

# Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

## Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

---

Der Verfasser:



**Stefan Rosner**

Lehrer an der Kaufm. Schule in Schwäbisch Hall

stefan\_rosner@hotmail.com

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 60 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Coverbild (Joker): © fotomaedchen - Fotolia.com

\* \* \* \* \*

7. Auflage 2022

© 2016 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:

MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: [info@merkur-verlag.de](mailto:info@merkur-verlag.de)

[lehrer-service@merkur-verlag.de](mailto:lehrer-service@merkur-verlag.de)

Internet: [www.merkur-verlag.de](http://www.merkur-verlag.de)

Merkur-Nr. 0383-07-DS

*„Sie müssen das Buch so schreiben, dass alles drin ist, aber man es trotzdem versteht!“*  
(Aufforderung einer Schülerin)

## Vorwort

### **Liebe Schülerinnen und Schüler,**

dieses Buch und die Videos sollen Sie dabei unterstützen,

- sich in den letzten beiden Schuljahren optimal auf Klausuren und auf das Abitur in Mathematik vorzubereiten.
- sich alle Lehrplaninhalte anhand verständlicher und übersichtlicher Stoffzusammenfassungen anzueignen.
- Ihr gewonnenes Wissen anhand von Basisübungen mit ausführlichen Lösungen schnell und prüfungsbezogen zu vertiefen.
- die Abitursaufgaben der vergangenen Jahrgänge zu bearbeiten, da Sie hiermit ein Nachschlagewerk zur Verfügung haben.
- durch Erfolge neue Motivation für das Fach Mathematik zu bekommen.

### **Liebe Fachkolleginnen und Fachkollegen,**

dieses Buch und die Videos sollen Sie dabei unterstützen,

- die zeitintensive Stoffwiederholung, Klausur- und Abiturvorbereitung teilweise aus dem Unterricht auslagern zu können.
- auf diese Weise mehr Zeit für verständnisorientierten Unterricht zu gewinnen.
- sicherzustellen, dass Ihre Schülerinnen und Schüler über ausreichendes Basiswissen verfügen.

## NEU

Über 100 Videos des Autors, in welchen alle Stoffzusammenfassungen nochmals erklärt werden. Zugriff über Kurzadresse oder QR-Code aus dem Buch.

Damit ist das Buch auch **ideal zum Fernlernen** geeignet.

## Ablauf der Abiturprüfung 2023

Zu Beginn: SchülerIn erhält alle Aufgabenteile, jedoch keine Hilfsmittel

### Phase 1: Hilfsmittelfreier Teil (ohne Taschenrechner + Merkhilfe)

Zuvor wählt LehrerIn aus:

- **eine aus zwei Aufgaben** zur **Stochastik**
- und**
- **eine aus zwei Aufgaben** zum **Wahlgebiet**  
(Vektorgeometrie oder Math. Beschreibung von Prozessen durch Matrizen)

Teil	Thema	Auswahl durch SchülerIn	Richtzeit	Punkte
1	Analysis (ca. 50 %)	keine	ca. 90 min	30
	Stochastik (ca. 25 %)			
	Wahlgebiet (ca. 25 %)			

Nach endgültiger Abgabe von Teil 1 erhält SchülerIn die Hilfsmittel

### Phase 2: Teile mit Hilfsmitteln (mit Taschenrechner + Merkhilfe)

Zuvor wählt LehrerIn aus:

- **Teil 3 mit zwei Aufgaben** zur **Stochastik**
- oder**
- **Teil 4 mit zwei Aufgaben** zum **Wahlgebiet**

Teil	Thema	Auswahl durch SchülerIn	Richtzeit	Punkte
2	Analysis (ca. 67 %)	keine	ca. 120 min	30
	Anwendungsorientierte Analysis (ca. 33 %)	SchülerIn wählt <b>eine aus drei</b> Aufgaben aus		
3 oder 4	Stochastik oder Wahlgebiet	SchülerIn wählt <b>eine aus zwei</b> Aufgaben aus	ca. 60 min	15

**270 min**  
(ges.)      **75**  
(ges.)

Die gesamte Bearbeitungszeit beträgt also **270 min**.



