

## Gestaltung und Physik: Einfache Gebäudestatik

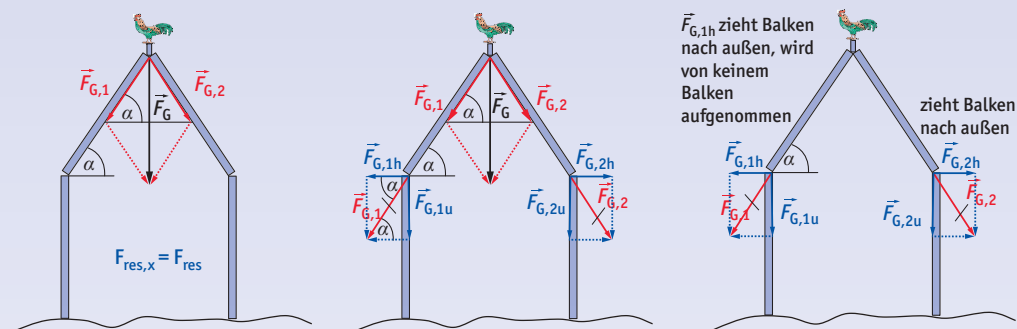
Stellen wir uns vor, wir haben ein zweidimensionales Haus mit Satteldach (Dachneigung  $\alpha = 30^\circ$ ) aus ganz speziellen Balken gebaut: Die Balken können nur auf Druck belastet werden, aber nicht auf Biegung. Außerdem haben sie kein Eigengewicht.

Auf den Dachfirst unseres zweidimensionalen Hauses setzt sich ein Vogel (mit der Masse  $m_V = 500\text{ g}$ ). An ihm greift die Gewichtskraft  $F_G = 5\text{ N}$  an. Welche Kräfte leitet er also in unser Tragwerk ein?

Am First müssen wir die Gewichtskraft des Vogels so zerlegen, dass jeder Sparren (das sind die Balken vom First zur Wand) nur auf Druck belastet wird.  $F_G$  wird also zerlegt in die Komponenten  $F_{G,1}$  und  $F_{G,2}$ .

Die können wir auch berechnen:

$$(2.88) \quad F_{G,2} = F_{G,1} = \frac{F_G}{\sin(\alpha)}$$



Mit Druckkräften kann unser Sparren prinzipiell umgehen, und wir gehen davon aus, dass auch die Größenordnung kein Problem für ihn darstellt. Der Sparren leitet die Kraft weiter bis zur Wand. Am Kontakt zwischen Sparren und Wand (betrachten wir der Einfachheit halber nur die linke Seite) müssen wir jetzt die  $F_{G,1}$  so in Komponenten zerlegen, dass nur Komponenten in Richtung des Balkenverlaufs vorliegen, da unsere Balken ja nur Druckkräfte vertragen. Eine Komponente ist offensichtlich. Wir nennen sie  $F_{G,1u}$ .

$$(2.89) \quad \frac{F_{G,1u}}{F_{G,1}} = \sin(\alpha) \Rightarrow F_{G,1u} = \sin(\alpha) \cdot F_{G,1}$$

Übrig bleibt noch eine Komponente  $F_{G,1h}$ .

$$(2.90) \quad \frac{F_{G,1h}}{F_{G,1}} = \cos(\alpha) \Rightarrow F_{G,1h} = \cos(\alpha) \cdot F_{G,1}$$

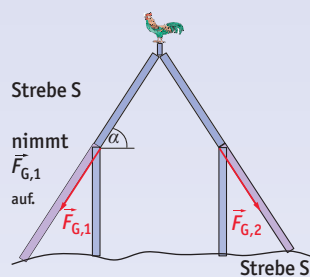
Weil es keinen Balken gibt, der diese Kraft als Druckkraft aufnehmen kann, kommt es zu einer der folgenden Konsequenzen:

- Die Wand „klappt“ nach außen, das Haus stürzt ein.
- Die Wand wird unten durch ein starkes Fundament am Wegklappen gehindert, dann bricht der Balken, denn er sollte ja nicht auf Biegung belastet werden. Das Haus stürzt ein.

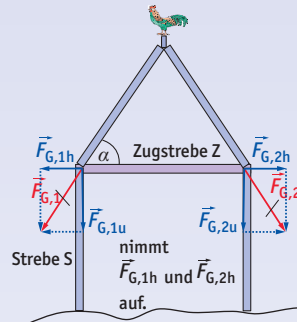
Abhilfe können wir beispielsweise auf folgende Art schaffen:

- Wir bauen eine Strebe S ein. Jetzt klappt die Kräftezerlegung, denn die Strebe S kann die bislang nicht aufgenommenen Druckkräfte aufnehmen! (Wir nennen das die gotische Methode)
- Wir bauen eine Zugstrebe Z ein. Unsere speziellen Balken erlaubten das nicht, aber ein Stahlband könnte helfen.
- Natürlich sind auch Variationen denkbar, beispielsweise mit einer kreuzweisen Verstrebung (die auch auf Zug belastet wird). So wird jede Wand am Wegklappen gehindert.

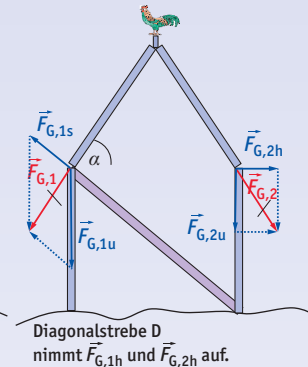
„Strebenmethode“



„Zugstrebenmethode“

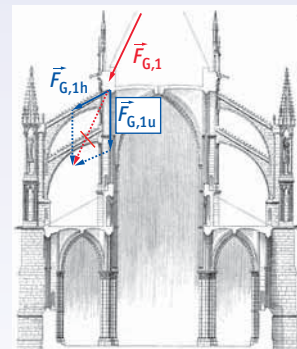


„Diagonalstrebenmethode“

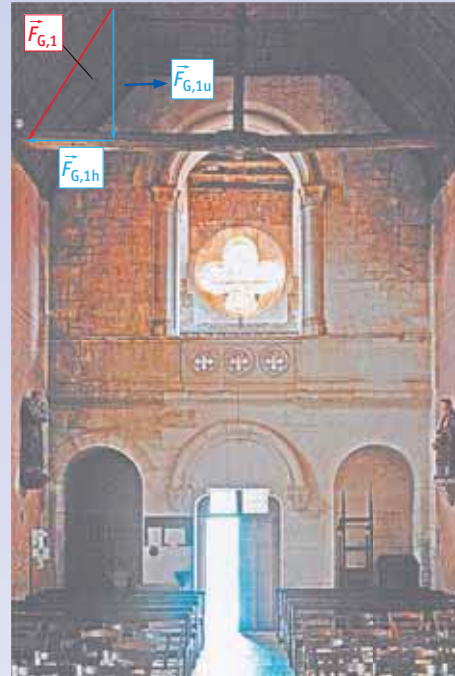


Jede Methode wurde schon (je nach Mode und je nach verfügbarem oder gewünschtem Baumaterial) einmal ausprobiert:

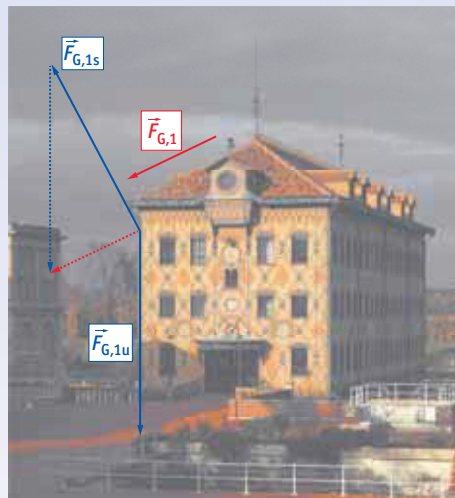
- In der Gotik: Man wollte nur Stein verwenden und konnte daher nur Druckbelastungen auffangen. Eine Zugstrebe im Innern war aus ästhetischen Gründen ausgeschlossen. Daher die charakteristischen Streben S außerhalb des Gebäudes. Rechts sehen Sie die Kathedrale von Reims.



