Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Der Verfasser:
Dr. Jens Kircher

1. Auflage 2012

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-**0356-8**

Inhalt

Vorbemerkungen

1 Einführung

2 Kräfte

3 Bewegungslehre

4 Erhaltungsgrößen

5 Kreisbewegung

6 Physik auf zwei Seiten

7 Richtig oder Falsch?

Anhänge

(Mathematische) Exkurse

Vorbemerkungen

Zielsetzung

Mit diesem Buch wollen wir Schülern und Lehrern ein Buch an die Hand geben, das den Stoff des Fachs *Physik* im Berufskolleg zur Erlangung der Fachhochschulreife mit kaufmännischem Schwerpunkt angemessen behandelt. Daneben wendet sich das Buch an Studenten, die den entsprechenden Stoff autodidaktisch oder im Rahmen eines Brückenkurses nachholen müssen.

Bewusst haben wir davon abgesehen, ein Nachschlagewerk zu schaffen, das Wissensgebiete außerhalb des im Lehrplan vorgegebenen Schulstoffs behandelt. Stattdessen haben wir uns in der Breite der Stoffauswahl **eng am Lehrplan** orientiert. Wir haben jedoch gelegentlich den Schulstoff deutlich über die Anforderungen hinaus **vertieft**. Dies geschieht in den besonders gekennzeichneten Boxen „Weiterführende Überlegungen“. Der Grund für die gelegentliche Vertiefung über das vom Lehrplan geforderte Niveau hinaus liegt darin, dass der Autor auch im Hochschulsektor tätig ist und den Brückenschlag von der Schule zur Hochschule für essenziell hält.

Der Aufbau des Stoffs ist teils unkonventionell, war aber nahegelegt durch unsere Anforderungen an einen modernen und stringenten Physikunterricht.

Am Herzen lag uns insbesondere,

- durch Wahl der Beispiele und eine den Lernenden angemessene Sprache die Zugangsschwelle klein zu halten.
- einen Text zu schaffen, der Schüler einbezieht durch die Boxen „**Selbst machen**“. Handlungsorientierter Unterricht erfordert auch ein handlungsorientiertes Buch. In den Boxen werden die Schüler angehalten, selbst zu experimentieren oder zu simulieren. Daher haben wir den Einstieg in die Mechanik über VIANA gewählt, trotz der dem Autor sehr wohl bekannten Defizite in Genauigkeit und in der Handhabung der Software.
- **Aufgaben** bereitzustellen, die Physik nicht als Formelgrab darstellen, sondern als Mittel, ad hoc unverständliche Phänomene zu verstehen. Hierfür sollen die Schüler in den bereitgestellten Aufgaben simulieren, argumentieren, messen. Natürlich gibt es

daneben auch einfache Aufgaben, um den erarbeiteten Vorrat an Formeln anzuwenden und zu festigen.
- der oftmals erfahrenen Notwendigkeit Rechnung zu tragen, Rechentechniken und mathematische Konzepte im Physikunterricht zu besprechen, bevor sie im Mathematikunterricht – dann natürlich fundierter – zur Sprache kommen. Dies geschieht in sogenannten „**Exkurs**"-Boxen.
- einen Text zu schaffen, der aufbauend auf dem Konzept der Wechselwirkung **alle Formeln herleitet**. Dies erfordert mitunter längliche Rechnungen, aber die Schüler haben dies mehrheitlich im Rückblick als wertvoll bezeichnet. Wann immer ein neuer Schüler in die Klasse eintritt, wird ihm stolz erklärt: „Wir leiten hier alles her".
  Es ist auch ein wichtiges Lernziel, den Schülern klarzumachen, wo die Physik beobachtet, wo sie definiert und wo sie ableitet. Formelorientiertes Inselwissen befördert dies nicht, auch wenn es (kurzfristig) bequem ist.
- durch die Wahl der **Beispiele** den Bezug zum Leben herzustellen.
- dem interessierten und motivierten Schüler (oder auch Studenten mit physikalischem Nachholbedarf) einen Text an die Hand zu geben, der es erlaubt, sich den Stoff im **Selbststudium** anzueignen. Aus diesem Grund gibt es neben zahlreichen Aufgaben auch **gelöste Musteraufgaben** und die Herleitungen sind generell ausführlich gehalten.

Aufbau

Der Kerntext befasst sich mit der Entwicklung der Theorie und dem Aufzeigen von Zusammenhängen. Um möglichst flüssiges Lesen zu ermöglichen, sind viele Sachverhalte – wie schon erwähnt – in **Boxen** ausgelagert:

Experiment/Anwendung

Hier wird die entwickelte Theorie gestützt oder veranschaulicht, indem ein historisch oder didaktisch bedeutsames Experiment geschildert oder eine technische Anwendung aufgezeigt wird.

Musterlösung / Lösungsstrategie

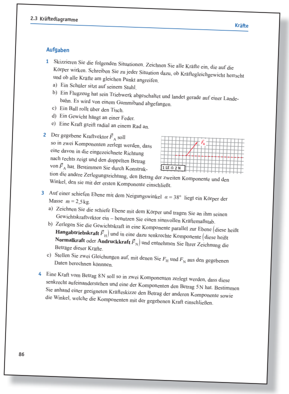
Wir erläutern exemplarisch an einer Aufgabe, was die wichtigen Elemente einer Lösung sind.

Selbst machen

Experimente oder Simulationen (mitunter auch Recherche-Aufgaben), die der Lernende selbst machen kann und soll.

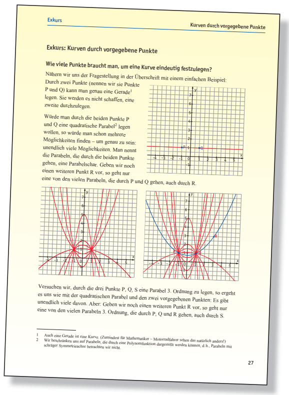
Wichtige Formeln und Merksätze befinden sich in Boxen mit rotem Rand.

Aufgaben



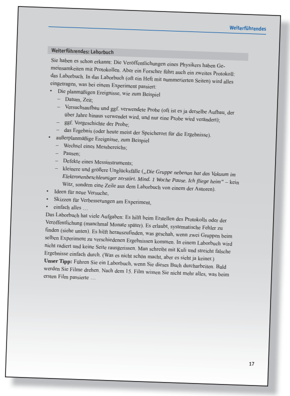
Nach jeder Lerneinheit finden sich einige Aufgaben, um das Erlernte sofort anzuwenden. Eine Aufgabe für Schüler besteht oft darin, sich selbst eine Aufgabe zum Stoff zu erarbeiten. Schöne, von Schülern verfasste Aufgaben wurden unverändert in dieses Buch aufgenommen. Sie sind mit **einem Stern** gekennzeichnet.
Etwas anspruchsvollere Aufgaben und Aufgaben, die den aktuellen Stoff mit Inhalten aus vorhergehenden Kapiteln vernetzen, sind mit **zwei Sternen** gekennzeichnet.

Exkurs



In einem Exkurs werden **mathematische Fertigkeiten** in einer nicht-mathematischen Sprechweise bereitgestellt. Keinesfalls ersetzen diese Exkurse den Besuch des Mathematikunterrichts und die Lektüre eines guten Buchs hierzu. Die Boxen können natürlich übergangen werden, wenn die entsprechende Mathematik-Kompetenz schon vorhanden ist.

Weiterführende Überlegungen



Auf diesen Seiten wird der Stoff (mitunter weit) über die Anforderungen des Lehrplans hinaus vertieft. Es liegt im Ermessen des Lehrers, ob und welche dieser Seiten er in den Unterricht einbaut. Die Lernenden sollten sich beim Selbststudium nicht von diesen Seiten abschrecken lassen, sie können bei einem ersten Durchgang getrost überlesen werden.

Zu diesem Buch können Sie von der dazugehörenden CD Daten herunterladen. Dort finden Sie Filme zum Selbst-Auswerten mit VIANA oder auch die Excel-Dateien zur Auswertung oder Simulation einer Bewegung.

Mitunter ist es aus Zeit- oder Ressourcengründen notwendig darauf zurückzugreifen, aber wir raten dringend dazu, die Befriedigung beim Selbst-Erarbeiten einer Gesetzmäßigkeit nicht zu unterschätzen. Schließlich ist es genau das, was unsere geliebte Wissenschaft so schön macht!

An die Schüler: Lernen lernen

Spielen Sie Tetris? Wie beim Tetris ist es wichtig, dass ein neues Stück Wissen eine Vorstruktur findet, an die es ankoppeln kann. Konzepte wie „Ich lerne die Formeln am Ende, ich darf ja auch in der Prüfung die Formelsammlung benutzen“ sind zum Scheitern verurteilt, auch wenn sie einen wahren Kern haben. Einstein wird der Satz zugeschrieben, dass er sich keine Formeln merkte, weil er sein Gehirn ja zum Denken brauchte.

Aber: Wenn Sie sich nicht verinnerlichen, dass die Spannung Arbeit pro Ladung ist oder die elektrische Feldstärke Kraft pro Ladung (und zwar dann, wenn der Stoff zu erlernen ist), dann können Sie auch nur einen Bruchteil des darauffolgenden Stoffs verstehen (und damit im Gedächtnis verankern). Am Ende ist die Vorbereitung auf die Prüfung eine frustrierende Sisyphusarbeit (hier gleich Ihre erste Aufgabe: Finden Sie raus, wer Sisyphus war …).

