Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Kurt Bohner

Lehrauftrag Mathematik am BS Wangen

Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Roland Ott

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Ronald Deusch

Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Umschlag:
Kreis oben: www. adpic.de kleines Bild
Kreis unten: Robert Kneschke – Fotolia.com

* * * * * * * * * *

2. Auflage 2018

Gesamtherstellung:

Merkur Verlag Rinteln Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-2665-9

Einleitung

Das Arbeitsheft dient zur Aufbereitung, Wiederholung und Festigung des im Schülerbuch behandelten Lernstoffs. Es soll parallel zum Schülerbuch verwendet werden.
Die begleitende Unterstützung durch die Lehrkraft ist gewünscht und sehr sinnvoll.

Das Arbeitsheft enthält ergänzende Aufgaben zur Wiederholung und ermöglicht eine Lernkontrolle in Eigenverantwortung. Das im Vergleich zum Schülerbuch veränderte Format und die Form der Darstellung wirken motivierend auf Schüler/innen.
Einige Aufgaben beinhalten fächerübergreifende Aspekte in Handlungssituationen.
Das Arbeitsheft hilft, das Erlernte zu festigen und damit eine gute Grundlage für die schriftliche Prüfung zu schaffen.

Inhaltsverzeichnis

Streuungsmaße

Hinweis: Berechnen Sie die folgenden zwei Aufgaben ohne die Nutzung vorprogrammierter Kennzahlen in Ihrem Taschenrechner! Fassen Sie die Werte geeignet zusammen, um die Berechnung zu verkürzen.

1 Die zwei Freunde Markus und Kai fahren Autos vom gleichen Typ und haben den Durchschnittsverbrauch in Liter pro 100 km gemessen und notiert. Hierbei gab es das unten abgebildete Ergebnis. Am Ende diskutierten beide, wer von Ihnen der bessere Autofahrer ist.

Markus	8,1	8,0	8,9	7,9	8,0	7,7	7,9	7,5
Kai	7,9	8,1	8,8	7,2	8,6	8,0	7,7	7,7

2 Die Waldner KG bezieht von zwei Zulieferern A und B selbstsichernde Muttern in großer Stückzahl. Beim Wareneingang werden jeder Lieferung 20 Muttern entnommen und auf Fehler geprüft. Die Liste zeigt die Anzahl der defekten Muttern.

Lieferant A	2	2	3	2	2	1	3	1
Lieferant B	1	4	3	1	2	0	2	3

2.1 Berechnen Sie jeweils den Mittelwert sowie die Varianz und die Standardabweichung.

Lieferant A:

$\bar{x}_A$

σ_A^2

σ_A

Lieferant B:

$\bar{x}_B$

σ_B^2

σ_B

2.2 Entscheiden Sie die Wahl des Lieferanten. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

3 Bei einem Mathematiktest in den Klassen 11a und 11b ergaben sich folgende Notenspiegel.

Note	15	14	13	12	11	10	8	6
Anzahl in Klasse 11a	3	5	7	4	3	3	3	2
Anzahl in Klasse 11b	4	7	7	5	1	1	1	4

Maike aus der 11b prahlt gegenüber ihrem Freund aus der 11a: "Wir waren mal wieder besser als ihr!“ Entscheiden Sie, ob Maike Recht hat.
Ermitteln Sie jeweils Mittelwerte, Varianz sowie Standardabweichung und äußern Sie sich anhand dieser Werte zu Maikes Aussage.

Klasse 11a:
$\overline{x}$
σ^2
σ

Klasse 11b:
$\overline{x}$
σ^2
σ

Stellungnahme:

4 Im Physikunterricht führten Maria und Stephan Dehnungsversuche mit einer Feder durch, wobei sie folgende Messwerte (in mm) erhielten:

Maria	124	123	122	124	119	120	121	120	119	118
Stephan	120	121	119	120	121	122	122	121	122	122

Entscheiden Sie, wer sorgfältiger arbeitete.

2 Einführung in die Funktionen

Intervalle sind Teilmengen der reellen Zahlen $\mathbb{R}$.

1 Schreiben Sie als Intervall.

$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$	(2; 5) (offen)	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$	[0; 1] (geschlossen)
$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 0\}$		$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x\}$		$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 1\}$	

2 Schreiben Sie in Mengenschreibweise.

[2 ; 8]	$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 8\}$	$(-\infty ; 2)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$
(0; 6)		[− 4; 4]	
$[-2; \infty)$		$(-\infty; 1)$	

3 Geben Sie die Koordinaten an und beschreiben Sie die Punktmenge.

A

B

C

D

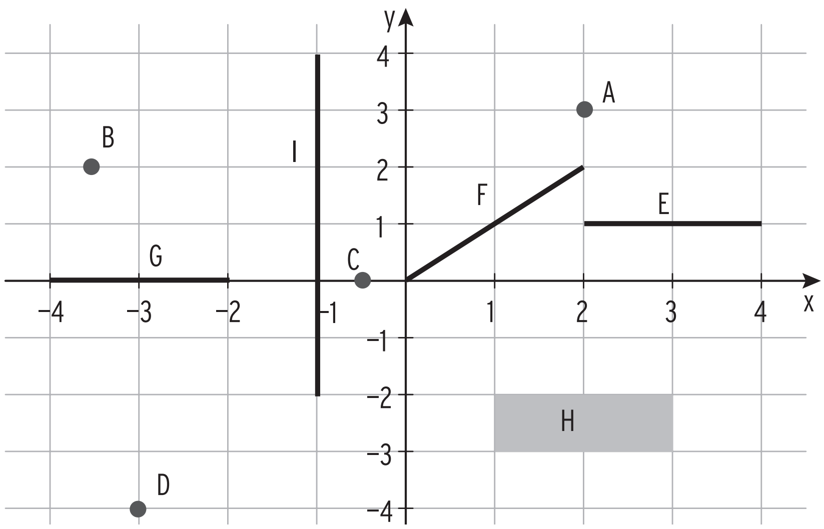
E: $x \in [2; 4]$ und $y = 1$

F

G

H

I



6 Bestimmen Sie die Geradengleichung.

Gerade mit Steigung $m = 2$ durch $P(1 \mid 1)$	$y = 2x + b$ Punktprobe: $1 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow \quad b = -1$ Geradengleichung: $y = 2x - 1$
Gerade durch $P(0 \mid 1)$ und $Q\,(4 \mid 0)$	
Gerade mit Steigung $m = 4$ durch $P(1 \mid 4)$	
Gerade durch $P(2 \mid 1)$ und $Q\,(-4 \mid 1)$	
Gerade durch $P(5 \mid -1)$ und $Q\,(2 \mid 5)$	