- In der Romanik (und teils in der Frühen Gotik) waren flache Decken (die als Zugstreben funktionierten) oder sichtbare Zugstreben üblich: deutlich sieht man die horizontale Zugstrebe (die hier auch noch den First stützt) in der Kirche St. Martin de Vic (Abb. rechts). Aber die Methode kommt auch heutzutage noch zum Einsatz: Schlendern Sie durch ein Neubaugebiet. Sehen Sie die horizontalen Stahlbetongürtel? Der Stahl in diesen Stahlbetongürteln stellt die Zugstreben Z dar.



- Im Mittelalter: Holz kann auch auf Zug belastet werden. Daher waren kreuzweise Verstrebrungen (Fachwerk) möglich. Aber auch in der Neuzeit finden sich Beispiele für Diagonalstreben. Rechts abgebildet ist die Saulnier-Mühle der heute als Firmensitz von Nestlé Frankreich dienenden Menier-Schokoladenfabrik im französischen Noisiel im Osten von Paris. Die 1872 erbaute Mühle war das erste Gebäude der Welt mit einer sichtbaren Metallstruktur (die eben auch Diagonalstreben aufweist). Ebenfalls charakteristisch ist die Fassade aus schmuckvoll angebrachten Keramikkacheln.



Ein Statiker wird müde lächeln, denn es gibt keine Balken ohne Eigengewicht und neben Tauben auf dem Dachfirst gilt es, Wind von allen Seiten (sowie Schnee und vieles mehr) zu berücksichtigen. Aber die Nachricht ist hoffentlich trotzdem klar und deutlich: Vom Gebäude bis zum Motorradrahmen, vom Wohnzimmerregal bis zum Designer-Sofa: an jedem Eck, jeder Biegung, jeder Fügstelle findet eine Kräftezerlegung statt!

# 3 Bewegungslehre

## 3.1 Einfache Bewegung einer Punktmasse

Wir kennen ja jetzt die Ursache von Kräften. Im Folgenden wollen wir Situationen schaffen, in denen alle real existierenden Kräfte, die auf einen untersuchten Körper<sup>1</sup> wirken, vor Beginn des Experiments genau bekannt sind. Damit kennen wir auch die resultierende Kraft. Danach beobachten wir die Bewegung des Körpers. Wir tun dies zuerst mit dem Auge. In einem zweiten Schritt fertigen wir eine Tabelle an, in der wir den Ort des Körpers zu verschiedenen Zeitpunkten eintragen und werten diese aus.

Kräftefreie Bewegung; Video: Ball_rollt.xls										
t/s										
x/m										

Tab. 3.1: Das ist unsere Aufgabe: Für jede Bewegung müssen wir eine solche Tabelle ausfüllen.

Die Tabelle werden wir in diesem Buch (und Sie in der „Selbermach“-Box) mit einer Videokamera und dem Programm VIANA anfertigen. Im Unterricht ist der Weg zur Tabelle möglicherweise ein anderer: Mit einer Fahrbahn und Lichtschranken, mit dem Lehrmittelsystem CASSY oder eben doch mit VIANA (Freeware). Aber wenn Sie die Tabelle haben, ist die weitere physikalische Auswertung dieselbe – egal wie Sie die Tabelle erhalten haben.

Auswerten werden wir die Tabelle mit dem Computer und einer Tabellenkalkulation, z. B. *MS Excel* oder *Open Office Calc*. Auch hier gibt es Alternativen, z. B. die Auswertung mit einem Taschenrechner und einer Tabelle aus Papier – aber der physikalische Inhalt bleibt derselbe.

Wir beschäftigen uns als Erstes mit dem Handwerkszeug:  
VIANA und Tabellenkalkulation.

<sup>1</sup> Wir schreiben „Körper“ oder „Objekt“, denn das ist, was wir beobachten. Aber streng genommen gilt das, was wir am Ende herausfinden werden nur für ganz kleine Objekte, nämlich sogenannte **Punktmassen**. Eine Punktmasse ist ein Körper, der zwar eine Masse hat, aber doch so klein ist, dass seine Abmessungen nicht stören. Sogas kann sich nur ein Physiker ausdenken ...

## Exkurs: Arbeiten mit VIANA

### Grundlegendes

Stellen Sie sich vor, Sie haben einen Film von einer Bewegung gedreht: Eine Kugel rollt quer über den Bildschirm. Unser allererstes Ziel ist – wie bereits festgestellt – die Bewegung zu beschreiben: mit einer Tabelle, einer Kurve oder einer Gleichung. Alle mit derselben Frage als Gegenstand:

An welchem Ort ist der Ball zu welcher Zeit?

Ein Video hat den Vorteil, dass es in regelmäßigen Zeitabständen ein Bild der Bewegung umfasst. Natürlich könnte man jedes Bild des Videos ausdrucken und dann mit dem Lineal vermessen. Oder man filmt ein Lineal mit und liest dann die Koordinaten am Bildschirm ab. Aber viel weniger aufwendig ist es mit VIANA. VIANA steht für VideoANALyse und ist ein Programm, das an der Universität Essen (<http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/>) entwickelt wurde und dort auch zum Download zur Verfügung steht.

VIANA macht das Folgende:

- Jedes Mal, wenn Sie mit der linken Maustaste klicken, wird das nächste Bild im Video dargestellt (und VIANA merkt sich, welches Bild gerade dargestellt wird)
- Jedes Mal, wenn Sie mit der rechten Maustaste klicken, wird die Position des Mauszeigers (also die Koordinaten der Spitze) zusammen mit der aktuellen Bildnummer in eine Tabelle aufgenommen.

Wenn man jetzt noch vor diesen Schritten VIANA mitteilt, wie viele Bilder pro Sekunde der Film aufweist<sup>1</sup> und wenn man VIANA noch ein Koordinatensystem und einen Maßstab an die Hand gibt, dann liefert VIANA die Mausposition in Metern oder Zentimetern und die Zeit in Sekunden in einer Tabelle.

### Einlesen des Films



Nach dem Starten des Programms kann mit Anklicken der Schaltfläche „Film Laden“ eine Videodatei ausgewählt werden. Nach Öffnen der ausgewählten Videodatei ist links oben die Vorschau auf den Inhalt der Videodatei sichtbar, darunter befinden sich die aus anderen

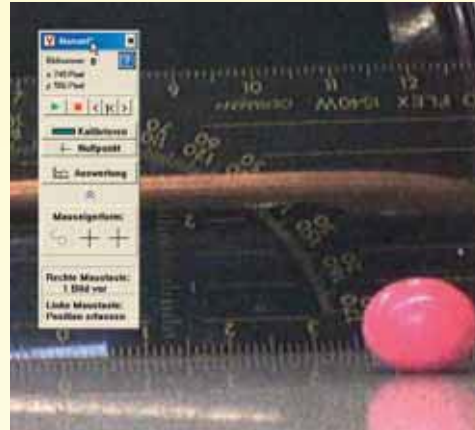
<sup>1</sup> fps – frames per second

Mediaplayern bekannten Bedienfelder. Wichtig: In diesem Bedienfeld befindet sich auch eine Eingabemöglichkeit für die Zahl der Bilder pro Sekunde, die die Kamera aufnimmt (auch fps – frames per second).

Wenn Sie diese fps nicht kennen, hilft das Kontextmenü „Eigenschaften“ im *Datei Explorer* oder das Programm *G-Spot*.

VIANA bietet die Möglichkeit, das Video automatisch auszuwerten.

Auf diese Möglichkeit gehen wir hier jedoch nicht ein. Klicken Sie die Option „manuelle Analyse“ an und das Video, welches Sie vorher nur in dem kleinen Vorschauenfenster sehen konnten, erscheint jetzt bildschirmfüllend.