Daher lautet die Devise: Formeln darf man nachschauen, bei mathematischen Herleitungen reicht es, das Prinzip zu verstehen, aber Sachverhalte müssen klar sein und im Gedächtnis abgespeichert sein!

1 Einführung

1.1 Gegenstand der Physik

Die Physik gehört neben Chemie, Astronomie, Geologie und anderen zu den exakten Naturwissenschaften. Sie befasst sich mit Objekten und Vorgängen aus der uns umgebenden (unbelebten) Natur. Im Lauf ihrer Entwicklung ist die Physik weit in Bereiche des Mikrokosmos eingedrungen und in die Weiten des Universums vorgestoßen. Diese Gebiete der Physik sind für den Menschen nicht mehr direkt beobachtbar. Sie werden in zum Teil extrem aufwendigen und komplexen Experimenten im Labor messend untersucht. Insbesondere zählen die Zustände und Zustandsänderungen von Materie sowie deren Bausteine und ihre Wechselwirkungen zu den Gegenständen der Physik. Zwischen den beobachteten Erscheinungen werden quantitative Beziehungen in der Sprache der Mathematik hergestellt. Zu den Aufgaben der Physik gehört es auch, (einfache) Modelle für die beobachteten Phänomene zu bilden.

1.2 Vorgehensweise der Physik

1.2.1 Theorie und Experiment

Physik ist eine Naturwissenschaft. Für alle Naturwissenschaften[1] gilt, dass sie ihre Erkenntnisse auf eine ganz bestimmte Art und Weise erreicht. Das wollen wir im Folgenden an einem Beispiel erläutern.

Ausgehend von der Beobachtung eines Naturphänomens oder dessen Nachstellung im Labor sucht man zunächst nach einer Gesetzmäßigkeit, mit der das experimentelle Ergebnis formuliert werden kann. Möglicherweise werden noch einige weitere Fälle untersucht, um so allmählich zu einem allgemeineren Gesetz zu kommen. Dieses allgemeinere Gesetz kann eine Formel oder eine Erklärung oder beides sein. Dabei sind immer die jeweiligen Voraussetzungen und die Grenzen der Anwendbarkeit der getroffenen Aussagen genau zu beachten. Wenn damit schließlich eine widerspruchsfreie Beschreibung eines physikali-

1 Mathematik ist keine Naturwissenschaft, weil es ihr an genau diesem Vorgehen fehlt. $2 + 2 = 4$ kann nicht experimentell widerlegt werden; es ist eine Definition. Ausgehend von solchen Definitionen baut die Mathematik aber ein logisches Gebilde auf. Die Physik dagegen ist nicht immer logisch. Der Physiker beobachtet die Natur, notiert alles und wundert sich (manchmal).

schen Problemkreises gefunden wurde, spricht man von einer Theorie. Ein Beispiel ist die Theorie der Gravitation, die aus Beobachtungen von Fallbewegungen und von Bewegungen der Planeten entwickelt worden ist.
Aus der Theorie kann man nun Vorhersagen für weitere Erscheinungen, die noch nicht experimentell untersucht wurden, treffen. Diese Vorhersagen werden wiederum in einem Experiment überprüft. Dabei kann die Theorie unterstützt bzw. auch erweitert oder modifiziert, oder aber gänzlich widerlegt[1] werden.

Den Prozess der Verallgemeinerung von Einzelfällen nennt man Induktion (von lat. *inducere* = einführen), das Herleiten von Spezialfällen aus dem Allgemeinen Deduktion (von lat. *deducere* = ableiten, wegführen). Der Prozess der Induktion und Deduktion folgt hierbei nach den strengen Regeln der Logik. Die Objekte der Beobachtung können jedoch jenseits der Regeln der Logik stehen! (Beispiel: „Schrödingers Katze" – googlen Sie mal danach).

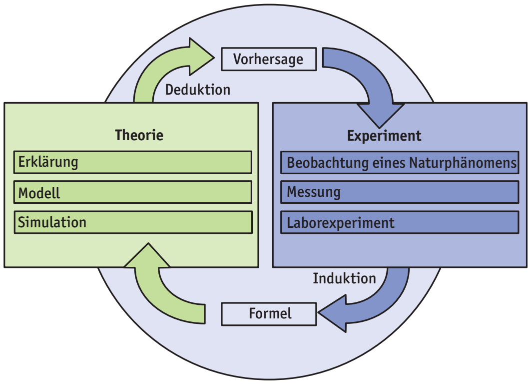


Abb. 1.1: Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment. Induktion: vom Besonderen zum Allgemeinen, Deduktion: vom Allgemeinen zum Spezialfall.

Wenn die Theorie widerlegt wird, beginnt der Kreislauf von Neuem; wenn sie bestätigt wird, ist sie (vorerst) akzeptiert. Aber Sie können davon ausgehen, dass auch dann die Physiker-Szene nicht eher aufgibt, bevor nicht alle möglichen Vorhersagen einmal (oder mehrfach) experimentell überprüft sind. Möglicherweise ist eine Theorie auch jahrelang akzeptiert, bis dann neue Erkenntnisse einen erneuten Durchlauf des Kreises anstoßen.

Aufgaben

1 Galileo Galilei hatte mit seinen Thesen zur Planetenbewegung erbitterte Feinde. Recherchieren Sie, ob seine Feinde ihre Aussagen auch auf das Wechselspiel von Theorie und Experiment stützten. Was war die Begründung für das Weltbild seiner Gegner?

2 Zum Ursprung des Universums gibt es mehrere Theorien: Beispielhaft seien hier die Theorie vom Urknall und die biblische Theorie genannt. Beruhen beide auf dem Wechselspiel von Theorie und Experiment?

1 Man kann eine Theorie niemals beweisen, nur unterstützen! Man weiß ja nicht, ob eine weitere Vorhersage dann widerlegt wird.

1.2.2 Reproduzierbarkeit

Die Physik stellt strenge Anforderungen an die Resultate ihrer Forschung und damit an ihre Experimente. Die Experimente müssen im eigenen Labor und von Dritten an beliebigen Orten mit gleichen Ergebnissen reproduzierbar sein.

- Man versteht unter „schwacher“ Reproduzierbarkeit, dass gleiche Anfangsbedingungen zu dem gleichen Ergebnis führen.
- „Starke“ Reproduzierbarkeit heißt: Fast gleiche Anfangsbedingungen führen zu fast gleichem Ergebnis.

Beim Durchführen von Experimenten ist darauf zu achten, dass störende Einflüsse möglichst ausgeschaltet oder zumindest kontrolliert werden können. In der Forschung bedient man sich modernster physikalisch-technischer Mittel und Messgeräte, die oftmals extra für einen besonderen Zweck entwickelt werden.
Bei der Veröffentlichung von experimentellen Daten werden alle Details des Aufbaues und der Versuchsbedingungen genannt, um Fachkollegen die Möglichkeit der Prüfung und der Wiederholung der Messungen zu geben.

Selbst machen: Billardexperiment

Billardspielen hat vieles mit Physik gemeinsam: zuallererst macht beides enorm viel Spaß. Aber die Gemeinsamkeiten gehen noch weiter.
Spielen Sie Billard mal etwas anders. Hierzu sollten Sie eine Gruppe von zwei bis sechs Personen sein. Wenn Sie das Spiel nicht im Unterricht machen, dann spielen Sie es zu Hause mit ihren Eltern, Geschwistern oder einigen Freunden. Wenn Sie keinen Billardtisch haben, nehmen Sie eine Kugel und einen Stock zur Hand. Sie können das Spiel auch auf einem normalen Tisch (am besten bedeckt mit einem etwas dickeren Tischtuch) spielen.
Unser Billardspiel geht so:

- Die Gruppe teilt sich in zwei Untergruppen A und B.
- Untergruppe A macht einen Schuss (nur mit dem Queue die weiße Kugel anstoßen, alle anderen Kugeln werden vom Spieltisch genommen), die Untergruppe B verlässt während dieses Schusses den Raum.
- Danach muss die Untergruppe B den Schuss reproduzieren. Um den Schuss zu reproduzieren, darf die Untergruppe A der Untergruppe B nur mitteilen, was sie gemacht hat (also wo die weiße Kugel lag und wie sie der Queue getroffen hat). Sie darf jedoch nicht sagen, was das Ergebnis war. Sie darf auch nicht die Untergruppe B während des Schusses korrigieren. Das bedeutet:
  – Ein erlaubter Satz wäre: „Wir haben den Queue um 30° zur x-Achse ausgerichtet und die Kugel im rechten Drittel angestoßen.“

