

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Kurt Bohner

Lehrauftrag Mathematik am BS Wangen

Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Ronald Deusch

Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Beratende Tätigkeit:

Sonja Lerche

Lehrauftrag Mathematik am Robert-Schuman-Berufskolleg Dortmund

Studium der Mathematik an der Universität Bochum

Fast alle in diesem Buch erwähnten Hard- und Softwarebezeichnungen sind eingetragene Warenzeichen. Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 60a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Die in diesem Buch zitierten Internetseiten wurden vor der Veröffentlichung auf rechtswidrige Inhalte untersucht. Rechtswidrige Inhalte wurden nicht gefunden.

Stand: September 2016

Umschlag: Hintergrundbild - © Andres Rodriguez - Fotolia.com, kleines Bild oben - Mike Kiev - Fotolia.com

*

2. Auflage 2016

© 2013 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung: MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de; lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-0623-1

Vorwort

Vorbemerkungen

Der vorliegende Band „Mathematik, kompetenzorientiert zur Fachhochschulreife“ ist ein Arbeitsbuch für die Höhere Berufsfachschule in NRW und weitere Bildungsgänge, die zur FH-Reife führen. Das Lehrbuch richtet sich exakt nach dem neuen Bildungsplan für die Höhere Berufsfachschule (HöHa), Bereich Wirtschaft und Verwaltung, Mathematik, in Nordrhein-Westfalen vom 5. September 2012.

Dabei berücksichtigt das Autorenteam sowohl die im Lehrplan geforderten inhalts- als auch die prozessbezogenen Kompetenzen (modellieren, Werkzeuge und mathematische Darstellungen nutzen, kommunizieren, innermathematische Probleme lösen, Umgang mit formalen und symbolischen Elementen, argumentieren).

Von den Autoren wurde bewusst darauf geachtet, dass die im Bildungsplan aufgeführten Kompetenzen und Zielformulierungen inhaltlich vollständig und umfassend thematisiert werden. Dabei bleibt den Lehrkräften genügend didaktischer Freiraum, eigene Schwerpunkte zu setzen.

Hinweise und Anregungen, die zur Verbesserung beitragen, werden dankbar aufgegriffen.

Die Verfasser

Der Aufbau dieses Buches

Der Stoff in den einzelnen Kapiteln wird schrittweise anhand von **Musterbeispielen mit ausführlichen Lösungen** erarbeitet. Dabei legen die Autoren großen Wert auf die Verknüpfung von Anschaulichkeit und sachgerechter mathematischer Darstellung. Die übersichtliche Präsentation und die methodische Aufarbeitung beeinflusst den Lernerfolg positiv und bietet dem Schüler die Möglichkeit, Unterrichtsinhalte selbstständig zu erschließen bzw. sich anzueignen.

Einleitung und Bewertung von Daten 21

Beispiel 2

Ein Weinlad bietet vier Sorten Weine aus verschiedenen Lagen an. Die nachfolgende Liste gibt die verkauften Mengen für einen Jahrgang an.

Sorte	A	B	C	D
Verkaufte pro Flasche (n _j)	5	7	8	10
Anzahl der verkauften Flaschen (N _j)	50	600	250	300

Berechnen Sie den durchschnittlichen Verkaufspreis pro Flasche.

Lösung

Anzahl der verkauften Flaschen: $n = 150 + 600 + 250 + 300 = 1300$
 Erlös in € z. B. für Sorte A: $5 \cdot 50 = 250$
 Erlös pro Flasche = $\frac{\text{Gesamter Erlös}}{\text{Anzahl der verkauften Flaschen}} = \frac{5 \cdot 50 + 7 \cdot 600 + 8 \cdot 250 + 10 \cdot 300}{1300} = \frac{7050}{1300} \approx 5,42$

Der durchschnittliche Verkaufspreis pro Flasche beträgt 5,42 €.

Hinweis: Mit dem Beobachtungswert n_j , N_j und N , den absoluten Häufigkeiten n_j , N_j und N , und dem Stichprobenumfang n erhält man $f_j = \frac{n_j}{n}$, $F_j = \frac{N_j}{N}$, $F = \frac{N}{N}$.
 Mit den relativen Häufigkeiten f_j , F_j , F ergibt sich:
 $f_j = \frac{n_j}{n}$, $F_j = \frac{N_j}{N}$, $F = \frac{N}{N}$.