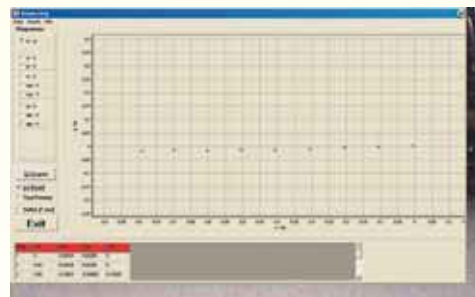
Jetzt ist die Zeit gekommen, sich mit VIANA über ein Koordinatensystem zu verständigen. Dabei funktioniert VIANA eigentlich selbsterklärend:

- Klicken Sie auf die Schaltfläche „Nullpunkt“ und Sie haben als nächstes die Möglichkeit, mit einem linken Mausklick den Koordinatenursprung im Bild festzulegen.
- Klicken Sie auf die Schaltfläche „Kalibrieren“ und Sie können mit Ihren nächsten beiden Mausklicks eine Strecke bekannter Länge markieren. Danach haben Sie die Möglichkeit, die Länge dieser bekannten Strecke einzugeben. Im hier gezeigten Auswertebispiel könnten Sie beispielsweise zuerst auf die Null des hinterlegten Geodreiecks, dann auf die Drei klicken. Als Länge dieser Strecke würden Sie dann 0,3 m eingeben.

Jetzt ist alles bereit zur Datenerfassung und die unteren Zeilen des schwebenden Eingabefensters verraten Ihnen, wie es geht:

- rechter Mausklick – nächstes Bild,
- linker Mausklick – die Position der Maus wird abgespeichert.

Sie können sich jetzt also mit wechselnden rechten und linken Mausklicks durch die Datenanalyse vorarbeiten. Am Ende bringt Sie ein Klick auf die Schaltfläche „Auswertung“ in das Auswertefenster. Am unteren Rand des Auswertefensters finden Sie eine Tabelle mit allen erfassten Daten. Links oben können Sie aus verschiedenen Diagrammartentypen wählen.



Wir setzen die Datenauswertung außerhalb von VIANA fort und wählen deshalb den Datenexport. Bei Export zu *Excel* öffnet sich *Microsoft Excel*<sup>®</sup> automatisch mit den Daten. Wenn Sie die Arbeit mit einer anderen Tabellenkalkulation bevorzugen, so bietet VIANA die Möglichkeit, die Daten im csv-Format<sup>1</sup> zu exportieren. Dieses Format können alle anderen Tabellenkalkulationen einfach importieren.

### Hilfe

VIANA bietet einige Hilfsfunktionen innerhalb des Programms. Zusätzliche Hilfe finden Sie beispielsweise auf der Internetseite des Instituts für Didaktik der Physik der Essener Universität, von denen dieses Programm auch stammt:

*<http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/hilfe/>*

Ab und zu taucht das Problem auf, dass die Kamera kein AVI erzeugt, oder ein AVI mit einem für VIANA unbekanntem Codec.

- Neben vielen anderen Möglichkeiten gibt es die Möglichkeit, aus einer anderen Video-Datei ein AVI mithilfe des Programms *XMedia Recode* zu erzeugen.
- Wenn Sie über eine AVI-Datei verfügen, die VIANA nicht öffnen kann, ist es hilfreich, zuerst ein aktuelles Codec-Pack zu installieren, danach das AVI mithilfe des Programms *VirtualDub* (gibt es auch als portables Programm) noch unter Nutzung der neu installierten Codecs zu konvertieren.

---

<sup>1</sup> csv = comma separated values

## 3.2 Bewegung in einer Dimension

### 3.2.1 Die „kräftefreie Bewegung“

Wir behandeln hier zwar im Text ein Experiment, seine Auswertung und die daraus aufbauende Theorie, aber Sie sollten sich über zwei Dinge im Klaren sein:

- Dass die Theorie nicht aus dem einen hier geschilderten Experiment folgt, sondern aus der Vielzahl von bereits durchgeführten Experimenten mit gleicher Zielsetzung und gleichem Ergebnis. Wir haben hier ganz bewusst nicht das genaueste, sondern das anschaulichste Experiment gewählt.
- Dass Lesen besser ist als Nichtlesen, aber Selbermachen viel, viel besser ist als Lesen!

Daher beginnen wir dieses Kapitel gleich mit einer „Selbst machen-Box“:

#### Selbst machen: Filmen Sie selbst eine kräftefreie Bewegung

Wie man eine Bewegung ohne resultierende äußere Kraft realisiert, wissen Sie schon aus dem Kapitel über Kräfte.

Wir haben gelernt, dass beispielsweise eine Billardkugel, die über den Tisch rollt, näherungsweise eine kräftefreie Bewegung ausführt („näherungsweise“ deshalb, weil möglicherweise eine kleine Reibungskraft ohne Gegenkraft bleibt). Natürlich kann man diese Bewegung noch besser an das Ideal der Kräftefreiheit annähern, indem man die Unterlage etwas schräg stellt, sodass die Hangabtriebskraft gerade die Reibungskraft ausgleicht.

Filmen Sie eine solche Bewegung.

Bevor Sie sich ans Werk machen, sollten Sie einige Vorüberlegungen anstellen und möglicherweise auch etwas mit der Kamera experimentieren. Dokumentieren Sie diese Überlegungen mit einigen Notizen. Halten Sie in diesen Notizen auch alles fest, wie sie das Experiment dann letzten Endes tatsächlich durchgeführt haben.

Erinnern Sie sich zurück, wie eine wissenschaftliche Veröffentlichung aufgebaut ist. Im ersten Teil wird oft das Experiment beschrieben. Dort schreibt der Autor, warum er sein Experiment so und nicht etwa anders ausgeführt hat. Überlegen Sie sich also, wie man den besten Film für die spätere Arbeit mit Viana erzeugt und drehen Sie einen Film.

Drei Arbeitsergebnisse sollten am Ende Ihres Experimentes stehen:

- ein Laborbuch (ein bis zwei Seiten)
- ein Entwurf für das Kapitel „Experiment“ einer Veröffentlichung
- ein oder zwei Filme



### Unser Experiment

Betrachten wir einen Massenpunkt (hier experimentell durch eine Billardkugel realisiert) auf einer harten, ebenen Unterlage. An dieser Billardkugel greifen zwei Kräfte an: Zum einen die Gewichtskraft  $\vec{F}_G$ , welche vertikal nach unten zeigt. Mit dieser Kraft drückt der Massenpunkt auf die Unterlage. Wegen Actio – Reactio übt die Unterlage eine betragsmäßig gleiche, jedoch entgegengesetzte Kraft  $\vec{F}_U$  auf den Ball aus. Weitere real existierende Kräfte, welche an dem Massenpunkt angreifen, gibt es nicht. Die Resultierende aus den hier benannten Kräften ist null.<sup>1</sup> Dies gilt unabhängig davon, ob sich der Massenpunkt in Ruhe befindet oder ob er in Bewegung ist.

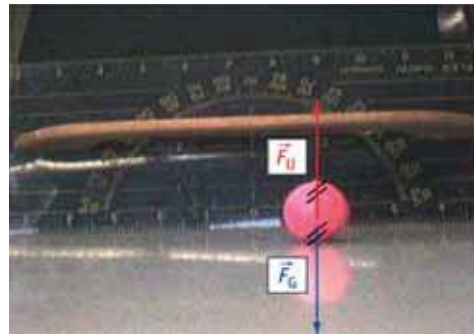


Abb. 3.1: Kräftefreie Bewegung

Beobachten wir also die Bewegung der Kugel: Zuerst stellen wir fest, dass sich die Kugel auf einer Geraden bewegt. Die Kurve, die ein Objekt während seiner Bewegung durchläuft, nennen wir **Bahnkurve** oder **Trajektorie** (lat. *iacere* – werfen). Auch ohne genaue Analyse erkennen wir sofort:<sup>2</sup>

**Die Trajektorie (Bahnkurve) der kräftefreien Bewegung ist eine Gerade.**

### Definition eines Koordinatensystems

Nachdem wir wissen, welche Form die Bahnkurve bei einer Bewegung ohne äußere Kraft hat, wollen wir uns als Nächstes damit befassen, wie diese Bahnkurve durchlaufen wird. Mit „wie“ meinen wir: „Wann ist die Billardkugel wo auf der Bahnkurve?“ In anderen Worten: Wir suchen nach dem Ort (Zeit)-Gesetz.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Wir nennen von jetzt ab eine Bewegung „kräftefrei“, wenn die Resultierende aller angreifenden real existierenden Kräfte der Nullvektor ist.