  - Ein unerlaubter Satz wäre: „Wir haben die Kugel über die Bande in das Loch rechts hinten geschossen.“ (Weil damit ja das Ergebnis mitgeteilt würde.)
  - Ein weiterer unerlaubter Satz wäre: „So wie du es machst, ist es ganz okay, aber du musst noch ein bisschen mehr ausholen.“ (Die Untergruppe B soll nicht während des Schusses korrigiert werden.)
- Aus dem oben Beschriebenen wird schon klar: Die beiden Untergruppen müssen sich, bevor sie zum ersten Mal versuchen einen Schuss zu reproduzieren, auf eine gemeinsame Sprache einigen. Das geschieht am besten in zwei Schritten. Im ersten Schritt einigt man sich darauf, welche Sachverhalte überhaupt wichtig sind, damit ein Schuss reproduziert werden kann. Im zweiten Schritt einigt man sich dann darauf, wie ein Sachverhalt gut beschrieben wird (Koordinatensysteme, Winkel usw.). Die Gruppe soll über diese Vereinbarungen ein Protokoll anfertigen.
- Dieser Reproduktionsversuch kann mehrfach erfolgen.
- Die Auswertung des Reproduktionsversuchs erfolgt dadurch, dass die Untergruppe A in einem Plan des Billardtisches mit einem farbigen Kreuz markiert, wo ihre Kugel landete. Die Reproduktionsversuche der Untergruppe B werden im selben Plan mit einer anderen Farbe markiert (falls B mehrere Versuche zur Reproduktion machen darf, muss natürlich sichergestellt sein, dass B erst nach dem letzten Versuch erfährt, wo die Kugel der Untergruppe A denn gelandet war). Danach zeichnen die beiden Untergruppen in den Plan ein Rechteck ein, dessen Kanten parallel zu den Kanten des Billardtischs sind, und das gerade so groß ist, dass alle Kreuze sich im Innern des Rechtecks befinden. Das Verhältnis zwischen der Rechtecksfläche und der Fläche des Billardtischs (gemessen in Prozent) ist ein Maß für die Reproduzierbarkeit des Experiments.

Weiterführendes Experiment: Spielen Sie dieses Spiel mehrfach! In der ersten Runde darf die Untergruppe A nur einen Schuss machen, bei welchem nur die weiße Kugel angestoßen wird, nicht über Bande gespielt wird und die Schlussposition der weißen Kugel beobachtet wird.
In der zweiten Runde stößt die Untergruppe A mit der weißen Kugel eine zweite Kugel an und es gilt, die Position der zweiten Kugel zu reproduzieren. Trotzdem darf die Untergruppe A der Untergruppe B nur die Anfangsposition der weißen und der zweiten Kugel mitteilen und wie sie die weiße Kugel angestoßen hat (nicht, wie die zweite Kugel angestoßen wurde).
Wie hängen Reproduzierbarkeit und Komplexität des zu produzierenden Experiments zusammen?

Exkurs: Anfertigung eines Versuchsprotokolls

Das Billardexperiment ist ein guter Anlass zu lernen, wie man ein Versuchsprotokoll anfertigt. Sie werden das mehrfach im Physikunterricht machen müssen, auch im Studium wird es eine wiederkehrende Pflicht sein. Abhängig von Lehrer/Dozent, Fach, Adressat unterscheiden sich die Anforderungen an ein Protokoll im einen oder anderen Detail, aber im Wesentlichen gliedert sich ein Protokoll wie folgt:

Protokoll: (Name des Versuchs)

Einführung
In der Einführung schildern Sie, warum Sie das Experiment machen:
- Auf welchem Grundwissen bauen Sie auf?
- Was erwarten Sie?

Experiment
- Beschreiben Sie den Versuchsaufbau (vielleicht auch mit einer Skizze?).
- Beschreiben Sie, wie das Experiment durchgeführt wurde.

Für das Billardexperiment ist der erste Punkt fast unwichtig, aber der zweite sehr wichtig. Oft ist es umgekehrt. Beispiel: Messung einer Stromstärke in einem Stromkreis. Wenn der Aufbau des Stromkreises beschrieben ist, ist die Durchführung auf das Ablesen eines Messgeräts beschränkt. Das braucht nicht viele Worte.

Ergebnis
Hier stehen die Ergebnisse. Im Fall des Billardexperiments könnte es eine Tabelle mit allen Schüssen sein. Oder auch die Skizze, die das Rechteck mit allen Schüssen im Billardtisch darstellt. Manchmal teilt man diesen Abschnitt in Ergebnis (da steht drin, was man gemessen hat) und Auswertung (da steht drin, was man aus den Messergebnissen ausgerechnet hat). Häufig (aber nicht beim Billardexperiment) wird an dieser Stelle als dritter Block eine Fehlerbetrachtung eingeführt, die beleuchtet, wie groß der zu erwartende Messfehler ist.

Schlussfolgerungen
Oft stiefmütterlich behandelt, aber das Wichtigste von allem: Hier steht, was Sie gelernt haben.

Ausblick
Was wäre das nächste sinnvolle Experiment? Was würde man das nächste Mal besser machen? Wird oft auch mit Schlussfolgerungen zusammengefasst.

Mancher legt die Original-Messprotokolle dem Protokoll bei, mancher hat besondere Vorstellungen über den Umfang der Fehlerbetrachtungen. Generell gilt:

- Benutzen Sie zwar ganze Sätze, aber seien Sie nicht zu weitschweifig.
- Ein Bild sagt mehr als tausend Worte (sagt der Volksmund), kann aber nicht die wichtigsten fünfzig Worte ersetzen (sagen wir).
- Ein Protokoll ist keine Doktorarbeit. Man kann zwar keine allgemeine Länge für ein ordentliches Protokoll benennen, aber als Anhaltspunkt mag dienen, dass das Billardexperiment völlig ausreichend in einem 1- bis 2-seitigen Protokoll beschrieben werden kann.

1.3 Wie arbeitet ein Physiker?

Manch einer denkt, ein Physiker setzt Zahlen in die Formeln einer Formelsammlung ein[1]. Weit gefehlt! Ein Physiker macht im Wesentlichen zwei Dinge:

- Er sucht sich ein noch nicht vollständig gelöstes Problem[2] und versucht, für dieses Problem, den oben beschriebenen Kreisprozess (das Wechselspiel aus Theorie und Experiment) etwas weiterzutreiben. Wenn er eine theoretische Vorhersage experimentell überprüft, ist er ein Experimentalphysiker. Wenn er auf Basis von experimentellen Befunden etwas vorausberechnet, ist er ein Theoretischer Physiker.
- Wenn er etwas herausgefunden hat, teilt er das anderen Physikern mit, damit sie weitermachen können oder damit sie es reproduzieren können (siehe oben). Eine solche Mitteilung ist eine Veröffentlichung oder ein „Paper" in einer Fachzeitschrift oder ein Vortrag auf einer Konferenz.

Selbst machen: Wir sind Wissenschaftler!

Bauen Sie für einen Freund oder eine Freundin eine verschlossenen Kiste, z. B. aus Sperrholz oder starkem Karton. Bringen Sie einige Gegenstände in der Kiste unter: Es könnten Nägel drin sein (lose oder in die Innenwand geschlagen), an einer Innenfläche könnte ein Magnet festgeklebt sein oder auch ein Pendel (eine Kugel an einem Faden oder an einer Feder), das an einer Innenwand befestigt ist. Der Phantasie sind keine Grenzen gesetzt. Jemand könnte auch eine solche Kiste für Sie basteln. Machen Sie nun mit der Kiste wissenschaftliche Experimente zum Zweck der Erkundung des Inhaltes. Sie dürfen alles tun, was Ihnen einfällt: Abmessen, Wiegen, Schütteln, Schwimmen lassen, Magnete verwenden, sogar Röntgen, … Nur eines dürfen Sie nicht:
Die Kiste öffnen. Schreiben Sie ein Paper über Ihre Experimente und Ihre Entdeckungen. Im Paper sollte unter „Conclusions" eine Schnittzeichnung der Kiste stehen. Dann dürfen Sie die Kiste aufmachen. Wenn Sie das Experiment in der Klasse machen, kann es auch Monate dauern und Sie können bei den anderen spionieren (auch das gibt es in der Physik!). Sie können auch Papers mit den Zwischenergebnissen veröffentlichen und dadurch den anderen weiterhelfen, die dann auch Ihnen helfen …

1 Wir reden hier von Physikern, die als Physiker forschend tätig sind. In Wirklichkeit findet man Physiker – außer in der Forschung – an den interessantesten Plätzen:
- Wegen ihrer EDV-Kenntnisse sind Physiker oft als IT-Experten tätig. (Beispiel: SAP wurde von Physikern gegründet)
- Um Patentanwalt oder Patentprüfer zu werden, muss man Physiker oder Ingenieur sein. (Einstein war Patentprüfer!)
- Viele Physiker landen im Management, entweder über eine Unternehmensberatung oder indem sie aus der Entwicklung mit ihrem Produkt zusammen in die Vermarktung gehen. Dann können sie bis zum Vorstand aufsteigen (einer der Autoren dieses Buchs ging diesen Weg).
- Physiker können natürlich in der Lehre (Schule oder Hochschule) tätig sein.

Übrigens: Physiker sind genau deshalb in vielen Bereichen einsetzbar und gefragt, weil sie eben nicht in Formeln einsetzen, sondern weil sie die Formeln herleiten können und selber neue Formeln finden!