Berechnung des arithmetischen Mittels \bar{x} aus einer Häufigkeitstabelle

D.h. Ausprägungen: x_1, x_2, x_3, x_4
 $\bar{x} = \frac{5 \cdot 50 + 7 \cdot 600 + 8 \cdot 250 + 10 \cdot 300}{1300} = \frac{7050}{1300} \approx 5,42$

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Vorbemerkungen	5
Der Aufbau dieses Buches	5
I Von Daten zu Funktionen	9
1 Erhebung und Bewertung von Daten	9
1.1 Erfassung und Darstellung von Daten	10
1.1.1 Grundbegriffe der beschreibenden Statistik	10
1.1.2 Häufigkeiten und grafische Darstellung	14
1.2 Deutung und Bewertung von Daten	20
1.2.1 Lagemaße	20
1.2.2 Streuungsmaße	25
2 Einführung in die Funktionen	31
2.1 Zuordnungen	32
2.2 Definition einer Funktion	38
II Umgang mit Zufall und Wahrscheinlichkeit	44
1 Zufallsexperiment	45
1.1 Einstufiges Zufallsexperiment	45
1.2 Mehrstufiges Zufallsexperiment	47
2 Ereignisse	49
3 Wahrscheinlichkeit	54
3.1 Definition der Wahrscheinlichkeit	54
3.2 Wahrscheinlichkeit bei Gleichverteilung (Laplace-Experiment)	58
3.3 Wahrscheinlichkeit bei mehrstufigen Zufallsexperimenten	61
3.4 Additionssatz	66
4 Kombinatorik	68
4.1 Produktregel	68
4.2 Stichproben	69
4.2.1 Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen	70
4.2.2 Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	71
4.2.3 Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	73
5 Zufallsvariable	77
5.1 Einführung	77
5.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung	80
5.3 Erwartungswert einer Zufallsvariablen	83
5.4 Varianz und Standardabweichung einer Zufallsvariablen	88
6 Binomialverteilung	93
6.1 Bernoulli-Experiment, Bernoulli-Ketten	93
6.2 Die Bernoulli-Formel	95
6.3 Erwartungswert und Varianz einer Binomialverteilung	104
III Analysis	110
1 Ganzrationale Funktionen	110
1.1 Lineare Funktionen	110
1.1.1 Definition der linearen Funktion	111
1.1.2 Aufstellen von Geradengleichungen	117
1.1.3 Gemeinsame Punkte	120
1.1.4 Marktgleichgewicht	125
1.2 Quadratische Funktionen	132
1.2.1 Definition einer quadratischen Funktion	133
1.2.2 Gemeinsame Punkte	137

1.2.3	Aufstellen von Parabelgleichungen	145
1.2.4	Quadratische Funktionen in Anwendungen	148
1.3	Ganzrationale Funktionen dritten Grades	154
1.3.1	Einführung	155
1.3.2	Polynomgleichungen	158
1.3.3	Nullstellen einer ganzrationalen Funktion	161
1.3.4	Ganzrationale Funktionen 3. Grades in Anwendungen	165
1.3.5	Aufstellen von Kurvengleichungen	174
2	Differenzialrechnung bei ganzrationalen Funktionen	177
2.1	Ableitung von ganzrationalen Funktionen	177
2.1.1	Änderungsrate	178
2.1.2	Definition der Ableitung	182
2.1.3	Ableitungsregeln	184
2.1.4	Ableitung und Steigung	188
2.2	Kurvenuntersuchung ganzrationaler Funktionen	196
2.2.1	Monotonie	197
2.2.2	Extrempunkte	201
2.2.3	Wendepunkte	208
2.2.4	Beispiele zur Kurvenuntersuchung	213
2.3	Weitere Anwendungen der Differenzialrechnung	217
2.3.1	Kurvenuntersuchung in wirtschaftlichen Anwendungen	218
2.3.2	Aufstellen von Kurvengleichungen aus gegebenen Bedingungen	235
2.3.3	Extremwertaufgaben	241
3	Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung	245

VI Matrizenrechnung 248

1	Rechnen mit Matrizen	248
2	Lineare Gleichungssysteme	262
2.1	Einführung	263
2.2	Umformung und Lösung eines linearen Gleichungssystems	265
3	Lineare Verflechtung bei mehrstufigen Produktionsprozessen	270
3.1	Produktionsprozesse	271
3.2	Verflechtungsmatrizen	274
3.3	Produktions- und Verbrauchsvektoren	280
3.4	Kosten	287

V Finanzmathematische Methoden 300

1	Grundlagen und Grundbegriffe	301
2	Zinseszinsrechnung	304
2.1	Zinseszinsformel	304
2.2	Barwert, Zinssatz- und Laufzeitermittlung	305
2.3	Kapitalienvergleich	307
3	Rentenrechnung	310
4	Kapitalaufbau und Kapitalabbau	316
5	Annuitätentilgung	321

VI Themenübergreifende Vernetzung 325

Anhang 346

1	Lösungen der Anforderungssituationen und Tests	346
2	Newton'sches Näherungsverfahren	361
3	Mathematische Zeichen	362
4	Kopiervorlagen	363
5	Stichwortverzeichnis	371