<sup>2</sup> Zwar ist es jetzt (noch) nicht im Mittelpunkt unseres Interesses, aber wir notieren schon mal im Geist: Auch die Umkehrung gilt: Wenn ein Körper keine geradlinige Bewegung ausführt, greift eine Kraft an!

<sup>3</sup> Die physikalische Größe „Ort“ ist eine Funktion der physikalischen Größe „Zeit“. Daher benutzen wir die Schreibweise Ort (Zeit), ebenso wie Sie in der Mathematik die Schreibweise  $f(x)$  benutzen. Ab und zu sehen Sie in der Literatur auch die Schreibweise Ort-Zeit-Gesetz oder – seltener – die Schreibweise Zeit-Ort-Gesetz. Damit ist dasselbe gemeint. Manchmal ist in der Bewegungslehre auch von einem Weg (Zeit)-Gesetz die Rede. Das ist eng verwandt aber nicht genau dasselbe. Ich werde auf diesen Unterschied in einem der folgenden Kapitel eingehen.

Um den Aufenthaltsort der Billardkugel zu beschreiben, müssen wir ein Koordinatensystem einführen. Da wir schon erkannt haben, dass eine Bewegung ohne äußere Kraft immer auf einer geraden Linie verläuft, braucht unser Koordinatensystem nur eine einzige Achse, die wir x-Achse nennen. Den Punkt  $x = 0$  (den Koordinatenursprung) legen wir dorthin, wo sich die Billardkugel befindet, wenn wir anfangen, die Bewegung zu beobachten. Die x-Achse soll immer in die Richtung der Bewegung zeigen. Läuft die Bewegung nach links, zeigt auch die x-Achse nach links.<sup>1</sup> Die Zeitmessung beginnt, wenn wir beginnen, die Bewegung zu beobachten, d. h. zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

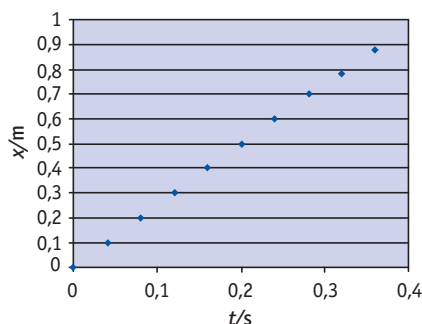


Abb. 3.2:  $x(t)$ -Schaubild für die kräftefreie Bewegung

### Ort (Zeit)-Tabelle

Nach diesen anfänglichen Festlegungen sind wir nun in der Lage, eine Tabelle zu erstellen, bei der in der ersten Spalte eine Reihe von Zeitpunkten vorgegeben ist und in deren zweiter Spalte wir notieren, welche x-Koordinate den Ort der Billardkugel zu dieser Zeit beschreibt. Um zu einer solchen Tabelle zu kommen, haben wir die Bewegung der Billardkugel gefilmt und hinter der Billardkugel die Koordinatenachse in Form eines Geodreiecks mitgefilmt. Dies ermöglicht es uns, den Film Bild für Bild zu betrachten und in jedem Bild die Position der Kugel abzulesen und in die Tabelle einzutragen. Das ist eine mühsame und obendrein nicht sehr genaue Methode, aber sie ist sehr anschaulich. Sie selbst können das etwas besser machen, indem Sie eine kräftefreie Bewegung zuerst filmen (vorhergehende „Selbst machen“-Box) und dann die Tabelle automatisiert mithilfe des Computerprogramms (VIANA) erstellen (die nächste „Selbst machen“-Box). Wie schon am Eingang dieses Kapitels erwähnt, gibt es natürlich auch andere Methoden, zu solch einer Tabelle zu kommen.

Wir haben die Tabelle auf dem Computer in ein Tabellenkalkulationsprogramm eingetragen. Das Anlegen der Tabelle in einem Tabellenkalkulationsprogramm hat gegenüber einer Tabelle auf Papier den Vorteil, dass man die Tabelle weiterentwickeln kann: Wir werden immer weitere Spalten einfügen, mit welchen wir die Daten aus der Tabelle auswerten und interpretieren.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Später kehrt die Bewegung während des Beobachtungszeitraums um. Dann geht das nicht mehr, dass die x-Achse immer in Bewegungsrichtung zeigt. Wir lernen rechtzeitig, wie wir dann damit umgehen.

<sup>2</sup> Die Tabelle finden Sie auch auf der CD zum Buch. Übrigens: Wenn Sie selbst eine Tabelle machen, ist es übersichtlicher, Spalten anstelle von Zeilen zu verwenden (wie wir es bei diesen Daten auch gemacht haben). Wir haben die Zeilen nur aus drucktechnischen Gründen gewählt.

**Selbst machen: Analyse der kräftefreien Bewegung mithilfe von VIANA**

Jetzt wird es ernst: Nehmen Sie Ihren selbst gedrehten Film und erstellen Sie daraus eine Tabelle, mit den beiden Spalten Ort (also x-Koordinate in m) und Zeit (in s). Wie man VIANA bedient, wissen Sie aus den ersten Seiten dieses Kapitels. Wenn Sie keinen eigenen Film haben, finden Sie einen auf der CD zum Buch („Ball\_rollt.avi“). Als Ergebnis sollten Sie Folgendes erreichen:

- Eine Ort (Zeit)-Tabelle im Format wie Sie es in Tab. 3.1 sehen, basierend auf Ihren Videodaten.
- Eine grafische Darstellung dieses Tabelleninhalts, wie Sie es beispielsweise in Abb. 3.2 sehen.

**Ort (Zeit)-Diagramm**

Als erstes stellen wir einfach die Daten aus der Tab. 3.2 grafisch dar. Hierbei wird die Zeit  $t$  auf der horizontalen Achse aufgetragen (also dort, wo Sie in der Mathematik die x-Achse zeichnen) und der Ort der Billardkugel (also die x-Koordinate der Billardkugel) auf der vertikalen Achse. Das Schaubild des Ort (Zeit)-Gesetzes<sup>1</sup> hat eine ganz bestimmte Form (Abb. 3.2):

**Das Ort (Zeit)-Diagramm für eine kräftefreie Bewegung ist eine Gerade.**

Wenn man das  $x(t)$ -Diagramm ganz genau anschaut, sieht man natürlich noch kleine Abweichungen; die Punkte liegen nicht exakt auf einer Geraden. Aber im Rahmen der Messgenauigkeit und wenn wir uns das KISS-Prinzip wieder in Erinnerung rufen<sup>2</sup>, dann dürfen wir schon davon ausgehen, dass die Punkte auf einer Geraden liegen.