2 Davon gibt es sehr viele, denn es können auch anscheinend gelöste Probleme wieder zu ungelösten werden.

Weiterführendes: Laborbuch

Sie haben es schon erkannt: Die Veröffentlichungen eines Physikers haben Gemeinsamkeiten mit Protokollen. Aber ein Forscher führt auch ein zweites Protokoll: das Laborbuch. In das Laborbuch (oft ein Heft mit nummerierten Seiten) wird alles eingetragen, was bei einem Experiment passiert:

- Die planmäßigen Ereignisse, wie zum Beispiel
  - Datum, Zeit;
  - Versuchsaufbau und ggf. verwendete Probe (oft ist es ja derselbe Aufbau, der über Jahre hinaus verwendet wird, und nur eine Probe wird verändert);
  - ggf. Vorgeschichte der Probe;
  - das Ergebnis (oder heute meist der Speicherort für die Ergebnisse).
- außerplanmäßige Ereignisse, zum Beispiel
  - Wechsel eines Messbereichs;
  - Pausen;
  - Defekte eines Messinstruments;
  - kleinere und größere Unglücksfälle (*„Die Gruppe nebenan hat das Vakuum im Elektronenbeschleuniger zerstört. Mind. 1 Woche Pause. Ich fliege heim“* – kein Witz, sondern eine Zeile aus dem Laborbuch von einem der Autoren).
- Ideen für neue Versuche,
- Skizzen für Verbesserungen am Experiment,
- einfach alles …

Das Laborbuch hat viele Aufgaben: Es hilft beim Erstellen des Protokolls oder der Veröffentlichung (manchmal Monate später). Es erlaubt, systematische Fehler zu finden (siehe unten). Es hilft herauszufinden, was geschah, wenn zwei Gruppen beim selben Experiment zu verschiedenen Ergebnissen kommen. In einem Laborbuch wird nicht radiert und keine Seite rausgerissen. Man schreibt mit Kuli und streicht falsche Ergebnisse einfach durch. (Was es nicht schön macht, aber es sieht ja keiner.)

Unser Tipp: Führen Sie ein Laborbuch, wenn Sie dieses Buch durcharbeiten. Bald werden Sie Filme drehen. Nach dem 15. Film wissen Sie nicht mehr alles, was beim ersten Film passierte …

Aufgaben

1 Im Anhang finden Sie ein Paper. Lesen Sie es, ohne zu versuchen, jedes physikalische Detail zu verstehen, und erstellen Sie eine Gliederung für ein typisches Paper.

2 Im Anhang finden Sie ein Paper. Ist das Thema der Arbeit eher der Theoretischen oder der Experimentalphysik zuzuordnen?

1.4 Physikalische Größen und ihre Darstellung

1.4.1 Größen und Einheiten

Die Physiker benutzen bei ihrer Arbeit viele Begriffe, die jeweils eine genau festgelegte Bedeutung haben. Wenn es sich dabei um quantitativ erfassbare Begriffe handelt, sprechen wir von **physikalischen Größen**. Ihnen sind (meist internationalen Konventionen folgend) Formelzeichen zugeordnet. Damit lassen sich physikalische Gesetze in mathematischer Form formulieren und anwenden (vgl. auch die Aufgaben zu diesem Abschnitt).
Für die Beschreibung mechanischer Vorgänge genügen drei „Grundgrößen“:
- die Masse (Formelzeichen: m),
- die Zeit (Formelzeichen: t),
- der Weg (Formelzeichen: s, manchmal h) oder Ort (Formelzeichen: x).

Für die *Messung* einer physikalischen Größe sind zwei Schritte nötig:
- Festlegung einer Maßeinheit (oder nur Einheit). Dies geschieht durch Definition. *Beispiel:* Für die Größe Masse legt man fest: „Dieser Metallwürfel soll die *Einheit der Masse* darstellen: Wir nennen sie *ein Kilogramm* (1 kg).“[1]
- Vergleich der zu messenden Größe mit der Maßeinheit. Dazu wird ein Messgerät benötigt, das uns die Maßeinheit darstellt oder angibt – z. B. ein Meterstab, eine Stoppuhr, ein Spannungsmessgerät. Das Gerät ist oft eine „black box“, z. B. der Tachometer im Auto. Alle diese Messgeräte müssen kalibriert sein. Dafür gibt es gesetzliche Vorschriften[2], an die der Hersteller solcher Geräte gebunden ist.

Wir erhalten durch den Messvorgang eine Zahl, die angibt, wie oft die Maßeinheit in der zu messenden Größe enthalten ist. Dies ist die **Maßzahl** oder der Zahlenwert der Größe.
Beispiel: Die Länge l eines Tisches soll gemessen werden. Die Längeneinheit ist ein (kalibrierter) Meterstab. Das Ergebnis unserer Messung schreiben wir so:

$$l = 2{,}49\,\mathrm{m} \tag{1.1}$$

d. h., die Maßzahl ist 2,49; die Maßeinheit ist m.

---

1 Zurzeit ist die Einheit der Masse tatsächlich noch durch ein solches „Urkilogramm“ aus Platin realisiert, allerdings ist es zylinderförmig. Für die Einheit der Länge gab es früher das „Urmeter“ – heute ist die Längeneinheit jedoch ganz anders definiert. Wir wollen auf diese Feinheiten der Metrologie hier allerdings nicht eingehen.

2 In Deutschland ist dafür die Physikalisch-Technische Bundesanstalt in Braunschweig zuständig.

Die Angabe einer physikalischen Größe X ist also das Produkt aus Maßzahl $\{X\}$ und **Maßeinheit** $[\mathrm{X}]$:

(1.2) $$X = \{X\}[\mathrm{X}]$$

Im **internationalen Maßsystem**, kurz SI-System[1] genannt, sind außer den drei Grundgrößen der Mechanik noch vier weitere Grundgrößen und ihre Einheiten genannt – in der Elektrizitätslehre werden wir z. B. die elektrische Stromstärke kennenlernen. Sie sind in der folgenden Tabelle (Tab. 1.1) angegeben:

Basisgröße, zugleich Dimensionsname	Symbol für die Größe	Basiseinheit	Abkürzung des Einheitennamens
Länge (Strecke)	l, s, h	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T, ϑ	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_{V}	Candela	cd

Tab. 1.1: Die Basisgrößen des SI-Systems und ihre Einheiten

Aus den Grundgrößen können wir sogenannte **abgeleitete Größen** basteln, z. B. die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung a (das kommt bald), oder die elektrische Spannung U und viele mehr.
Jede dieser Größen bekommt ihre Einheit, die sich aus denen der Grundgrößen herleiten lässt. Dazu muss man jedoch die Definition dieser abgeleiteten Größe kennen!

Manchmal erhalten solche Einheiten für den leichteren Gebrauch eigene Namen, z. B. für Energie: $[E]$ = Joule (J) oder für Kraft: $[F]$ = Newton (N). Mit solch einer Namensgebung werden verdienstvolle Physiker geehrt![2]

Eine Besonderheit am Rande: Im Mathematikunterricht haben Sie sicher gelernt, wie ein Winkel im sogenannten Bogenmaß dargestellt wird, nämlich als Quotient aus Bogenlänge und Radius. Nach dieser Definition ist die Einheit des Bogenmaßes eine reine Zahl[3], weil sich die Längeneinheit im Quotienten wegkürzt. Zur Klarheit wird hier dennoch eine Einheit benutzt, sie heißt „rad“.

1 Das wäre auch ein Forschungsauftrag für Sie: Fassen Sie auf ca. einer DIN-A4-Seite wichtige Informationen über das SI-System zusammen!

2 Das Büchlein „Mein Name ist Becquerel“ von E.Schwenk (dtv Sachbuch Nr. 30358) beschreibt Wissenswertes und Unterhaltsames über Wissenschaftler, nach denen Maßeinheiten benannt sind – eine empfehlenswerte Ergänzungslektüre!

3 Die Physiker sagen, die Einheit ist „dimensionslos“.

Weiterführende Überlegung:
Was macht eine physikalische Größe zur physikalischen Größe?

Man mag sich fragen, was eigentlich eine physikalische Größe zur allseits benutzten physikalischen Größe macht.

Ein Versuch einer Antwort ist schnell parat: Man kann sie sehen (oder besser wahrnehmen) oder messen. Das nennt man eine Observable. Temperatur, Masse, Ort, Druck sind beispielsweise Observable.

Physikalische Größen wie Geschwindigkeit oder Impuls und Energie (diese lernen Sie noch kennen) sind wichtige solche Größen und werden regelmäßig benutzt – der (vom Autor propagierte) „Schmackes“ $S = \sqrt{m}\,v^2$ hingegen findet keinerlei Beachtung. Ist es der Neid der Kollegen, die da nicht draufkamen? Oder hat das andere Gründe? Fragen über Fragen. Denken Sie darüber nach; wir werden darauf zurückkommen!

1.4.2 Maßzahlen

Sehr große oder sehr kleine Maßzahlen stellen wir in der sogenannten *wissenschaftlichen Notation* mit Zehnerpotenzen dar, z. B. $0{,}000\,001\,34 = 1{,}34 \cdot 10^{-6}$ oder $670\,000\,000 = 6{,}7 \cdot 10^{8}$. Alternativ kann eine passende Zehnerpotenz auch mithilfe einer Vorsilbe mit der Einheit zusammengefasst werden, siehe Tab. 1.2.