7 Bestimmen Sie den Term der Gesamtkostenfunktion, deren Graph durch folgende Eigenschaften beschrieben werden kann.

Die variablen Stückkosten betragen 0,4 GE/Stück, die fixen Kosten 3 GE.	$K(x) = 0{,}4x + 3$
Die variablen Stückkosten betragen 2,5 GE/Stück, 12 Stück verursachen Gesamtkosten von 40 GE.	
Bei Produktionsstillstand fallen Gesamtkosten von 8 GE an. Die Produktion von 3 Stück verursacht Gesamtkosten von 14 GE.	
Bei Produktion von 2 ME entstehen Gesamtkosten in Höhe von 6 GE, bei 5 ME betragen diese 12 GE.	

8 Bestimmen Sie die Nullstelle der Funktion f.

$f(x) = 6(x - 4)$	$f(x) = 2x - 3$	$f(x) = 2(\frac{16}{3} - 3x)$	$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
$f(x) = 0$ $6(x - 4) = 0$ $x - 4 = 0$ $x = 4$ Nullstelle von f			

9 Berechnen Sie die Stelle, in der sich die Graphen von f und g schneiden.

$f(x) = x;\ g(x) = 1 - x$	$f(x) = 2x - 3;\ g(x) = 3x$	$f(x) = -\frac{1}{2}(x + 5);\ g(x) = \frac{1}{2}x$
$f(x) = g(x)$ $x = 1 - x \quad \vert + x$ $2x = 1 \quad \vert : 2$ $x = 0{,}5$ Schnittstelle		

$f(x) = 17x - 8;\ g(x) = x + 3$	$f(x) = 1;\ g(x) = \frac{7}{2}x - 8$	$f(x) = 2(\frac{16}{3} - 3x);\ g(x) = -5x$

10 Ein Monopolist arbeitet mit der Preisabsatzfunktion p mit $p(x) = 24 - 0{,}5x$. Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Geben Sie die ökonomische Bedeutung dieser Punkte an.

Schnittpunkt mit der x-Achse: ______________________________

Schnittpunkt mit der y-Achse: ______________________________

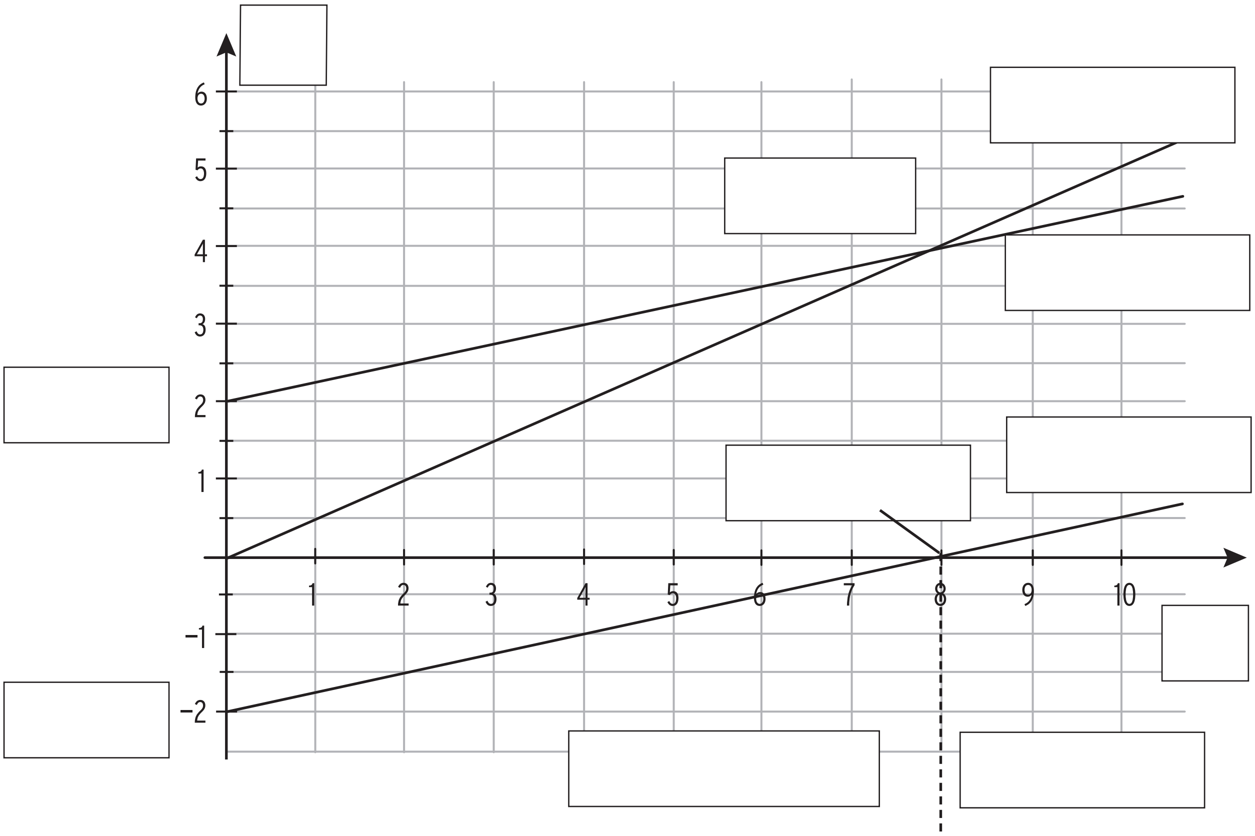
Ökonomische Bedeutung: ______________________________

11 Gegeben ist die Nachfragefunktion p_N mit $p_N(x) = 5 - 0{,}25x$ und die Angebotsfunktion p_A mit $p_A(x) = 0{,}4x + 1{,}1$

a) Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht.

b) Erklären Sie die Marktsituation, wenn 5 ME am Markt angeboten werden.