**Die Geschwindigkeit**

Das Besondere an einer Geraden ist, dass die Steigung überall gleich ist. Daher liegt es nahe, dieser Steigung einen eigenen Namen und ein eigenes Formelzeichen zu verleihen. Die Steigung hat die Dimension „Ortsänderung pro Zeitintervall“, was unserer begrifflichen Vorstellung von „Geschwindigkeit“ entgegenkommt: Mit höherer Geschwindigkeit ändert sich der Ort in gleichen Zeitabschnitten stärker! Wir definieren die Geschwindigkeit<sup>3</sup> (vorerst) als

$$(3.1) \quad v = \frac{\text{Differenz der Ortskoordinaten}}{\text{Differenz der Zeiten}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dem  $\Delta$ -Symbol („Delta“) werden Sie noch häufiger begegnen:

$$(3.2) \quad v = \frac{\text{Differenz der Ortskoordinaten}}{\text{Differenz der Zeiten}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

1 Anstelle von „Schaubild des Ort (Zeit)-Gesetzes“ (was mathematisch korrekt wäre) schreiben wir in Zukunft einfach Ort (Zeit)-Diagramm.

2 Keep it simple, salesman!

3  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  ist also eine Definition und kein Naturgesetz!

# 5. Optik I: Licht und Farbe

## 5.1 Was ist Licht?

Diese Frage ist gar nicht so einfach zu beantworten. Drei Modelle stehen zur Verfügung:

### Das Strahlenmodell

Licht kommt als Strahl aus einer Lichtquelle wie ein Wasserstrahl aus einem Wasserhahn oder einem Schlauch. Woraus der Strahl besteht, ist im Rahmen dieses Modells irrelevant. Aus dem täglichen Leben wissen wir: Ein Lichtstrahl breitet sich geradlinig aus (im Gegensatz zum Wasserstrahl, der eine Wurfbewegung durchführt – das deutet schon einmal darauf hin, dass die Strahlen aus extrem leichten oder gar aus masselosen Teilchen bestehen müssen).

Eine Sorte Materialien (Glas, Wasser, Diamant, ...) kann der Strahl anscheinend ungestört durchdringen, durch andere Materialien (Holz, Eisen, Beton, ...) geht der Strahl nicht durch.<sup>1</sup>

### Das Wellenmodell

Betrachten wir einen Teich mit einer Plastikente. Wird ein Steinchen in die Oberfläche geworfen, so breiten sich auf der Oberfläche Wellen aus – soviel ist schon aus der täglichen Lebenserfahrung bekannt. Um so richtig zu verstehen, wie sich die Wasserteilchen bewegen, kann man – unter anderem – zwei Sachen unternehmen:

- Man kann sich an den Rand des Teichs setzen und die Ente beobachten. Sie wird von den Wellen auf und ab bewegt. Diese zeitliche Auf- und Abbewegung kann man in einem  $h(t)$ -Diagramm festhalten.  $h$  ist die Höhe des momentanen Wasserspiegels, gemessen vom Wasserspiegel des Teichs ohne Wellen,
- Man kann aber auch ein Foto machen. Aus dem Foto kann man dann den Wasserspiegel an jedem Ort  $x$  zur gleichen Zeit herauslesen. Wir erhalten ein  $h(x)$ -Diagramm.

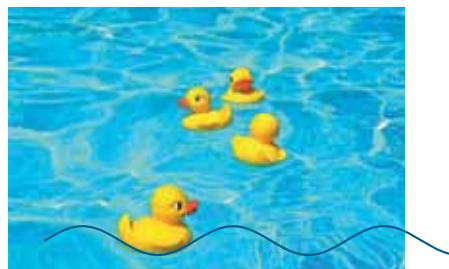


Abb. 5.1: Ente auf einem Teich mit Wellen

<sup>1</sup> Später erkennen wir, dass dieses Modell doch etwas zu einfach ist. Durch eine dicke Glasplatte geht Licht nur noch zu einem geringen Teil durch, durch eine dünne Metallplatte jedoch kann Licht noch durchgehen.

$h$  ist die Höhe des Wasserspiegels,  $x$  ist eine Ortskoordinate auf dem Wasserspiegel.  
Würde man das Foto nochmals etwas später anfertigen, so wären die Wellenberge und die Wellentäler an einem anderen Ort. Die Welle ist fortgeschritten.

So erreichen wir ein erstes Verständnis, was eine Welle ist: Eine Welle ist ein Phänomen, bei dem etwas (der sogenannte Wellenträger) schwingt – und zwar sowohl in der Zeit als auch im Raum. Drei wichtige Kenngrößen für die Welle kann man sich an diesem einfachen Beispiel veranschaulichen:

- Die Zeit, die vergeht, bis die Ente ausgehend von einem Berg in ein Tal sinkt und dann vom nächsten Wellenberg wieder angehoben wird, nennen wir die Periodendauer  $T$ .
- Die Zahl der vollständigen Ab- und Aufbewegungen, die die Ente in einer Sekunde durchführt (gerade der Kehrwert der Periodendauer), nennen wir die Frequenz  $f$ .
- Den Abstand zwischen zwei Wellenbergen nennen wir die Wellenlänge  $\lambda$ .

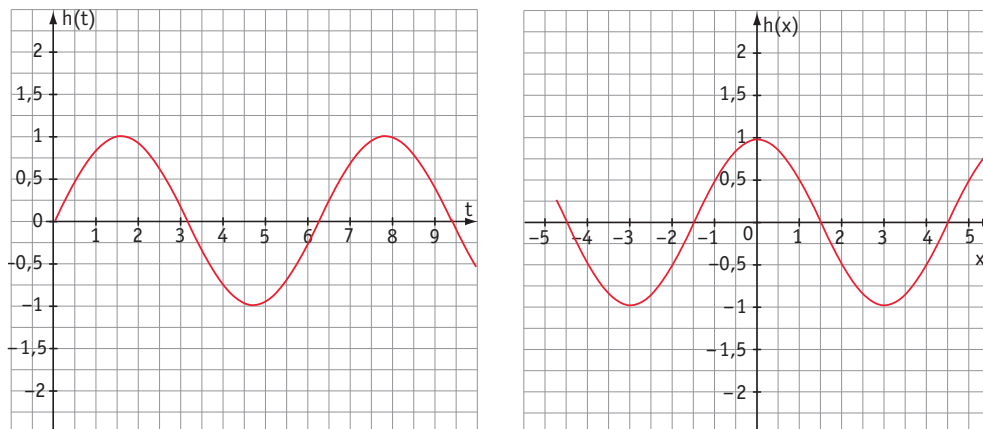


Abb. 5.2:  $h(t)$ -Diagramm und  $h(x)$ -Diagramm für den Wasserspiegel.

### Das Teilchen-(Quanten-)modell

Die Idee, dass Licht aus Teilchen besteht, ist nicht neu. Sie war zu Newtons Zeiten breit akzeptiert, wurde dann jedoch zugunsten des Wellenmodells zurückgedrängt.

Allerdings führte der experimentelle Befund, dass rotes Licht, egal, wie hell es scheint, kein Elektron aus einer Zinkplatte herauslösen kann<sup>1</sup>, zu einer Renaissance der Teilchentheorie. Denn bei einer Welle steckt die Energie in der Amplitude. Dann müsste ja Licht, wenn man es nur hell genug macht, irgendwann auch den Photoeffekt bewirken können.

Ich ahne schon: Sie denken jetzt: „Klasse. Stellt man eine einfache Frage, und man kriegt eine völlig unnütze Antwort. Was *ist* Licht jetzt?“. Leider gibt es darauf keine einfache

<sup>1</sup> Das nennt man den Photoeffekt. Solarzellen benutzen ihn beispielsweise. Das oben geschilderte Experiment beschreibt den **äußeren Photoeffekt**, bei dem das Elektron wirklich die Zinkplatte verlässt. Solarzellen benutzen den **inneren Photoeffekt**, bei dem das Elektron nur sein Atom verlässt (untechnisch gesprochen, eigentlich sollte man statt Atom „Ausgangszustand“ sagen) und einen anderen Zustand einnimmt, aber im Siliziumkristall bleibt.

Antwort. Je nachdem, was man für ein Experiment durchführt oder welches Phänomen man beobachtet, drängt sich eine andere Beschreibung auf. Manchmal passen auch zwei oder alle drei Modelle. Wir fassen als Startpunkt alle Experimente/Phänomene in einer großen Übersichtstabelle zusammen. Einige der Effekte kennen Sie aus dem täglichen Leben, andere sind Ihnen möglicherweise neu.