Beispiele: $7500\,\mathrm{m} = 7{,}5 \cdot 10^{3}\,\mathrm{m} = 7{,}5\,\mathrm{km}$ (Kilo-Meter)

$3{,}95 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W} = 0{,}395\,\mathrm{mW}$ (Milli-Watt) $= 395\,\mu\mathrm{W}$ (Mikro-Watt)

Vorsatz	Abkürzung	Vorsatz in Worten	Faktor als 10er-Potenz	Beispiel
Peta	P	Billiarde	10^{15}	1 Petajoule = 10^{15} J = 1 PJ
Tera	T	Billion	10^{12}	1 Terawatt = 10^{12} W = 1 TW
Giga	G	Milliarde	10^{9}	1 Gigaohm = $10^{9}\,\Omega$ = 1 GΩ
Mega	M	Million	10^{6}	1 Megavolt = 10^{6} V = 1 MV
Kilo	k	Tausend	10^{3}	1 Kilometer = 10^{3} m = 1 km
Hekto	h	Hundert	10^{2}	1 Hektoliter = 10^{2} l = 1 hl
Deka	da	zehn	$10^{1} = 10$	1 Dekagramm = 10 g = 1 dag
		Eins	1	
dezi	d	zehntel	10^{-1}	1 Dezimeter = 0,1 m = 1 dm
centi	c	hundertstel	10^{-2}	1 Centigramm = 0,01 g = 1 cg
milli	m	tausendstel	10^{-3}	1 Milliwatt = 10^{-3} W = 1 mW
micro	µ	millionstel	10^{-6}	1 Mikrosekunde = 10^{-6} s = 1 µs
nano	n	milliardstel	10^{-9}	1 Nanometer = 10^{-9} m = 1 nm
pico	p	billionstel	10^{-12}	1 Picosekunde = 10^{-12} s = 1 ps

Tab. 1.2: Vorsilben für große und kleine Maßzahlen

Diese Umrechnungen sind oft lästig und fehleranfällig – aber sie sind wichtig! Sie müssen sie ebenso wie das Eingeben von Zehnerpotenzen in den Taschenrechner sicher beherrschen.

Aufgaben

1 Nachfolgend sind sechs physikalische Größengleichungen („Formeln“) gegeben.

a) Finden Sie heraus, für welche Größe jedes der Formelzeichen steht.

b) Schreiben Sie die Gleichungen in Worten anstatt in Formelzeichen.

c) Geben Sie für jede dieser Größen die Basis-Einheit an.

d) Stellen Sie jede der Gleichungen nach jeder darin vorkommenden Größe um.
Hinweis: i., ii. und vi. stammen aus der Mechanik, iii., iv. und v. aus der Elektrizitätslehre.

i. $W = F \cdot s$ ii. $P = \frac{W}{t}$ iii. $U = \frac{P}{I}$

iv. $Q = I \cdot t$ v. $B = \frac{F}{I \cdot l}$ vi. $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

2 Schreiben Sie mithilfe von Zehnerpotenzen in der Basis-Einheit der jeweiligen Größe.

a) $t_1 = 91\,\text{ns}$ $t_1 = 0{,}051\,\text{s}$ $t_3 = 1\,\text{h}\ 12\,\text{min}$

b) $U_1 = 0{,}62\,\text{mV}$ $U_2 = 11{,}5\,\text{kV}$ $U_3 = 8{,}33\,\mu\text{V}$

c) $P_1 = 1{,}12\,\text{GW}$ $P_2 = 0{,}35\,\text{mW}$ $P_3 = 59\,\text{kW}$

d) $s_1 = 150\,\text{Mio km}$ $s_2 = 3\,450\,000\,000\,\mu\text{m}$ $C = 79\,\text{pF}$

3 Rechnen Sie in die angegebene Einheit um – verwenden Sie, soweit nötig, Zehnerpotenzen.

a) $r = 3400\,\text{km}$ in die Einheiten m; cm; mm

b) $D = 11{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ in die Einheiten $\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$; $\frac{\text{mN}}{\text{m}}$; $\frac{\text{cN}}{\text{mm}}$

c) $t = 15\,\text{s}$ in die Einheiten ms; min; h

d) $v = 7{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in die Einheiten $\frac{\text{km}}{\text{h}}$; $\frac{\text{cm}}{\text{min}}$; $\frac{\text{m}}{\text{d}}$

e) $\rho = 6{,}2\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ in die Einheiten $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\frac{\text{mg}}{\text{dm}^3}$; $\frac{\text{t}}{\text{mm}^3}$

4 Berechnen Sie das Fassungsvermögen eines Rohres der Länge $l = 4{,}31\,\text{m}$, das einen Innendurchmesser von $d = 450\,\text{mm}$ hat. Angabe in der Einheit dm^3 verlangt.

5 Berechnen Sie die Dichte von Aluminium, wenn ein Alu-Würfel der Kantenlänge $a = 0{,}12\,\text{dm}$ die Masse $m = 4{,}6\,\text{g}$ hat – Angabe in der Basiseinheit verlangt.

6 Stahl hat die Dichte $\rho = 7800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Aus einem Stück Stahl der Masse $m = 80{,}86\,\text{kg}$ wird ein Rohr mit dem Innendurchmesser $d_i = 10\,\text{cm}$ und der Wandstärke $d = 1\,\text{cm}$ hergestellt. Berechnen Sie, welche Länge das Rohr hat.

7 Das Ur-Kilogramm ist ein Zylinder aus reinem Platin. Sein Durchmesser ist gleich groß wie seine Höhe. Verschaffen Sie sich den Wert der Dichte von Platin und berechnen Sie dann Höhe und Durchmesser des Zylinders.

8 Die jährliche Goldfördermenge beträgt etwa 2600 t.

a) Berechnen Sie, welche Kantenlänge ein Würfel dieser Masse hätte.

b) Die Fördermenge soll als Kugel dargestellt werden – berechnen Sie den Durchmesser. Beachten Sie bei diesen Aufgaben eine sinnvolle Genauigkeitsangabe.

1.4.3 Grafische Darstellung

1.4.3.1 Von der Messwert-Tabelle zum Diagramm

Ein Physiker plant ein Experiment, bei dem die Werte einer physikalischen Größe *A* in Abhängigkeit der Werte einer anderen Größe *B* gemessen werden.

Ein einfaches Beispiel führen wir im Unterricht durch: Wir haben vier verschieden große Gefäße (z. B. einen kleineren Messzylinder, einen Yoghurtbecher, ein größeres Becherglas, eine leere Saftflasche). Von jedem wird zunächst das Volumen *V* in dm^3 bei randvoller Füllung bestimmt. (Wie machen Sie das?)
Dann wird jedes (trockene!) Gefäß mit feinem Sand ganz aufgefüllt. Nun kommt die eigentliche Messung: Mit einer elektrischen Waage wird die Masse *m* in kg einer jeden Sandfüllung ermittelt.
Unser Ziel: Wir wollen untersuchen, wie bei dem verwendeten Sand die Größe „Masse" von der Größe „Volumen" abhängt. Dazu werden die Messwerte in eine Messtabelle eintragen.

Gefäß Nr.	1	2	3	4
Volumen in dm^3	0,100	0,350	1,05	1,75
Masse des Sandes in kg	0,160	0,550	1,70	2,80

Tab. 1.3: Messtabelle unseres Versuches

Das ist noch nicht sehr übersichtlich! Aussagekräftiger wird unser Resultat, wenn die Messtabelle in eine grafische Darstellung in einem Koordinatensystem umgesetzt wird:

Die vorgegebene Größe *V* wird auf der x-Achse, die davon abhängige Größe *m* auf der y-Achse eingetragen. Es ist darauf zu achten, die Achsen korrekt zu beschriften, z. B. so wie in Abb. 1.2:
Beachten Sie die Logik der Achsenbeschriftung: Wenn die aufgetragene physikalische Größe durch ihre Einheit dividiert wird, erhält man die Maßzahl – und nur die muss jetzt als Achsenskala angeschrieben werden! Eine Alternative wäre noch die Schreibweise „*V* in dm^3", keinesfalls aber „[*t*]" oder „*t* [s]" oder ähnliche falsche Bezeichnungen! Übertragen Sie nun das Koordinatensystem auf kariertes Papier und tragen Sie die Wertepaare aus der Messtabelle als kleine Kreuze ein.

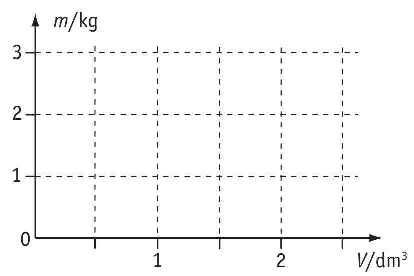


Abb. 1.2: Koordinatensystem mit korrekter Achsenbeschriftung

1.4.3.2 Proportionalität

In unserem „Masse (Volumen)-Diagramm“ oder „$m(V)$-Diagramm“ ist zunächst folgende Abhängigkeit erkennbar:

Je größer die Werte von V, desto größer die Werte von m.

Der einfachste Fall dieser Art von Abhängigkeit liegt vor, wenn beide Größen „gleichmäßig“ zunehmen. Damit ist gemeint: Wenn man den Wert des Volumens V ver-n-facht, dann ver-n-facht sich auch der Wert der Masse m. Teilt man jetzt die Werte durch einander, so erkennt man: Der Quotient $\frac{m}{V} = \frac{2 \cdot m}{2 \cdot V} = \frac{3 \cdot m}{3 \cdot V} = \ldots = \frac{k \cdot m}{k \cdot V}$ hat offenbar immer den gleichen Wert! Es gilt daher:

(1.3) $\frac{m}{V} = \text{konstant.}$

Man sagt dazu, die Größen sind *quotientengleich* oder: Die Größen sind *proportional zueinander*. In Zeichen stellt man es so dar:

(1.4) $m \sim V$

manchmal sieht man dafür auch $m \propto V$.