12 Beschriften Sie die Abbildung zum Thema Kostentheorie.



13 Füllen Sie den Lückentext aus.

Die Gesamtkostenfunktion K ist eine lineare Funktion, die zugehörige Kostengerade

ist ______________ .

Die Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den _________________ und den

______________ Kosten. Für den Term K(x) gilt: ____________________________

Der Schnittpunkt der Kostengeraden mit der y-Achse gibt die ______________ an.

Die Erlösfunktion E ist eine lineare Funktion, der zugehörige Graph ist eine

______________ _____________ .

Die Schnittstelle der beiden Geraden gibt die ____________________________ an.

Die Gewinnfunktion lässt sich wie folgt berechnen: G(x) = ______________.

Die Nullstelle der Gewinnfunktion entspricht der ______________ .

Verläuft die Gewinnkurve unterhalb der x-Achse, wird ______________ erzielt.

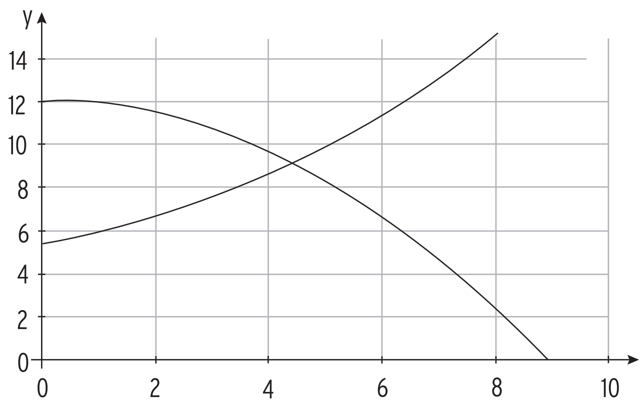
9 Die Analyse für ein schmerzlinderndes Präparat ergibt, dass sich die Angebotspreise und die Nachfragesituation auf dem Markt darstellen lassen durch p_A und p_N mit $p_A(x) = 0{,}1x^2 + 0{,}4x + 5{,}4$ und $p_N(x) = 12 - 0{,}15x^2$,

x in ME, $p_A(x)$ bzw. $p_N(x)$ in GE pro ME.

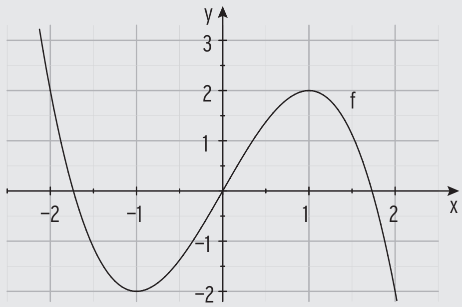
a) Geben Sie die Sättigungsmenge und den Höchstpreis an.

b) Berechnen Sie die Gleichgewichtsmenge und das Marktgleichgewicht.

c) Kennzeichnen Sie die Situation im nebenstehenden Koordinatensystem.



8 Berechnen Sie die Nullstellen von f und skizzieren Sie das Schaubild von f.

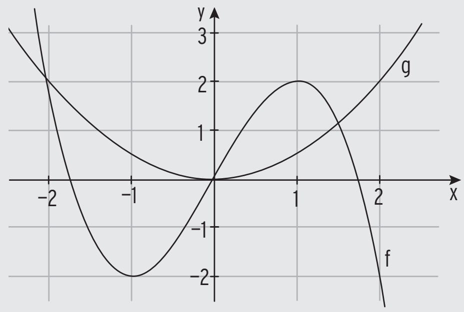
<table>
<tr><td>Funktions-
term</td><td>$f(x) = -x^3 + 3x$</td><td>Skizze</td></tr>
<tr><td>Nullstellen:
$f(x) = 0$</td><td>$-x^3 + 3x = 0$
$-x(x^2 - 3) = 0$
$x = 0 \vee x^2 - 3 = 0$
$x = 0 \vee x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{3}$
drei einfache NST von f</td><td>
</td></tr>
</table>

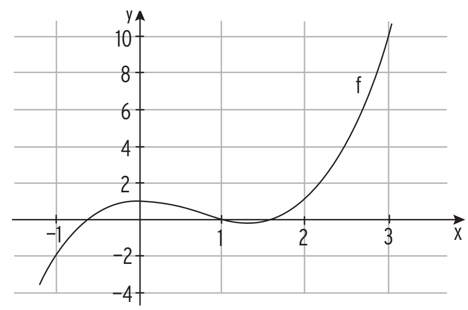
Funktionsterm	$f(x) = x^3 - 2x^2$	Skizze
Nullstellen: $f(x) = 0$		

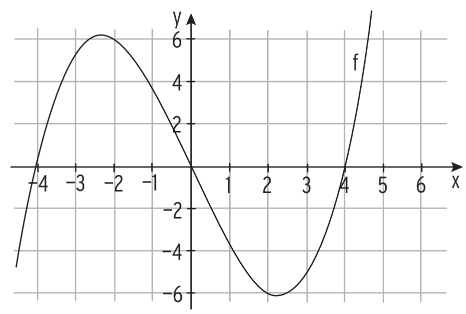
Funktionsterm	$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$	Skizze
Nullstellen: $f(x) = 0$		

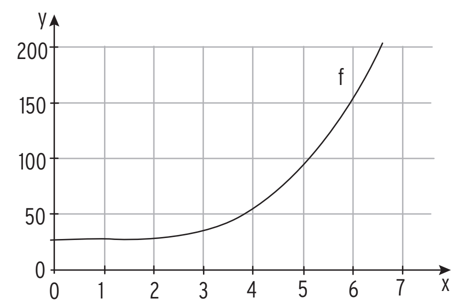
Funktionsterm	$f(x) = 3x - 2x^2 - x^3$	Skizze
Nullstellen: $f(x) = 0$		

9 Berechnen Sie die Schnittpunkte der Graphen von f und g. Skizzieren Sie das Schaubild von g in das gegebene Achsenkreuz ein.

