild der Angebotsfunktion p_A ist ein Ausschnitt aus einer nach oben

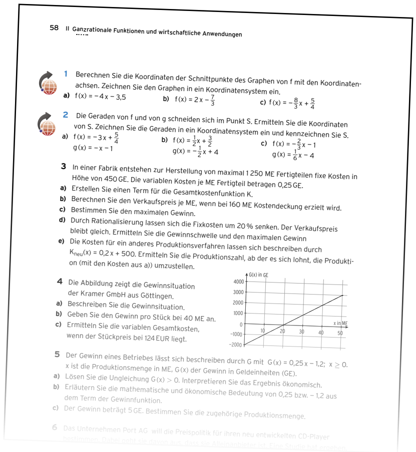
Kompetenzorientierte Fragestellungen mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad ermöglichen es dem Schüler, den Stoff zu festigen und zu vertiefen. Beispiele und Probleme aus dem Alltag und aus der Wirtschaft stellen einen praktischen Bezug her.

Jede Lerneinheit endet mit einer umfassenden Anzahl von Aufgaben. Diese sind zur Ergebnissicherung und Übung gedacht, aber auch als Hausaufgaben geeignet.

Eine **Differenzierung der Aufgaben** ist durch Farben gegeben;

blau: Lösung ohne Hilfsmittel

schwarz: keine Vorgabe zur Lösung.



58 II Ganzrationale Funktionen und wirtschaftliche Anwendungen

1 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen. Zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem ein.
a) $f(x) = -4x - 3{,}5$ b) $f(x) = 2x - \frac{7}{3}$ c) $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

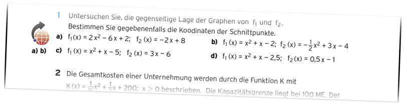
2 Die Geraden von f und von g schneiden sich im Punkt S. Ermitteln Sie die Koordinaten von S. Zeichnen Sie die Geraden in ein Koordinatensystem ein und kennzeichnen Sie S.

3 In einer Fabrik entstehen zur Herstellung von maximal 1250 ME Fertigteilen fixe Kosten in Höhe von 450 GE. Die variablen Kosten je ME Fertigteil betragen 0,25 GE.
a) Erstellen Sie einen Term für die Gesamtkostenfunktion K.
b) Berechnen Sie den Verkaufspreis je ME, wenn bei 160 ME Kostendeckung erzielt wird.
c) Bestimmen Sie den maximalen Gewinn.
d) Durch Rationalisierung lassen sich die Fixkosten um 20 % senken. Der Verkaufspreis bleibt gleich. Ermitteln Sie die Gewinnschwelle und den maximalen Gewinn.
e) Die Kosten für ein anderes Produktionsverfahren lassen sich beschreiben durch $K_{neu}(x) = 0{,}2x + 500$. Ermitteln Sie die Produktionszahl, ab der es sich lohnt, die Produktion (mit den Kosten aus a)) umzustellen.

4 Die Abbildung zeigt die Gewinnsituation der Kramer GmbH aus Göttingen.
a) Beschreiben Sie die Gewinnsituation.
b) Geben Sie den Gewinn pro Stück bei 40 ME an.
c) Ermitteln Sie die variablen Gesamtkosten, wenn der Stückpreis bei 124 EUR liegt.

5 Der Gewinn eines Betriebes lässt sich beschreiben durch G mit $G(x) = 0{,}25x - 1{,}2$; $x \geq 0$. x ist die Produktionsmenge in ME, G(x) der Gewinn in Geldeinheiten (GE).
a) Lösen Sie die Ungleichung $G(x) > 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis ökonomisch.
b) Erläutern Sie die mathematische und ökonomische Bedeutung von 0,25 bzw. −1,2 aus dem Term der Gewinnfunktion.
c) Der Gewinn beträgt 5 GE. Bestimmen Sie die zugehörige Produktionsmenge.

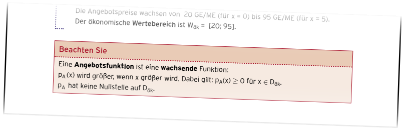
Für **Aufgaben mit dem Download-Logo** stehen ausführliche Lösungen zum Download bereit. Sie finden diese in der Mediathek zum Buch auf unserer Website http://www.merkur-verlag.de.