Experimente/Phänomen	Strahl	Welle	Teilchen/Quanten
Schattenwurf	x	x	x
Wenn die Sonne stärker scheint, wird es im Zimmer hinter einem Fenster wärmer.	Nein	x	
Hinter einem Fenster wird man nicht braun, egal wie hell die Sonne scheint.	Nein	Nein	x
Reflexion von Licht	x	x	x
Brechung von Licht	x	x	x
Beugung von Licht	Nein	x	Nein
Dispersion		x	x
Licht kann polarisiert werden.	Nein	x	Nein
Interferenz	Nein	x	Nein
Beugung und Interferenz am Spalt	Nein	x	Nein
Photoeffekt	Nein	Nein	x
Spektrallinien eines verdünnten Gases	Nein	Nein	x

Tab. 5.1: Experimente/Phänomene mit Licht erfordern verschiedene Modelle.

Kreuz: Der Effekt und das Modell sind kompatibel.

„Nein“: Der Effekt und das Modell sind inkompatibel.

Lücke: der Effekt erlaubt keine Folgerung bezüglich des Modells.

Wenn es also in einer Zeile nur ein Kreuz gibt, dann erfordert der Effekt in dieser Zeile *zwingend* ein bestimmtes Modell.

Wenn Sie die Kapitel zur Optik durchgearbeitet haben, kehren wir wieder zu dieser Tabelle zurück und es kommt Ihnen schon viel mehr bekannt vor! Leider würde die Behandlung aller Effekte, die in der Tabelle aufgeführt sind, den Rahmen des Buchs sprengen. Aber auch ohne zu wissen, was sich hinter jedem einzelnen der Phänomene verbirgt, erkennen wir aus der Tabelle zweierlei:

- Je nachdem, was man für ein Experiment macht, kommt man zu einem anderen Modell für Licht.
- Wenn man alle Experimente durchführt, passt keines der drei Modelle.

Das klingt ja merkwürdig. Ist Licht etwa von allem ein bisschen? Wie man etwas beschreibt<sup>1</sup>, das Welle, Teilchen und Strahl zusammen sein soll, ist eine der größten Herausforderungen, welche die Physik bietet – selbst für Physiker, die schon lange im

<sup>1</sup> und sich etwas vorstellt!

### 5.4.3.2 Warum ist Gold golden?

Berechnen wir die Reflektanz von Gold nach der gleichen Methode wie wir bereits die Reflektanzen von Silber und Aluminium berechnet haben, so erkennen wir, dass Gold zwar ebenfalls eine sehr hohe Reflektanz aufweist, jedoch nicht im gesamten sichtbaren Spektralbereich, sondern nur für die Farben Grün, Gelb und Rot.

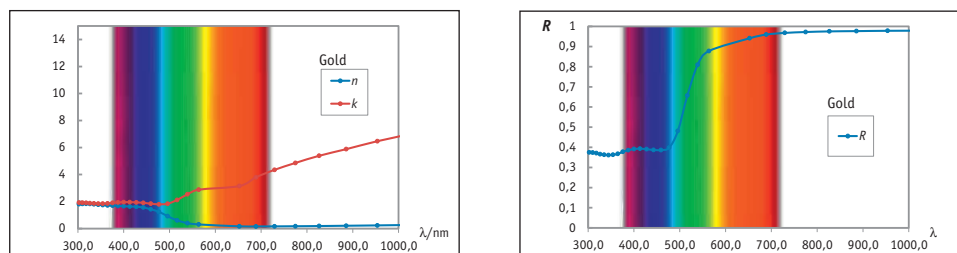


Abb. 5.65: Brechungsindex  $n$  und Absorptionskoeffizient  $k$  (links) sowie Reflektanz  $R$  (rechts) von Gold.

Damit erklärt sich sowohl der metallische Glanz, als auch der gelbliche Schimmer, denn Grün und Rot ergeben additiv gemischt Gelb.

### 5.4.3.3 Warum glänzt Kupfer rötlich?

Wieder greifen wir auf die etablierten Werte des Brechungsindex  $n$  und des Extinktionskoeffizienten  $k$  aus der bereits bekannten Quelle [www.refractiveindex.info](http://www.refractiveindex.info) zurück und lesen Sie in unsere Kalkulationstabelle ein. Die berechnete Reflektanz haben wir in Abb. 5.66 dargestellt. Auch Kupfer hat eine hohe Reflektanz, aber nur im roten und – jedoch schon abfallend – im gelben Spektralbereich. Deshalb glänzt Kupfer rötlich.

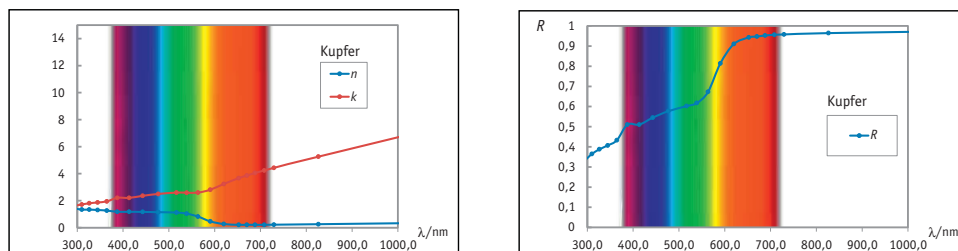


Abb. 5.66: Brechungsindex  $n$  und Absorptionskoeffizient  $k$  (links) sowie Reflektanz  $R$  (rechts) von Kupfer.

Was wir jetzt anhand einiger Beispiele gelernt haben, fassen wir nochmals zusammen:

Bei stark absorbierenden und wenigstens mäßig gut reflektierenden Materialien bestimmt das Reflektanzspektrum den Farbeindruck.

### 5.4.6.2 Warum ist ein Diamant durchsichtig?

Mit Diamanten verhält es sich ähnlich wie mit Wasser: Im sichtbaren Spektralbereich ist der Extinktionskoeffizient extrem klein. Daher ist der Diamant durchsichtig. Der Extinktionskoeffizient ist so klein, dass in der wissenschaftlichen Literatur oft  $k = 0$  angenommen wird (siehe Abb. 5.72).

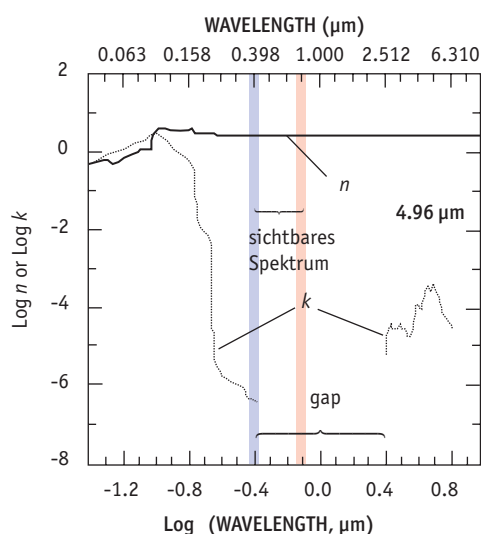


Abb. 5.72: Extinktionskoeffizient  $k$  und Brechungsindex von Diamant

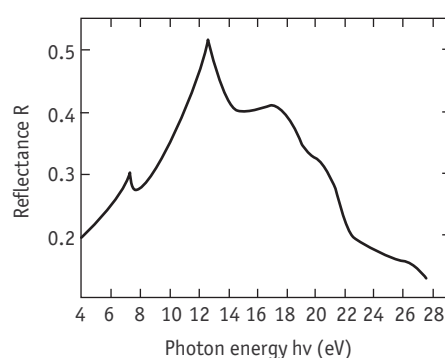


Abb. 5.73: Reflektanz von Diamant. Beachten Sie: 6 eV entsprechen der doppelten Frequenz von sichtbarem blauem Licht. Sichtbares Licht wird also etwas stärker reflektiert als von Glas oder Wasser aber bei weitem weniger als von einem Metall.