$f(x) = -x^3 + 3x$; $g(x) = 0{,}5x^2$	Skizze
f(x) = g(x) $\quad -x^3 + 3x = 0{,}5x^2$ Nullform: $\quad -x^3 - 0{,}5x^2 + 3x = 0$ Ausklammern: $\quad -x(x^2 + 0{,}5x - 3) = 0$ $x = 0 \vee x^2 + 0{,}5x - 3 = 0$ $x_1 = 0$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1{,}5$ $g(0) = 0$; $g(-2) = 2$; $g(1{,}5) = 1{,}125$ $S_1(0 \mid 0)$; $S_2(-2 \mid 2)$; $S_3(1{,}5 \mid 1{,}125)$	

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$; $g(x) = 3x + 1$	Skizze
	

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 4x$; $g(x) = x^2 - 4x$	Skizze
	

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 27$; $g(x) = 28x$; $x > 0$	Skizze
	

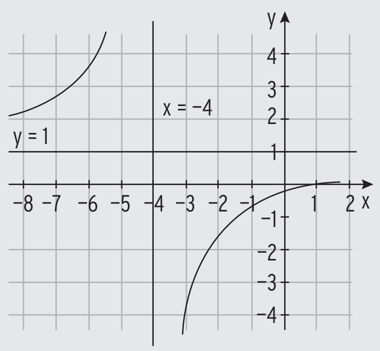
4 Gebrochen-rationale Funktionen

1 Füllen Sie die Tabelle aus. Skizzieren Sie das Schaubild der Funktion f mit Asymptoten.

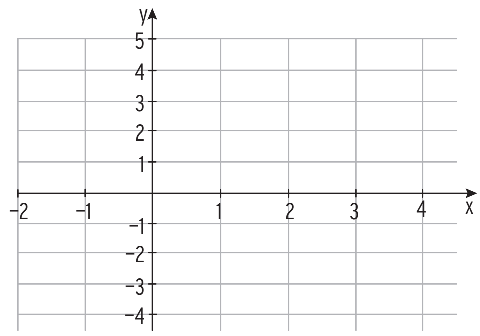
	Definitionslücke x_0	D_{Max}	Senkrechte Asymptote	waagrechte Asymptote	Schnittpunkt mit x-Achse y-Achse
a) $f(x)=\frac{x-1}{x+4}$	$x_0 = -4$	$\mathbb{R}\setminus\{-4\}$	$x = -4$	$y = 1$	$N(1\mid 0)$; $S_y(0\mid -\frac{1}{4})$
b) $f(x) = \frac{5}{2x-4}$					
c) $f(x)=\frac{x}{x-1}$					
d) $f(x)=\frac{-5}{(x+1)^2}$					
e) $f(x)=\frac{3}{x}-2$					
f) $f(x)=\frac{5x-2}{1-3x}$					

Abbildungen zu a) bis e)

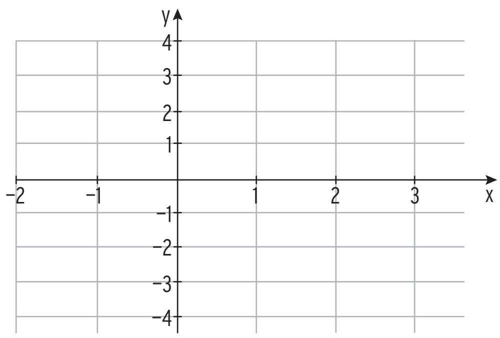
a)



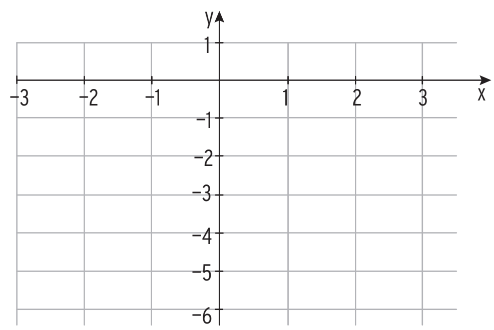
b)



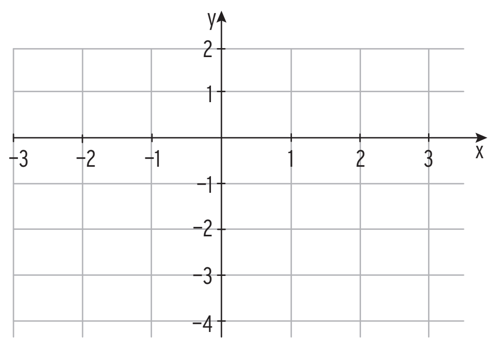
c)



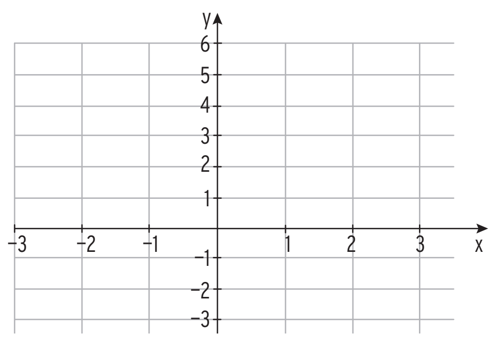
d)



e)