Dann gilt, dass in einem Diagramm dieser Größen eine Ursprungsgerade entsteht, und die Konstante ist nichts anderes als die Steigung dieser Geraden!

Im vorliegenden Beispiel von Masse und Volumen bezeichnet man die Konstante mit dem griechischen Buchstaben ρ (gesprochen: „rho“). Man hat damit eine physikalische Größe definiert: der Quotient $\rho = \frac{\text{Masse } m}{\text{Volumen } V}$ wird als *Massendichte* oder kurz als *Dichte* eines Stoffes bezeichnet:

(1.5) $\rho = \frac{m}{V}$

Als Grundeinheit dieser Größe erhält man:

(1.6) $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Sie sollten in Ihrem Koordinatensystem durch die 5 Messpunkte mit dem Geodreieck in guter Genauigkeit eine Ursprungsgerade legen können – tun Sie es jetzt!
Im Mathematikunterricht haben Sie gelernt, wie man die Steigung einer Geraden mit einem Steigungsdreieck ermittelt – machen Sie das!
Vorsicht: Sie dürfen bei der Berechnung die Einheiten auf keinen Fall weglassen!
Bei unserem Sand-Experiment werden Sie folgendes Ergebnis finden:

(1.7) $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{3{,}2\,\text{kg}}{2{,}0\,\text{dm}^3} = \frac{3200\,\text{g}}{2000\,\text{cm}^3} = 1{,}6\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1{,}6\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

Beachten Sie: Dieser Wert ist unabhängig von einer einzelnen Messung mit einer bestimmten Menge von Sand! Der Wert charakterisiert vielmehr die vorliegende Sorte des Sandes, er ist eine „Kenngröße“ des Materials!

In Tabellen kann man Angaben zur Dichte von sehr vielen Stoffen finden, auch Flüssigkeiten und Gase sind durch ihre Dichte gekennzeichnet!
Sie werden noch manche Beispiele für proportionale Zusammenhänge entdecken, und daraus geeignete physikalische Größen herleiten können.

Manchmal kommen Abhängigkeiten zwischen physikalischen Größen (nennen wir sie A und B) vor, die dem Muster gehorchen:

> Je größer die Werte von A, desto kleiner die Werte von B.

Eine grafische Darstellung muss also einen *fallenden* Verlauf haben!
Auch hier gibt es einen einfachen Fall der Gegenläufigkeit: Wird der Wert von A um einen Faktor n vergrößert, so fällt der Wert von B auf das $\frac{1}{n}$-Fache ab. Multipliziert man diese Werte miteinander, so erkennt man: Das Produkt

$$A \cdot B = (2 \cdot A) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B\right) = (3 \cdot A) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot B\right) = \ldots = (n \cdot A) \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot \mathrm{B}\right)$$

hat offenbar immer den gleichen Wert! Es gilt daher:

$$A \cdot B = \text{konstant.} \tag{1.8}$$

Man sagt dazu, die Größen sind *produktgleich* oder: Die Größen sind *umgekehrt proportional* zueinander. Hier schreibt man dann

$$A \sim \frac{1}{B}. \tag{1.9}$$

Wie sieht das Diagramm einer umgekehrten Proportionalität aus?
Es kann jedenfalls keine fallende Gerade sein! Der Grund: Weder A noch B darf null sein – sonst wäre das Produkt immer null.
Als Bild erhält man eine sogenannte *Hyperbel*, die in Abb. 1.3 dargestellt ist:

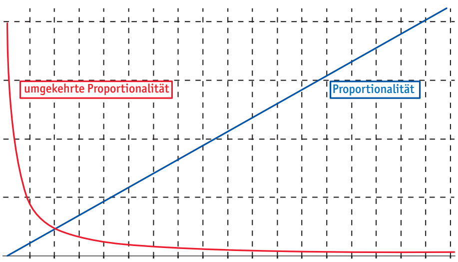


Abb. 1.3: Proportionalität und umgekehrte Proportionalität

Zum Abschluss hierzu ein einfaches Beispiel:
Man möchte rechteckige Blechtafeln mit einer Fläche von $1\,\mathrm{m}^2$ herstellen. Wie sieht es mit den Abmessungen der Tafeln aus?
Hier sind Länge und Breite umgekehrt proportional zueinander: Bei $2\,\mathrm{m}$ Länge ist die Breite $0{,}5\,\mathrm{m}$, bei $4\,\mathrm{m}$ Länge muss die Breite $0{,}25\,\mathrm{m}$ sein, usw. Klar: Die Fläche ist eben Länge $\cdot$ Breite = konstant!

Noch eine Anmerkung zu Formelsammlungen: In aller Regel ist dort nur die Gleichung $\rho = \frac{m}{V}$ angegeben, nicht aber deren Umstellungen $V = \frac{m}{\rho}$ und $m = \rho \cdot V$. Dasselbe gilt natürlich für jede aufgeführte Formel: Die mathematischen Umformungen müssen Sie auf jeden Fall selber bewältigen können!

Nicht immer lässt sich aus Messwerten so eindeutig ein proportionaler Zusammenhang erschließen wie in unserem Beispiel oben — und manchmal liegt gar keine Proportionalität vor. Im **Exkurs „Ausgleichskurven“** erfahren Sie mehr darüber, wie die Physiker bei der Auswertung von Experimenten aus den Messdaten eine „Messkurve“ gewinnen und diese in mathematische Gleichungen umsetzen.

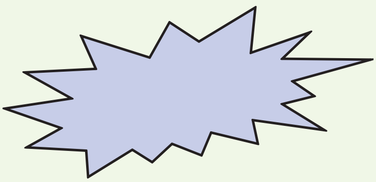
1.5 Messfehler

1.5.1 Statistische Fehler

Wir beginnen diesen Abschnitt gleich mit einem Auftrag an Sie:

Selbst machen: Statistische Fehler bei einer Längenmessung

Eine Gruppe von Schülern misst die Länge der längsten Sehne, die in dem rechts abgebildeten Stern vorkommt. Sie werden erkennen, jeder hat ein geringfügig anderes Ergebnis.
Alternativ können Sie auch alleine dieselbe Messung mehrfach (und jedes Mal vorurteilsfrei) durchführen. Schreiben Sie alle Messwerte in eine Tabelle. Was erkennen Sie?

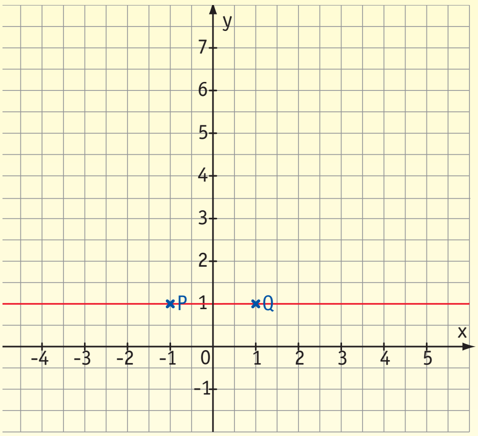


Mehrfaches Messen einer Größe ergibt meist kleinere Schwankungen. Man nennt sie statistische Fehler. Sie sind in kleinen Unaufmerksamkeiten begründet, vielleicht auch darin, dass eine Messung nie genau gleich wiederholt werden kann. Hätten Sie statt der Sehne eines Sterns eine Diagonale in einem Rechteck gemessen, hätte man das Ergebnis mithilfe einer Rechnung auch kontrollieren können. (Wir haben das nicht gemacht, weil die Kenntnis des Ergebnisses die Messung beeinflusst. Steckt nicht in jedem von uns ein kleiner Mönch aus B. Brechts *Leben des Galilei*?)

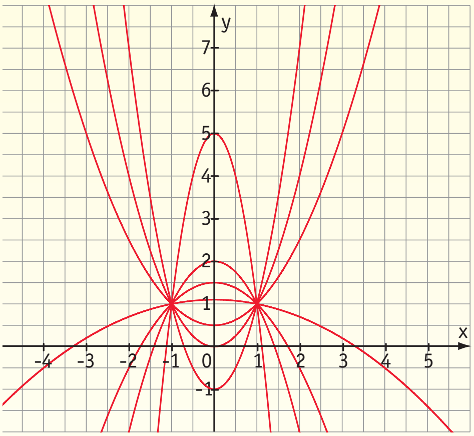
Exkurs: Kurven durch vorgegebene Punkte

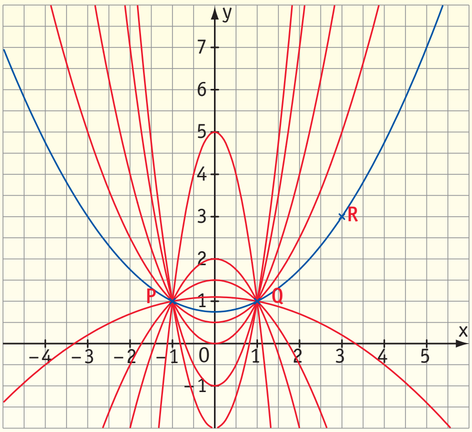
Wie viele Punkte braucht man, um eine Kurve eindeutig festzulegen?