Den Bereich, in dem kein Licht absorbiert wird, nennen wir „*gap*“ (englisch für Lücke, der Grund für diese Namensgebung wird nach näherer Beschäftigung mit Festkörperphysik klar). Die Reflektanz einer Diamantoberfläche im sichtbaren Spektralbereich beträgt 10 bis 20%, sie ist also eher mit Glas oder Wasser vergleichbar als mit einem Metall.

Zusammenfassend stellen wir also fest, dass Diamant im gesamten sichtbaren Spektralbereich wenig Licht reflektiert und gar kein Licht absorbiert. Ein solches Material erscheint also in diesem Frequenzbereich transparent.

Diamant ist nicht das einzige Material mit einem solchen *gap*. Kochsalz, Quarz, Plexiglas sind einige Beispiele für Materialien, die ein *gap* aufweisen, das so groß ist, dass diese Materialien für den gesamten sichtbaren Spektralbereich transparent erscheinen. Andere Materialien, wie beispielsweise Silizium oder Galliumarsenid verfügen zwar über ein *gap*, sind jedoch nur für einen kleinen Teil des sichtbaren Spektralbereichs (oder gar nur im Infrarot) transparent.



### 5.4.6.3 Warum funkelt ein Diamant?

Wir haben gerade schon festgestellt, dass Diamant eigentlich nicht besonders viel Licht reflektiert. Worin beruht also dann sein Funkeln? Im Wesentlichen gibt es zwei Faktoren, welche hierzu beitragen:

- Nicht die Vorderseite reflektiert einen Großteil des Lichts, sondern die Rückseite. Zu diesem Zweck wird die Rückseite so geschliffen, dass Totalreflexion eintritt.
- Die Totalreflexion wird dadurch noch betont, dass man durch den Schliff weitere Zonen schafft, in welchen keine Totalreflexion eintritt.

Um dieses Prinzip zu konkretisieren, betrachten wir Abb. 5.74:

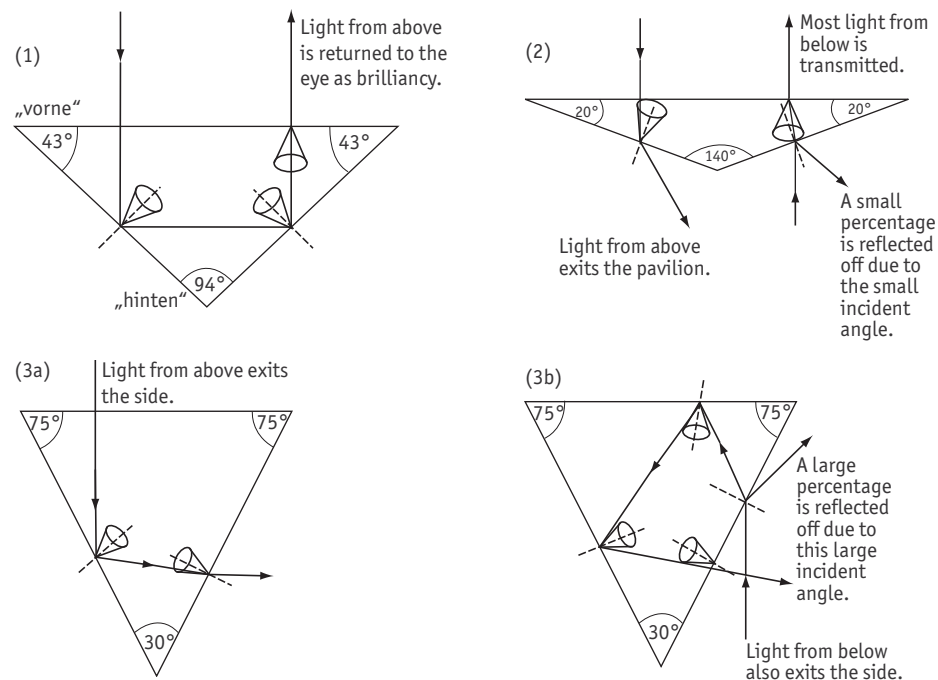


Abb. 5.74: Durch den passenden Schliff brilliert der Diamant: Er schickt das Licht wieder in die Einfallsrichtung zurück.

(1) Die Rückflächen des Steins ( $n = 1,5$ ) werden unter einem Winkel von  $43^\circ$  geschliffen. Licht, das von vorne kommt, wird zweimal total reflektiert und kommt zum Betrachter zurück (wenn Licht innerhalb der kleinen Kegel auf eine Oberfläche trifft, wird es *nicht* total reflektiert). Durch den relativ langen Weg im Kristall bekommt der Stein etwas Farbe. Farbige Brillanz ist die Folge.

(2) Die Rückflächen des Steins ( $n = 1,5$ ) werden unter einem Winkel von  $20^\circ$  geschliffen. Licht, das von vorne kommt, wird auf der Rückseite durchgelassen. Licht, das von hinten kommt, wird auf die Vorderseite durchgelassen. (ein sog. Fenster)

(3a, b) Die Rückflächen des Steins ( $n = 1,5$ ) werden unter einem Winkel von  $75^\circ$  geschliffen. Licht, das von vorne kommt, wird auf der Seite durchgelassen. Licht, das von hinten kommt, ebenfalls. Für den Betrachter auf der Vorderseite erscheint die Vorderseite relativ dunkel (engl. *extinction*).

Die kleinen Kreise geben den Bereich an, innerhalb dessen Licht nicht totalreflektiert wird.

### 5.4.7 Warum ist Milch weiß?

Streuung an der rauhen Oberfläche eines Körpers haben wir bereits erwähnt. Nicht nur an der Oberfläche eines Festkörpers kann Streuung auftreten, auch im Innern eines Körpers kann dieser Effekt auftreten. Sie alle kennen diesen Effekt vermutlich: Tritt ein Lichtstrahl in einen dunklen Raum, so kann man diesen Lichtstrahl zuerst einmal nicht sehen. Erst wenn in dem Raum Staub aufgewirbelt wird, oder wenn zum Beispiel Rauch in den Lichtstrahl hineingeblasen wird, kann man den



Abb. 5.85: Ein Lichtstrahl in einem abgedunkelten Raum

Lichtstrahl sehen. Das liegt daran, dass die einzelnen Rauchpartikel oder Staubpartikel das Licht von seinem vorgesehenen Weg ablenken, sodass es doch in das Auge eines neben den Lichtstrahl stehenden Betrachters fällt. Man spricht von **Streuung**.

Versuchen wir, Streuung mikroskopisch zu verstehen. Wir können die Staubpartikel einfach als in der Luft schwebende Kügelchen modellieren. An der Grenzfläche zwischen Luft und Staubpartikel gelten die uns schon gut bekannten Reflexions- und Brechungsgesetze. Es wäre ein furchtbar mühsames Unterfangen, jetzt 100 Strahlengänge in Abb. 5.87 einzuzichnen. Und selbst dann wären wir noch lange nicht fertig! Aber hier hilft uns ein Plausibilitätsargument: Fast alle denkbaren Durchmesser der Staubkörner kommen vor, ebenso fast jeder denkbare Einfallswinkel. Und so passiert es, dass jede im einfallenden Licht vorhandene Lichtwellenlänge in jede mögliche Richtung abgelenkt wird oder – wie der Physiker sagt – gestreut wird. Weil jede vorhandene Lichtwellenlänge gleichermaßen gestreut wird, ist das Streulicht weiß, wenn das einfallende Licht weiß ist.