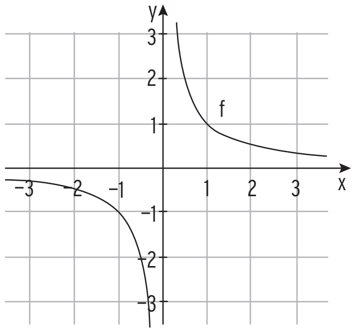


f)

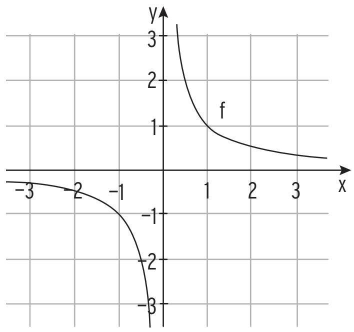


2 Gezeichnet ist das Schaubild von f mit $f(x) = \frac{1}{x}$. Skizzieren Sie das Schaubild von g.

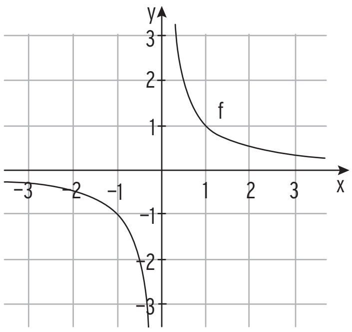
a) $g(x) = \frac{1}{x-1}$



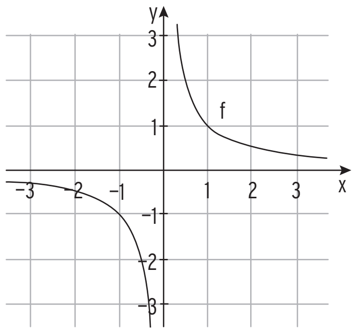
b) $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$



c) $g(x) = \frac{1}{x+2}$



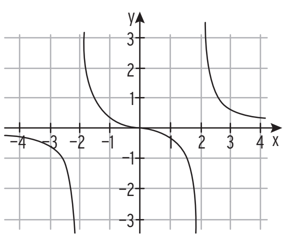
d) $g(x) = 1 - \frac{1}{x}$



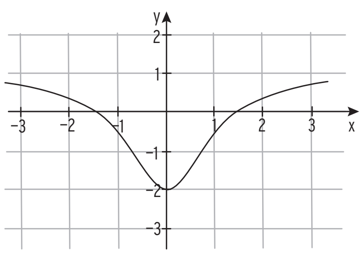
3 Ordnen Sie die Schaubilder zu. Begründen Sie Ihre Wahl.

$f_1(x) = \frac{2x}{4-2x}$: Abb. C senkrechte As.: $x = 2$ waagrechte As.: $y = -1$ Der Graph von f_1 geht durch O(0 | 0).	$f_2(x) = \frac{x}{x^2-4}$: Abb.	$f_3(x) = \frac{x^2-1}{x}$: Abb.
$f_4(x) = \frac{2x+3}{x+2}$: Abb.	$f_5(x) = 0{,}5x + \frac{1}{x}$: Abb.	$f_6(x) = \frac{x^2-2}{x^2+1}$: Abb.

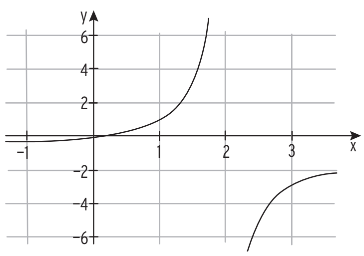
A



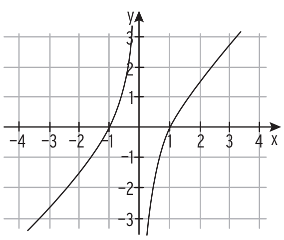
B



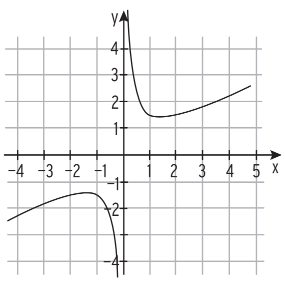
C



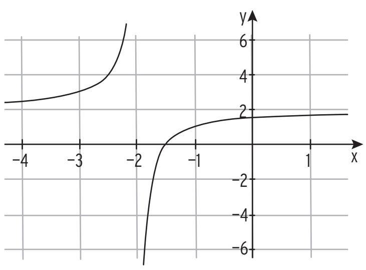
D



E



F



26

a) Bei den nachfolgenden Vorgängen liegt näherungsweise ein exponentieller Wachstums- bzw. Zerfallsprozess vor. Entscheiden Sie.

2011	2012	2013	2014	2015
112,7	132,7	152,7	172,7	192,7

☐ ja ☐ nein

2011	2012	2013	2014	2015
7,80	7,41	7,04	6,69	6,36

☐ ja ☐ nein

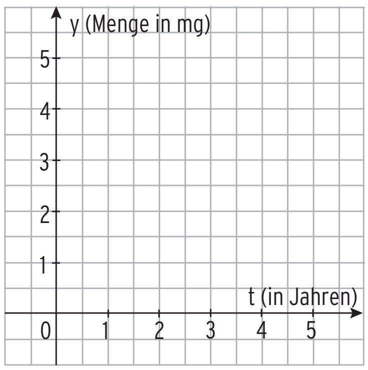
b) Beim exponentiellen Wachstum gilt q __ 1,
beim exponentiellen Zerfall gilt 0 _ q _ 1 .

27 Eine Anfangsmenge von 5 mg des radioaktiven Stoffes Radon 222 zerfällt exponentiell gemäß der Tabelle (t in Tagen; y in mg).

t	0	1	2	3	4
y	5	4,09	3,34	2,73	2,23

a) Stellen Sie den Vorgang im Koordinatensystem dar.

b) Ermitteln Sie den zugehörigen Funktionsterm auf 3 Arten.