<b>I. Grundlagen Analysis</b> . . . . .	11
<b>1 Funktionen</b> . . . . .	12
1.1 Ganzrationale Funktionen (Polynome). . . . .	12
1.2 Der Nullstellenansatz und die Vielfachheit von Nullstellen . . . . .	14
1.3 Exponentialfunktionen . . . . .	16
1.4 Trigonometrische Funktionen . . . . .	18
1.5 Übersicht: Spiegeln, Strecken und Verschieben . . . . .	20
1.6 Symmetrie zur $y$ -Achse bzw. zum Ursprung . . . . .	22
1.7 Die Umkehrfunktion . . . . .	23
1.8 Umgang mit Funktionen: Rechenansätze . . . . .	23
<b>2 Gleichungen</b> . . . . .	24
2.1 Gleichungstypen: Übersicht . . . . .	24
2.2 Gleichungstypen: Konkretes Lösungsverfahren . . . . .	26
2.3 Goldene Regeln zum Lösen von Gleichungen . . . . .	32
2.4 Lineare Gleichungssysteme . . . . .	34
<b>3 Differenzialrechnung</b> . . . . .	36
3.1 Ableitungsregeln . . . . .	36
3.2 Tangente und Normale . . . . .	38
3.3 Schnittpunkte (Berührungspunkt, senkrechter Schnitt, Schnittwinkel). . . . .	40
3.4 Monotonie . . . . .	42
3.5 Krümmung . . . . .	43
3.6 Extrempunkte (Hochpunkte und Tiefpunkte) . . . . .	44
3.7 Wendepunkte . . . . .	45
3.8 Sattelpunkte . . . . .	46
3.9 Zusammenhang zwischen den Schaubildern von Funktion und Ableitung . . . . .	48
3.10 Ermittlung von Funktionsgleichungen . . . . .	50
3.11 Extremwertaufgaben . . . . .	54
<b>4 Integralrechnung</b> . . . . .	56
4.1 Integrationsregeln („Aufleitungsregeln“) . . . . .	56
4.2 Flächeninhaltsberechnung zwischen Schaubild und $x$ -Achse . . . . .	58
4.3 Flächeninhaltsberechnung zwischen zwei Schaubildern. . . . .	60
4.4 Berechnung des Rotationsvolumens: Fläche zwischen Schaubild und $x$ -Achse rotiert um die $x$ -Achse . . . . .	62
4.5 Berechnung des Rotationsvolumens: Fläche zwischen zwei Schaubildern rotiert um die $x$ -Achse . . . . .	63
4.6 Mittelwert (durchschnittlicher $y$ -Wert) einer Funktion. . . . .	64
4.7 Flächen, die bis ins Unendliche reichen (Uneigentliche Integrale) . . . . .	65