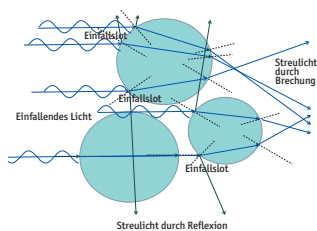


Abb. 5.86: Lichtstrahlen treffen auf zufällig angeordnete Kügelchen



Abb. 5.87: Streuung in einem Behälter mit Milch



Abb. 5.88: Streuung in einer Wolke

Im täglichen Leben begegnet uns weißes Streulicht täglich:

- In Milch schweben viele Fetttröpfchen in einer wässrigen Lösung. Sie streuen das Licht und sorgen dafür, dass die Milch weiß scheint.

- Wolken bestehen aus schwebenden Wassertröpfchen, die wiederum das Licht streuen, sodass die Wolke weiß scheint.

Die uns inzwischen wohl bekannten Gesetze für Brechung und Reflexion gelten allerdings nicht mehr, wenn das Licht auf Hindernisse trifft, die deutlich kleiner sind als eine Wellenlänge. Warum das so ist, können wir im Rahmen dieses Kurses nicht erklären, aber wir können wenigstens ein Experiment dazu machen.

Wir versuchen, Lichtstreuung an Milch zu beobachten, jedoch nicht an reiner Milch, sondern an extrem verdünnter Milch (2–3 Tröpfchen pro Liter). Bei dieser starken Verdünnung gibt es nämlich erstens weniger Fetttröpfchen im Wasser und zweitens sind die Fetttröpfchen sehr klein.



Abb. 5.89: Streuung in einem Behälter mit extrem verdünnter Milch  
links: der Versuchsaufbau  
Mitte: Blick in Richtung der Lichtquelle  
rechts: Blick quer zur Ausbreitungsrichtung des Lichts

Und wir beobachten etwas hoch Interessantes: schauen wir durch den Behälter in Richtung Lichtquelle, so erscheint die Milch leicht rötlich. Schauen wir von der Seite auf den Behälter mit der verdünnten Milch, so hat die Milch einen leichten Blaustich. Das kommt von der Lichtstreuung. Wenn nämlich die streuenden Teilchen kleiner sind als die Lichtwellenlänge, so wird blaues Licht stärker gestreut als rotes Licht<sup>1</sup>.

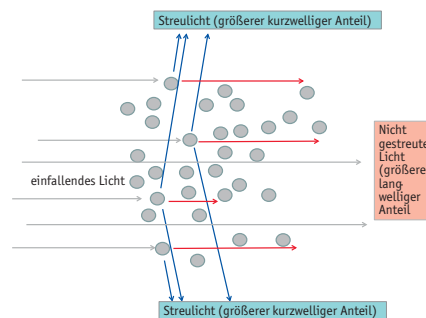


Abb. 5.90: Licht trifft auf zufällig angeordnete kleine Kügelchen.

Für die unterschiedlichen Arten der Lichtstreuung hat die Physik unterschiedliche Namen parat:

<sup>1</sup> Um genau zu sein ist die Wahrscheinlichkeit für die Streuung umgekehrt proportional zur vierten Potenz der Lichtwellenlänge  $\lambda^4$ . Die Wellenlänge von blauem Licht beträgt ungefähr 450 nm, die Wellenlänge von rotem Licht beträgt ungefähr 750 nm. Daraus folgt, dass das blaue Ende des Spektrums ungefähr achtmal stärker gestreut wird als das rote Ende des Spektrums!

- Die Lichtstreuung an an Teilchen, welche kleiner sind als die Wellenlänge, wird **Rayleigh-Streuung** genannt. Das Streulicht hat einen Blaustich.
- Die Lichtstreuung an Teilchen, welche etwa so groß sind wie die Wellenlänge oder etwas größer, wird **Mie-Streuung** genannt. Das Streulicht ist weiß.

### 5.4.8 Warum ist der Himmel blau?

Auch die blaue Farbe des Himmels kann durch Lichtstreuung erklärt werden. In den oberen Schichten der Atmosphäre ist die Luft hinreichend dünn, so dass an einzelnen Luftmolekülen (hauptsächlich Stickstoff und Sauerstoff – sogenannte **Streuzentren**) Rayleigh-Streuung auftritt.

Natürlich gibt es auch noch andere Streuzentren, vor allem in den unteren Atmosphärenschichten, beispielsweise Wasserdampf, Wassertröpfchen, Staub und nicht zuletzt Luft mit höherem Luftdruck. Zumindest Wassertröpfchen und Staub bewirken Mie-Streuung, die also wenig zur Farberscheinung des Himmels beiträgt.

Die Rayleigh-Streuung in den oberen Schichten der Atmosphäre sorgt jedoch dafür, dass das Licht während seiner geradlinigen Ausbreitung von der Sonne zunehmend blaue Anteile aufgrund der Streuung verliert und damit einen leichten Rotstich erhält. (Erinnern Sie sich an das Experiment mit der verdünnten Milch).

Schaut ein Beobachter in den Himmel abseits der Sonne, so sieht er keinesfalls das Licht, das direkt von der Sonne kommt, vielmehr sieht er das Streulicht (siehe Abb. 5.91).

Dieses Streulicht kann zwar von verschiedenen Streuprozessen herrühren, aber eben auch aus

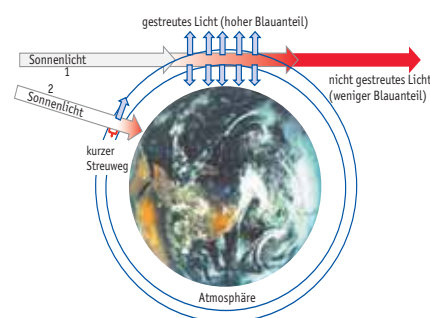


Abb. 5.91: So entsteht der blaue Himmel: Ein Lichtstrahl, welcher ohne Lichtstreuung an der Erde vorbeigegangen wäre, wird gestreut. Ein Teil des Streulichts geht ins Weltall (weshalb unsere Erde auch der blaue Planet genannt wird), ein Teil des Streulichts wird in Richtung der Erdoberfläche gestreut, wo es in das Auge des Betrachters fällt. Das ungestreute (leicht rötliche) Licht geht ebenfalls weiter in das Weltall.

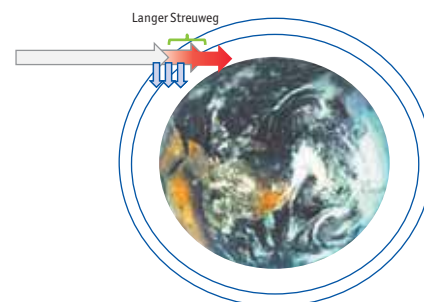


Abb. 5.92: So entsteht das Abendrot: Ein Lichtstrahl läuft von der Sonne auf die Erde zu. Der größte Teil des Blauanteils wird weggestreut. Übrig bleibt der Rotanteil. Weil die Sonne knapp über dem Horizont steht, legt der Lichtstrahl einen größeren Weg durch die Atmosphäre zurück – daher ist die Auswirkung der Streuung groß.

der Rayleigh-Streuung in den oberen Atmosphärenschichten und deshalb ist der Himmel blau. Und er ist besonders blau an Tagen, an denen die Mie-Streuung in den unteren Schichten der Atmosphäre geringer ist.

Abends, wenn die Sonne knapp über dem Horizont steht, legt das Licht, das von der Sonne direkt ins Auge des Beobachters fällt, einen längeren Weg zurück, da es sich nicht mehr radial durch die Atmosphäre ausbreitet. Durch diesen längeren Weg durch die Atmosphäre wird ein größerer Blau-Anteil des Lichts aus der Sichtlinie weggestreut. Übrig bleibt ein stark rot gefärbter Teil des Sonnenlichts: das Abendrot.



Abb. 5.93: Die Wolke bewirkt die Mie-Streuung (weißes Streulicht). Der blaue Himmel ist Streulicht aus Rayleigh-Streuung.



Abb. 5.94: Sonnenuntergang in der Wüste: Das blaue Licht wurde weggestreut.