1. Regression führt zu f(t) = ________________

2. Der Anfangsbestand von a =_____ und der Wachstumsfaktor q = _____ führen zu f(t) = ____________.

3. Das Einsetzen des Anfangsbestandes von a = _____ und der Koordinaten des Punktes P(... | ...) in $f(t) = a \cdot e^{kt}$ führen zu _____ =_____ $\cdot e^{k \cdot \dots}$

$e^{k \cdot \dots}$ =________

k · ... = ln(_______)

k = ln(_______)

Somit gilt f(t) = _________ .

c) Die Halbwertszeit beträgt t_H = _____ . Überprüfen Sie dies am Schaubild.

III Von der mittleren zur lokalen Änderungsrate

Differenzialquotient und Ableitung

1 Bestimmen Sie die mittlere Änderungsrate auf [a; b].

$f(x) = (x + 1)^2$; [0; 2]	$\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{9 - 1}{2} = 4$
$f(x) = 6x - 2x^3$; [1; 3]	
$f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x$; [− 1; 2]	
$f(x) = 9$; [− 5; 3]	

2 Bestimmen Sie die momentane Änderungsrate in x_0.

$f(x) = x^2 + 2$; $x_0 = 2$	$\frac{f(2 + h) - f(2)}{h} = \frac{(2 + h)^2 + 2 - 6}{h} = \frac{h^2 + 4h}{h} = h + 4$ $h + 4 \rightarrow 4$ für $h \rightarrow 0$ $m_t = f'(2) = 4$
$f(x) = 6x^2 - 2$; $x_0 = 1$	
$f(x) = x^2 - x$; $x_0 = 0$	

3 Für eine Funktion f gilt folgende Bedingung. Formulieren Sie Aussagen für das Schaubild von f .

$f'(2) = -3$	Der Graph von f hat in x = 2 die Steigung − 3.
$f'(4) = 0$	
$f'(x) > 0$	
$f(-1) = 0$	
$f(4) < 0$	
$f'(-2) = -1$	
$f(3) = 4 \underset{\text{und}}{\wedge} f'(3) = 0$	
$f'(x) = 1$	

Lagemaße

1 Geben Sie für die folgende Datenreihe den Mittelwert und den Median an:
3, 2, 1, 4, 5, 6, 2, 3, 2

Mittelwert $\bar{x} = \frac{3+2+1+4+5+6+2+3+2}{9} = \frac{28}{9} = 3{,}11$
Median $x_{med} = 3$

2 Bei Reifenhandel Stroppel wird überlegt, ob die Anzahl der Montageplätze ausreicht. Deshalb erfasst man bei 20 PKW die Wartezeit in Minuten:
10, 5, 14, 5, 13, 5, 0, 10, 20, 5, 5, 35, 6, 5, 23, 12, 14, 6, 15, 0

2.1 Bestimmen Sie den Mittelwert.

$$\bar{x} = \frac{10+5+14+5+13+5+0+10+20+5+5+35+6+5+23+12+14+6+15+0}{20} = \frac{208}{20} = 10{,}4$$

2.2 Unter der Spannweite einer Messreihe versteht man die Differenz von größtem und kleinstem Messwert. Geben Sie die Bedeutung der Spannweite an.

Gar keine, da es deutliche Ausreißer gibt, die die Größe der Spannweite enorm beeinflussen.

3 Jan betreut 8 Jugendliche und möchte einen Tagesausflug mit ihnen machen. Pro Person müsste ein Beitrag von 60 EUR bezahlt werden. Jan ist bereit 100 EUR zu zahlen, ein Spender steuert nochmals 150 EUR bei.

3.1 Berechnen Sie die Kosten für den Tagesausflug. $60 \cdot 9 = 540$ (EUR)

3.2 Ermitteln Sie, wie viel Geld jeder der 8 Jugendlichen aufbringen muss.

$540 - 100 - 150 = 290$; $\frac{290}{8} = 36{,}25$; Jeder Jugendliche muss 36,25 EUR bezahlen.

4 In einer Ausgabe von „Ein ganze halbes Jahr" von Jojo Moyes mit 528 Seiten wurden auf 10 zufällig ausgesuchten Seiten die Zeilen und bei 10 zufällig ausgewählten Zeilen die Wörter gezählt. Es ergaben sich folgende Werte:
Zeilen pro Seite: 32 32 27 27 29 32 31 30 30 28
Wörter pro Zeile: 10 10 9 12 7 8 10 7 8 6
Schätzen Sie die Zahl der Wörter in diesem Roman.

Mittelwert über die 10 Seiten:

$$\bar{x} = \frac{32 \cdot 10 + 32 \cdot 10 + 27 \cdot 9 + 27 \cdot 12 + 29 \cdot 7 + 32 \cdot 8 + 31 \cdot 10 + 30 \cdot 7 + 30 \cdot 8 + 28 \cdot 6}{10} = 259{,}4$$

Zahl der Wörter: $259{,}4 \cdot 528 = 136\,963{,}2$
Der Roman hat etwa 136 963 Worte.

5 In drei Städten A, B und C in Deutschland wurden jeweils fünf Personen nach ihrem monatlichen Nettoeinkommen befragt. Hierbei ergaben sich folgende Daten:

	A	B	C
x_1	3500	3900	1100
x_2	5500	3700	900
x_3	1500	3800	13600
x_4	1600	3500	800
x_5	1900	3100	1000

	A	B	C
$\bar{x}$	2800	**3600**	3480
x_{med}	**1900**	**3700**	**1000**

Ermitteln Sie jeweils den Mittelwert und den Median der drei Datenreihen. Bezeichnen Sie die Werte, die geeignet sind, um das „typische" Einkommen der Einwohner zu charakterisieren. Der geeignete Wert ist fett unterlegt.

Bei Stadt B: x_{med} geeignet, da geringe Abweichungen vom Mittelwert existieren.