Nähern wir uns der Fragestellung in der Überschrift mit einem einfachen Beispiel: Durch zwei Punkte (nennen wir sie Punkte P und Q) kann man genau eine Gerade[1] legen. Sie werden es nicht schaffen, eine zweite durchzulegen.



Würde man durch die beiden Punkte P und Q eine quadratische Parabel[2] legen wollen, so würde man schon mehrere Möglichkeiten finden – um genau zu sein: unendlich viele Möglichkeiten. Man nennt die Parabeln, die durch die beiden Punkte gehen, eine Parabelschar. Geben wir noch einen weiteren Punkt R vor, so geht nur eine von den vielen Parabeln, die durch P und Q gehen, auch durch R.



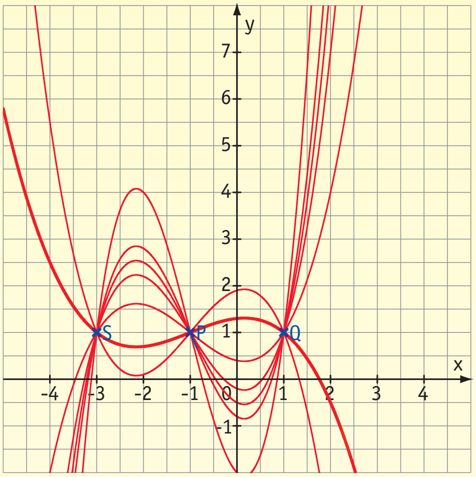


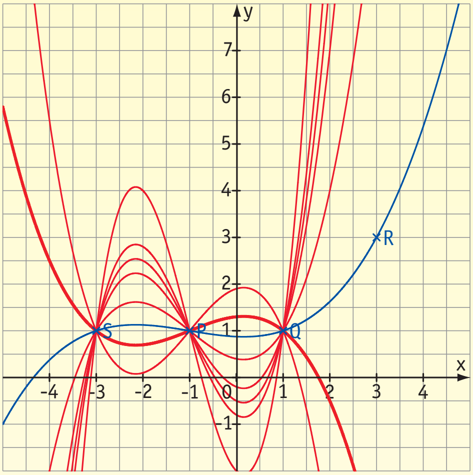
Versuchen wir, durch die drei Punkte P, Q, S eine Parabel 3. Ordnung zu legen, so ergeht es uns wie mit der quadratischen Parabel und den zwei vorgegebenen Punkten: Es gibt unendlich viele davon. Aber: Geben wir noch einen weiteren Punkt R vor, so geht nur eine von den vielen Parabeln 3. Ordnung, die durch P, Q und R gehen, auch durch S.

---

1 Auch eine Gerade ist eine Kurve. (Zumindest für Mathematiker – Motorradfahrer sehen das natürlich anders!)

2 Wir beschränken uns auf Parabeln, die durch eine Polynomfunktion dargestellt werden können, d. h., Parabeln mit schräger Symmetrieachse betrachten wir nicht.





Man könnte diese Überlegungen noch weiterführen, aber Sie sehen schon, worauf es hinausläuft:

- **Um eine Parabel n-ter Ordnung eindeutig festzulegen, benötigt man n + 1 Punkte.**

Unterdefiniert, überdefiniert

Wenn man so viele Punkte hat, wie man braucht, um eine bestimmte Kurve festzulegen (also beispielsweise die Punkte P, Q für eine Gerade), nennt man das Problem eindeutig. Wenn man weniger Punkte hat als man bräuchte, um die Kurve festzulegen (also beispielsweise den Punkt P für eine Gerade), nennt man das Problem unterdefiniert. Die Lösung eines unterdefinierten Problems ist eine Kurvenschar. Wenn man mehr Punkte hat als man bräuchte, um die Kurve festzulegen (also beispielsweise die Punkte P, Q, R für eine Gerade), nennt man das Problem überdefiniert. Mit der Lösung dieses Problems werden wir uns im nächsten Abschnitt beschäftigen.

Ausgleichskurven

Was passiert, wenn die Gerade überdefiniert ist? Es kann gutgehen, wenn die drei Punkte P, Q, R alle auf einer Geraden liegen, muss aber nicht. Die Lösung zu diesem Problem nennt man die Ausgleichsgerade. Untechnisch gesprochen ist die Ausgleichsgerade die Gerade, „die noch am ehesten durch die Punkte durchgeht“. Manchmal kann man die Ausgleichsgerade einfach in eine Menge von Punkten einzeichnen und dann die Geradengleichung aus der Zeichnung ablesen. Exakter geht es, wenn man die *Ausgleichsgeraden* berechnet. Das geht so: Eine Versuchs-Gerade (beschrieben mit der Gleichung $g_v(x) = m_v x + c_v$) wird in das Koordinatensystem eingezeichnet. Am x-Wert des Punkts P

(den nennen wir x_P) weicht ihr y-Wert y_P von dem des Punkts P ab. Diese Abweichung nennen wir Δy_P. Dasselbe kann man auch für die anderen Punkte machen.
Man sagt nun, dass die Gerade ideal passt, wenn die Summe der Quadrate der Abweichungen[1]

$$s^2 = \Delta y_P^2 + \Delta y_Q^2 + \Delta y_R^2 \tag{1.10}$$

so klein wie möglich ist. Für mehr Punkte wird die Formel (1.10) natürlich länger. Diese Gerade nennt man die *Ausgleichsgerade* oder *Regressionsgerade*.
Ebenso kann man auch andere Ausgleichskurven erzeugen, zum Beispiel eine Parabel durch 35 Punkte. Das nennt man dann eine Ausgleichsparabel.
Wie kann man jetzt die Formel (1.10) in der Praxis nutzen? Wenn man eine Gerade durch Punkte legen will, kann man die Formel (1.10) nutzen, um eine andere Formel herzuleiten, mit der man die Steigung m_r und den Achsenabschnitt c_r der Ausgleichsgeraden aus den x-Werten und den y-Werten von P, Q, R exakt berechnen kann.[2]

$$m_r = \frac{(x_P - \overline{x})(y_P - \overline{y}) + (x_Q - \overline{x})(y_Q - \overline{y}) + (x_R - \overline{x})(y_R - \overline{y})}{(x_P - \overline{x})^2 + (x_Q - \overline{x})^2 + (x_R - \overline{x})^2} \tag{1.11}$$

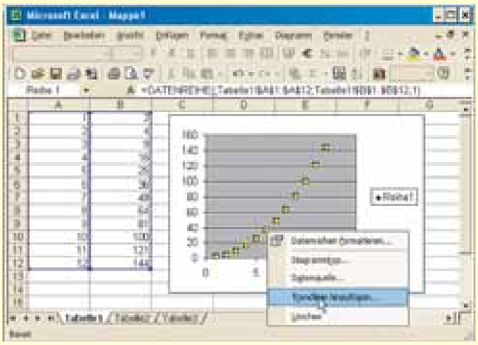
Wir haben hier den Durchschnitt aller x-Werte, $\overline{x}$ und den Durchschnitt aller y-Werte, $\overline{y}$ benutzt.[3] Die Herleitung ist zu umfangreich, um sie hier zu zeigen. Sie können es aber zum Beispiel in *Bohner, Ihlenburg, Ott: Mathematisches Grundgerüst – Ein Mathematikbuch für die Eingangsklasse, Merkur Verlag, Rinteln, 2009* nachlesen.
In der Praxis überlässt man es Computern, die Ausgleichskurven durch vorgegebene Punkte zu legen. Die nutzen die Formel (1.10) (natürlich erweitert für mehr Punkte) zur Berechnung von Ausgleichsgeraden. Für andere Ausgleichskurven (Ausgleichsparabeln, Ausgleichshyperbeln usw.) probieren die Rechner einfach: Die spielen so lange mit der Gleichung der vorgegebenen Kurvenart, bis sie die Kurve gefunden haben, mit der s^2 aus Formel (1.11) möglichst klein wird. Der Physiker nennt das *Ausgleichskurve anpassen* oder *fitten* (engl. *to fit* = passen).

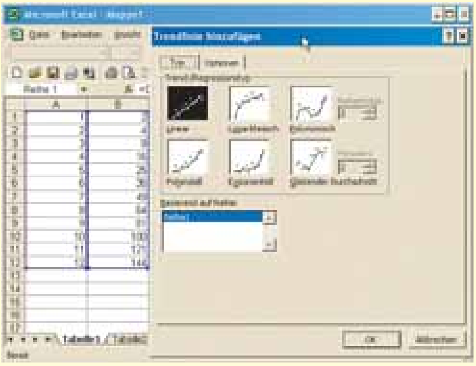
Ausgleichskurven mit dem Rechner

MS Excel und OpenOffice erlauben beide, Ausgleichskurven zu berechnen (dort Trendlinien genannt). Die Bedienung ist hierbei fast gleich: In einer x-y-Darstellung der Daten klicken Sie die Datenreihe an (rechte Maustaste). Im Kontextmenü wählen Sie „Trendlinie einfügen". Auf der Karteikarte „Typ" wählen Sie verschiedene Arten von Ausgleichskurven. Auf der Karteikarte „Optionen" wählen Sie beispielsweise die Anzeige der Gleichung der Ausgleichskurve.