<b>5</b>	<b>Anwendungsorientierte Aufgaben</b> . . . . .	66
5.1	Bedeutungsmäßiger Zusammenhang von Funktion und Ableitungsfunktion	66
5.2	Von der Aufgabenformulierung zum Rechenansatz („Schlüsselwörter“). . .	67
5.3	Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall . . . . .	68
5.4	Kostentheorie. . . . .	69
<b>II.</b>	<b>Grundlagen Stochastik 1</b> . . . . .	71
<b>1</b>	<b>Baumdiagramme und Pfadregeln</b> . . . . .	72
1.1	Einführung . . . . .	72
1.2	Aufgabentypen . . . . .	75
<b>2</b>	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit, Vierfeldertafel</b> . . . .	78
2.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit. . . . .	78
2.2	Unabhängigkeit. . . . .	80
2.3	Vierfeldertafel . . . . .	81
2.4	Zusammenhänge und Vernetzung . . . . .	82
<b>3</b>	<b>Kombinatorik</b> . . . . .	88
3.1	Einführung: Kombinatorische Hilfsmittel . . . . .	88
3.2	Aufgabentypen . . . . .	89
3.3	Vermischte Beispiele und zugehörige Lösungsansätze . . . . .	96
<b>4</b>	<b>Zufallsvariable und Erwartungswert</b> . . . . .	98
<b>III.</b>	<b>Grundlagen Stochastik 2</b> . . . . .	103
<b>1</b>	<b>Binomialverteilung</b> . . . . .	104
1.1	Bernoulli-Formel. . . . .	104
1.2	Binomialverteilung und kumulierte Binomialverteilung. . . . .	106
1.3	Erwartungswert und Standardabweichung. . . . .	107
1.4	Aufgabentypen zur Binomialverteilung . . . . .	108
1.5	Sigma-Regeln . . . . .	110
<b>2</b>	<b>Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle)</b> . . . . .	112
2.1	Das Bilden von Vertrauensintervallen . . . . .	112
2.2	Stichprobenumfang und Länge des Vertrauensintervalls . . . . .	114
2.3	Zusammenhang: Sigma-Regeln und Vertrauensintervalle . . . . .	115
<b>IV.</b>	<b>Mathematische Beschreibung von Prozessen durch Matrizen</b> . . . .	117
<b>1</b>	<b>Matrizen</b> . . . . .	118
1.1	Begriffe zur Matrix. . . . .	118
1.2	Rechnen mit Matrizen . . . . .	119
1.3	Die inverse Matrix . . . . .	120
1.4	Matrizengleichungen. . . . .	121
<b>2</b>	<b>Mehrstufige Produktionsprozesse</b> . . . . .	122
2.1	Zweistufige Produktionsprozesse . . . . .	122

2.2	Einstufige Produktionsprozesse (Kurzform) . . . . .	127
<b>3</b>	<b>Übergangsprozesse</b> . . . . .	128
3.1	Stochastische Übergangsprozesse . . . . .	128
3.2	Stabiler Vektor (Stationäre Verteilung) und Grenzmatrix . . . . .	130
3.3	Absorbierender Zustand . . . . .	131
3.4	Zyklische Populationsprozesse. . . . .	132
<b>V.</b>	<b>Grundlagen Vektorgeometrie</b> . . . . .	137
<b>1</b>	<b>Grundlagen</b> . . . . .	138
1.1	Punkte . . . . .	138
1.2	Vektoren . . . . .	138
1.3	Rechnen mit Vektoren (Addition, Subtraktion, Betrag, Skalare Multiplikation, Linearkombination, Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Skalarprodukt, Vektorprodukt) . . . . .	139
<b>2</b>	<b>Geraden</b> . . . . .	142
2.1	Geradengleichungen in Parameterform . . . . .	142
2.2	Gegenseitige Lage von Geraden . . . . .	144
<b>3</b>	<b>Ebenen</b> . . . . .	146
3.1	Ebenengleichungen in Parameterform . . . . .	146
3.2	Ebenengleichungen in Normalenform . . . . .	148
3.3	Ebenengleichungen in Koordinatenform. . . . .	150
3.4	Spurpunkte, Spurgeraden und die Lage im Koordinatensystem . . . . .	151
3.5	Umwandlungen der Ebenenformen . . . . .	152
<b>4</b>	<b>Gegenseitige Lage</b> . . . . .	156
4.1	Ebene-Gerade . . . . .	156
4.2	Ebene-Ebene . . . . .	158
<b>5</b>	<b>Schnittwinkel</b> . . . . .	161
<b>6</b>	<b>Abstandsberechnungen</b> . . . . .	162
6.1	Abstände zu einem Punkt . . . . .	163
6.2	Abstände zu einer Geraden. . . . .	166
6.3	Abstände zu einer Ebene . . . . .	167
<b>7</b>	<b>Das Vektorprodukt zur Flächen- und Volumenberechnung</b> . . . . .	168
<b>VI.</b>	<b>Basisübungen zur Analysis.</b> . . . . .	169
<b>1</b>	<b>Funktionen</b> . . . . .	170
<b>2</b>	<b>Gleichungen</b> . . . . .	176
<b>3</b>	<b>Differenzialrechnung</b> . . . . .	178
<b>4</b>	<b>Integralrechnung</b> . . . . .	186
<b>VII.</b>	<b>Ausführliche Lösungen.</b> . . . . .	197