Nebenrechnungen:
$3500 + 5500 + 1500 + 1600 + 1900 = 14000$; $\frac{14000}{5} = 2800$

$3900 + 3700 + 3800 + 3500 + 3100 = 18000$; $\frac{18000}{5} = 3600$

$1100 + 900 + 13600 + 800 + 1000 = 17400$; $\frac{17400}{5} = 3480$

6 „Der Mittelwert aller Abweichungen vom Mittelwert ist immer null."
Erläutern Sie diese Aussage am Beispiel der Urliste 1; 5; 0; 2; 1; 8; 0; 3.

$1 + 5 + 0 + 2 + 1 + 8 + 0 + 3 = 20$; $\frac{20}{8} = 2{,}5$

Abweichungen vom Mittelwert:
$(1 - 2{,}5) + (5 - 2{,}5) + (0 - 2{,}5) + (2 - 2{,}5) + (1 - 2{,}5) + (8 - 2{,}5) + (0 - 2{,}5) + (3 - 2{,}5) = 0$

7 Berechnen Sie das geometrische Mittel der Zahlen: 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 3, $\frac{5}{2}$, 5, 1.

Mittelwert $\bar{x}_g = \sqrt[7]{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 \cdot 1} \approx 1{,}61$

8 Die Fondsanteile von Jan verzinsten sich in den letzten fünf Jahren wie folgt:
8 %, 4 %, − 5 %, − 6 %, 1,5 %.
Berechnen Sie die durchschnittliche Verzinsung.

Mittelwert $\bar{x}_g = \sqrt[5]{1{,}08 \cdot 1{,}04 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}94 \cdot 1{,}015} \approx 1{,}0036$

Die durchschnittliche Verzinsung liegt bei 0,36 %.

Streuungsmaße

Hinweis: Berechnen Sie die folgenden zwei Aufgaben ohne die Nutzung vorprogrammierter Kennzahlen in Ihrem Taschenrechner! Fassen Sie die Werte geeignet zusammen, um die Berechnung zu verkürzen.

1 Die zwei Freunde Markus und Kai fahren Autos vom gleichen Typ und haben den Durchschnittsverbrauch in Liter pro 100 km gemessen und notiert. Hierbei gab es das unten abgebildete Ergebnis. Am Ende diskutierten beide, wer von Ihnen der bessere Autofahrer ist.

Markus	8,1	8,0	8,9	7,9	8,0	7,7	7,9	7,5
Kai	7,9	8,1	8,8	7,2	8,6	8,0	7,7	7,7

Markus: $\bar{x} = 8$; $\sigma^2 = \frac{1}{8}(0{,}1^2 + 0{,}9^2 + 0{,}1^2 + 0{,}3^2 + 0{,}1^2 + 0{,}5^2) = \frac{1{,}18}{8}$ also $\sigma = 0{,}38$

Kai: $\bar{x} = 8$; $\sigma^2 = \frac{1}{8}(0{,}1^2 + 0{,}1^2 + 0{,}8^2 + 0{,}8^2 + 0{,}6^2 + 0{,}3^2 + 0{,}3^2) = \frac{1{,}84}{8}$ also $\sigma = 0{,}48$

Beide haben den gleichen Durchschnttsverbrauch erzielt; Markus fährt etwas gleichmäßiger. Beide sind etwa gleich gute Autofahrer.

2 Die Waldner KG bezieht von zwei Zulieferern A und B selbstsichernde Muttern in großer Stückzahl. Beim Wareneingang werden jeder Lieferung 20 Muttern entnommen und auf Fehler geprüft. Die Liste zeigt die Anzahl der defekten Muttern.

Lieferant A	2	2	3	2	2	1	3	1
Lieferant B	1	4	3	1	2	0	2	3

2.1 Berechnen Sie jeweils den Mittelwert sowie die Varianz und die Standardabweichung.

Lieferant A:
$\bar{x}_A = \frac{16}{8} = 2$

${\sigma_A}^2 = \frac{1}{8}(1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2) = 0{,}5$

$\sigma_A = 0{,}71$

Lieferant B:
$\bar{x}_B = \frac{16}{8} = 2$

${\sigma_B}^2 = \frac{1}{8}(1^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2) = 1{,}5$

$\sigma_B = 1{,}22$

2.2 Entscheiden Sie die Wahl des Lieferanten. Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Die Wahl fällt auf A. Bei Lieferant A sind die Kontrollen besser und effektiver, da die Abweichungen von $\bar{x} = 2$ geringer ausfallen ($\sigma_A < \sigma_B$).

3 Bei einem Mathematiktest in den Klassen 11a und 11b ergaben sich folgende Notenspiegel.

Note	15	14	13	12	11	10	8	6
Anzahl in Klasse 11a	3	5	7	4	3	3	3	2
Anzahl in Klasse 11b	4	7	7	5	1	1	1	4

Maike aus der 11b prahlt gegenüber ihrem Freund aus der 11a: "Wir waren mal wieder besser als ihr!" Entscheiden Sie, ob Maike Recht hat.
Ermitteln Sie jeweils Mittelwerte, Varianz sowie Standardabweichung und äußern Sie sich anhand dieser Werte zu Maikes Aussage.

Klasse 11a:
$\bar{x} = 11{,}76$
$\sigma^2 = 6{,}25$
$\sigma = 2{,}50$

Klasse 11b:
$\bar{x} = 12{,}06$
$\sigma^2 = 7{,}86$
$\sigma = 2{,}80$

Stellungnahme: Der Durchschnitt in 11 b ist etwas besser. Klasse 11 a ist homogener. Man kann nicht sagen, welche Klasse besser ist.

4 Im Physikunterricht führten Maria und Stephan Dehnungsversuche mit einer Feder durch, wobei sie folgende Messwerte (in mm) erhielten:

Maria	124	123	122	124	119	120	121	120	119	118
Stephan	120	121	119	120	121	122	122	121	122	122

Entscheiden Sie, wer sorgfältiger arbeitete.