---

1 In der Statistik nennt man das die Varianz.
2 Die Steigung m_r der Ausgleichsgeraden nennt man auch den Regressionskoeffizienten.
3 Mithilfe des Summenzeichens $\sum$ können wir das später noch einfacher schreiben. Aber für den Moment reicht es uns aus, zu wissen, dass es eine Formel gibt.





Korrelationskoeffizient

Wenn Sie eine Ausgleichsgerade mit elektronischen Hilfsmitteln ausrechnen, wird Ihnen fast immer gleichzeitig mit der Gleichung der Ausgleichskurve auch eine Größe R oder R^2 angezeigt. Es handelt sich dabei um den sogenannten Korrelationskoeffizienten. Er ist ein Maß dafür, wie gut die Daten durch die Ausgleichskurve angenähert werden: Ist R^2 in der Nähe von 1, ist die Annäherung gut, ist er in der Nähe von 0, ist die Annäherung nicht zufriedenstellend. Für die Formel zur Berechnung von R siehe z.B.: *Bohner, Ihlenburg, Ott: Mathematisches Grundgerüst – Ein Mathematikbuch für die Eingangsklasse, Merkur Verlag, Rinteln, 2009*.

Warum entsteht überhaupt die Notwendigkeit, Ausgleichskurven anzupassen?

1. Der Importeur einer überseeischen Automarke will immer möglichst früh im Monat wissen, wie viele Autos er absetzt (z.B. um die Logistikkosten niedrig zu halten). Er weiß, dass sich der Absatz innerhalb eines Monats immer wie $A(t) = A_0 \cdot \sqrt{a\,t}$ verhält. t ist die Zeit in Tagen, a ist eine Zahl, die jeden Monat anders ist. Er kann aus den Verkaufszahlen der ersten Tage ein Gesetz für den Absatz des kommenden Monats machen (indem er eine Ausgleichskurve durch die Verkaufszahlen legt) und er kann aus dem gefundenen Gesetz den Absatz am Ende des Monats vorhersagen.[1]
2. Experimentelle physikalische Daten geben nicht das „echte“ physikalische Gesetz wieder, sondern ein Diagramm, welches das physikalische Gesetz und Meßfehler miteinander vermischt. Mit der Ausgleichskurve werden die statistischen Fehler zurückgedrängt.

Welche Kurve passe ich an?

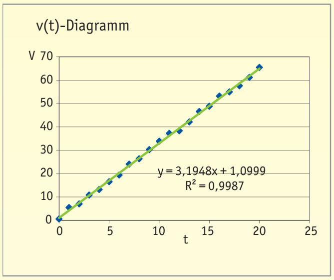
In den vorhergenannten Beispielen ist die Erfahrung des Logistikers beim Kfz-Importeur oder des Physikers gefragt. Hat man keine Erfahrungen, so hilft das KISS-Prinzip[2]: Die

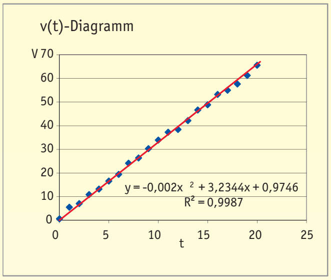
---

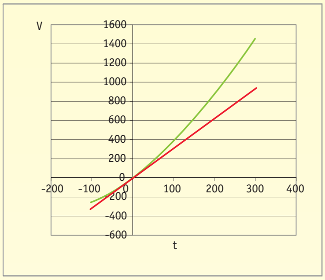
1 Versuchen Sie nicht mit dem Wissen, dass der Autoabsatz mit der Wurzel der Zeit geht, zu prahlen. Ich habe das frei erfunden. Aber es klingt plausibel, oder?

2 **K**eep **i**t **s**imple, **s**alesman!

einfachste Kurve, die die Daten beschreibt, nimmt man. Aber wir können die Unsicherheit, was man denn nun als Ausgleichskurve wählen soll, auch auf andere Weise zerstreuen: Die Daten aus der blau unterlegten Tabelle werden einmal durch eine Gerade (links), einmal durch eine Parabel (Mitte) angepasst.







V	1,487	4,325	6,527	12,240	15,229	16,808	19,275	24,900	27,762	30,087	32,853	36,677	40,845
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

V	42,626	45,394	49,326	54,035	54,889	59,381	63,359	66,884
t	13	14	15	16	17	18	19	20

Wir erkennen:

- Die Gleichungen sind ganz ähnlich. Der Faktor vor dem x und das Absolutglied sind fast gleich. Und der Faktor vor dem x^2-Glied ist viel kleiner als der vor dem linearen Glied. Daran erkennt man schon, dass die Parabel in dem x-Bereich zwischen 0 und 25 fast wie eine Gerade ist.
- Schaut man sich die Diagramme an, merkt man, dass sie sich auch fast nicht unterscheiden. Erst auf einer erweiterten Skala von 0 bis 300 sieht man einen Unterschied, aber nicht dort, wo man Daten hatte, durch die eine Ausgleichskurve gelegt wurde!

Ist die Ausgleichskurve wirklich die beste Art, physikalische Daten zu beschreiben?

Viele denken das und verteidigen das Ergebnis ihrer Bemühungen, Ausgleichskurven anzupassen, mit Inbrunst. Aber: Oft sind die Datenpunkte ja nicht gleich fehlerbehaftet. Stellen Sie sich vor, Sie befüllen langsam ein Glas und messen immer wieder die Füllhöhe in cm. Der einzig sichere Datenpunkt ist, dass das Glas am Anfang leer war. Wenn Sie immer auf 3 mm genau ablesen können, ist der prozentuale Fehler anfangs enorm, später viel kleiner. Ein Tropfen, der am Rand hängenbleibt, fällt am Anfang ins Gewicht, später nicht mehr. Warum sollte man also alle Daten gleich gewichten? Es gibt keinen Grund, außer dass eine noch bessere Behandlung von Daten oft mathematisch einfach zu schwer ist. Aber eben deshalb ist es auch völlig akzeptabel, wenn Sie eine Ausgleichsgerade mit der Hand ziehen und dann Steigung und Achsenabschnitt aus der so ermittelten „Ausgleichsgerade“ ablesen. Mit Parabeln ist das natürlich nicht ganz so einfach. Hier bleibt uns in der Regel kaum eine andere Wahl, als dem Computer zu vertrauen.

1.5.2 Systematische Fehler

Abb. 1.4: Ein Geodreieck aus dem Sommerschlussverkauf

Stellen Sie sich vor, Sie haben im Sommerschlussverkauf das in Abb. 1.4 gezeigte Geodreieck günstig erworben. Stellen Sie sich ferner vor, Sie hätten es voller Stolz zum Messen der Sehne im vorherigen Abschnitt eingesetzt. Was wäre passiert? Die Messung hätte ca. 1 cm zu wenig ergeben (wenn Sie die falsche Seite benutzt hätten). Auch viele Messungen hätten nichts genutzt, denn das Messsystem ist fehlerhaft. Das ist ein schönes Beispiel für systematische Fehler. Aber es gibt Trost (genauer gesagt gibt es sogar doppelten Trost): Wenn Sie nach einem Jahr merken, dass das Geodreieck fehlerhaft ist, können Sie es nach aktueller Rechtslage noch umtauschen. Obendrein können Sie, falls Sie noch wissen, welche Messungen Sie mit dem Geodreieck durchgeführt haben, die Messungen noch korrigieren.

Sie sehen:

1. Systematische Fehler kann man korrigieren.
2. Ein Laborbuch ist wichtig, denn dort können Sie (in diesem Fall) nachlesen, welche Messungen mit welchem Lineal durchgeführt wurden.

Leider ist es in der Praxis so, dass die anderen den systematischen Fehler entdecken und man ist blamiert …

	Statistische Fehler	Systematische Fehler
Fehlerquelle	– Unaufmerksamkeit – kleine, unkontrollierte Änderungen der Randbedingungen	Fehlerhaftes Experiment
Wiederholung der Messung	Konvergenz gegen richtigen Messwert	Konvergenz gegen falschen Messwert
Analyse der Messfehler	– keine Korrektur der Messung – Benennung der Fehlergrenzen	Korrektur der Messung

Tab. 1.4: Statistische und systematische Fehler

Aufgaben

1 Recherchieren Sie nach „kalter Kernfusion“.
Welcher systematische Fehler spielte hier eine Rolle?

2 Schätzen Sie: Wie genau können Sie die Länge des Klassenzimmers messen?
Messen Sie die Länge (nachdem Sie geschätzt haben) dreimal nach.

3 Recherchieren Sie: Wie genau misst ein Tachometer?

4 Schätzen Sie die Dicke eines Blatts Papier. Messen Sie die Dicke des Blatts, indem Sie es vier Mal zerteilen, die 16 Teile aufeinanderlegen, die Dicke des Stapels messen (machen Sie das 3-mal). Wie dick ist ein Blatt Papier?
Wie groß ist Ihr Fehler (pro Blatt Papier)?
Überlegen Sie, welche systematischen Fehler dabei aufgetreten sein könnten.