1 Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Graphen von f_1 und f_2. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Koodinaten der Schnittpunkte.
a) $f_1(x) = 2x^2 - 6x + 2$; $f_2(x) = -2x + 8$ b) $f_1(x) = x^2 + x - 2$; $f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4$
c) $f_1(x) = x^2 + x - 5$; $f_2(x) = 3x - 6$ d) $f_1(x) = x^2 + x - 2{,}5$; $f_2(x) = 0{,}5x - 1$

2 Die Gesamtkosten einer Unternehmung werden durch die Funktion K mit

Definitionen, Festlegungen, Merksätze und mathematisch wichtige **Grundlagen** sind in Rot gekennzeichnet.

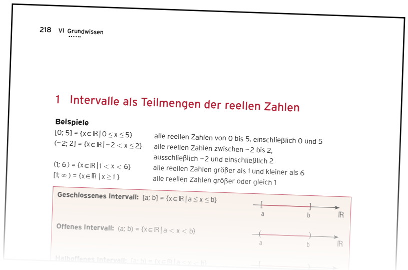


Der ökonomische Wertebereich ist $W_{ök} = [20; 95]$.

Beachten Sie

Eine **Angebotsfunktion** ist eine **wachsende** Funktion:
$p_A(x)$ wird größer, wenn x größer wird. Dabei gilt: $p_A(x) \geq 0$ für $x \in D_{ök}$.
p_A hat keine Nullstelle auf $D_{ök}$.

Grundwissen: Die Schüler im Beruflichen Gymnasium kommen aus verschiedenen Schularten mit unterschiedlichen Vorkenntnissen.
Um die Schüler dennoch möglichst schnell auf ein gleiches Wissensniveau zu bringen und damit gleiche Ausgangsbedingungen für den Mathematikunterricht zu schaffen, gibt es ein umfangreiches **Kapitel zur Wiederholung** der grundlegenden Rechentechniken und aller mathematischen Grundlagen aus der Mittelstufe.



218 VI Grundwissen

1 Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen

Beispiele

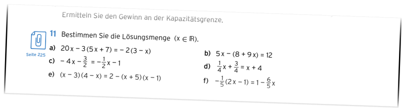
$[0; 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}$	alle reellen Zahlen von 0 bis 5, einschließlich 0 und 5
$[-2; 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 2\}$	alle reellen Zahlen zwischen −2 bis 2, ausschließlich −2 und einschließlich 2
$]1; 6[= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 6\}$	alle reellen Zahlen größer als 1 und kleiner als 6
$[1; \infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$	alle reellen Zahlen größer oder gleich 1

Geschlossenes Intervall: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Offenes Intervall: $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

Seite 210

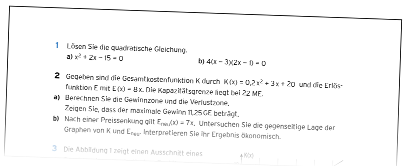
Die **Heftklammer** im Lehrbuch mit Seitenangabe weist auf einen entsprechenden Abschnitt im Kapitel Grundwissen hin.



Ermitteln Sie den Gewinn an der Kapazitätsgrenze.

11 Bestimmen Sie die Lösungsmenge ($x \in \mathbb{R}$).
a) $20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x)$ b) $5x - (8 + 9x) = 12$
c) $-4x - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x - 1$ d) $\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} = x + 4$
e) $(x - 3)(4 - x) = 2 - (x + 5)(x - 1)$ f) $-\frac{1}{3}(2x - 1) = 1 - \frac{6}{5}x$

Die Aufgaben **„Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse“** werden im Anhang ausführlich gelöst.



1 Lösen Sie die quadratische Gleichung.
a) $x^2 + 2x - 15 = 0$ b) $4(x - 3)(2x - 1) = 0$

2 Gegeben sind die Gesamtkostenfunktion K durch $K(x) = 0{,}2x^2 + 3x + 20$ und die Erlösfunktion E mit $E(x) = 8x$. Die Kapazitätsgrenze liegt bei 22 ME.
a) Berechnen Sie die Gewinnzone und die Verlustzone.
Zeigen Sie, dass der maximale Gewinn 11,25 GE beträgt.
b) Nach einer Preissenkung gilt $E_{neu}(x) = 7x$. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Graphen von K und E_{neu}. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis ökonomisch.

Inhaltsverzeichnis