Maria: $\bar{x} = 121$ $\sigma = 2{,}05$

Stephan: $\bar{x} = 121$ $\sigma = 1$

Stephan hat sorgfältiger gearbeitet, da die Standardabweichung wesentlich geringer ist als die von Maria.

2 Einführung in die Funktionen

Intervalle sind Teilmengen der reellen Zahlen ℝ.

1 Schreiben Sie als Intervall.

{x ∈ ℝ | 2 < x < 5}	(2; 5) (offen)	{x ∈ ℝ | 0 ≤ x ≤ 1}	[0; 1] (geschlossen)
{x ∈ ℝ | − 3 ≤ x ≤ 0}	[− 3; 0]	{x ∈ ℝ | x ≤ − 1}	(− ∞; − 1]
{x ∈ ℝ | 0 ≤ x}	[0; ∞)	{x ∈ ℝ | − 2 < x ≤ 1}	(− 2; 1]

2 Schreiben Sie in Mengenschreibweise.

[2 ; 8]	{x ∈ ℝ | 2 ≤ x ≤ 8}	(− ∞ ; 2)	{x ∈ ℝ | x < 2}
(0 ; 6)	{x ∈ ℝ | 0 < x < 6}	[−4 ; 4]	{x ∈ ℝ | −4 ≤ x ≤ 4}
[− 2 ; ∞)	{x ∈ ℝ | x ≥ − 2}	(− ∞; 1)	{x ∈ ℝ | x < 1 }

3 Geben Sie die Koordinaten an und beschreiben Sie die Punktmenge.

A (2 | 3)

B(− 3,5 | 2)

C(− 0,5 | 0)

D(− 3 | − 4)

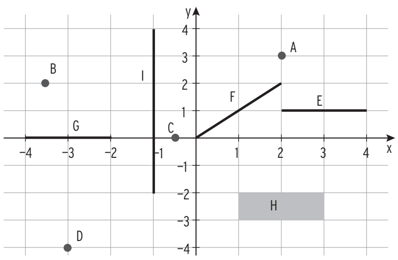
E: x ∈ [2; 4] und y = 1

F: y = x; x ∈ [0; 2]

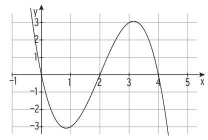
G: y = 0; x ∈ [− 4; −2]

H: x ∈ [1; 3]; y∈[− 3; −2]

I: x = − 1; y∈[− 2; 4]

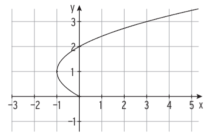


4 Entscheiden Sie begründet, ob das Schaubild zu einer Funktion gehört.



☒ ja ☐ nein

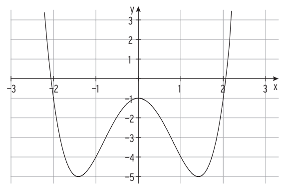
Begründung: Jedem x-Wert wird genau ein y-Wert zugeordnet.



☐ ja ☒ nein

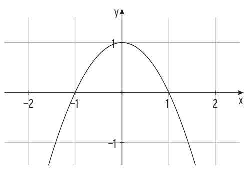
Begründung: Z.B. werden x = 0 zwei y-Werte zugeordnet.

5 Die Abbildung zeigt das Schaubild der Funktion f. Beantworten Sie folgende Fragen mithilfe der Abbildung. Begründen Sie Ihre Antwort.

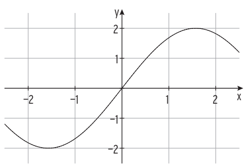


Bedingung	wahr/falsch	Begründung
f(1) = − 4	☒ (w) ☐ (f)	F(1 |− 4) liegt auf dem Graph von f
f(x) = 0 für x = −2	☐ (w) ☒ (f)	f(− 2) = − 1
f(x) = f(− x)	☒ (w) ☐ (f)	Der Graph von f ist symmetrisch zur y-Achse.
f(− 1) < f(0)	☒ (w) ☐ (f)	f(− 1) = − 4 < f(0) = − 1
f(x) < − 1 für 0 < x < 2	☒ (w) ☐ (f)	Der Graph von f verläuft unterhalb der Geraden mit y = − 1.
f(0) − f(1) = 3	☒ (w) ☐ (f)	f(0) = − 1; f(1) = − 4 f(0) − f(1) = 3
f(0) = f(2)	☒ (w) ☐ (f)	f(0) = − 1; f(2) = − 1

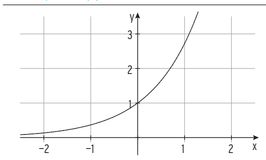
6 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen einer Funktion f mit D = ℝ. Ordnen Sie jeder Funktion ihre Wertemenge W zu.



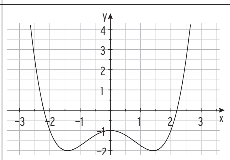
W ={y ∈ ℝ | y ≤ 1}



W = {y ∈ ℝ | − 2 ≤ y ≤ 2}

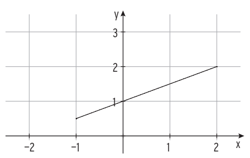


W = {y ∈ ℝ | y > 0 }

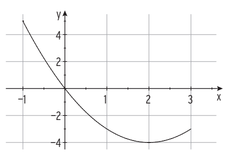


W = {y ∈ ℝ | y ≥ − 2}

7 Ordnen Sie jeder Funktion Definitionsmenge D und Wertemenge W zu.



D = [− 1; 2]
W = [0,5 ; 2]



D = [− 1; 3]
W = [− 4 ; 5]

8 Füllen Sie die Tabelle aus.

Funktionsterm	D	W	Funktionsterm	D	W
f(x) = x + 1	(0 ; 7)	(1 ; 8)	f(x) = 2x	(− 1 ; 4)	(− 2 ; 8)
$f(x) = x^2$	ℝ	[0 ; ∞)	$f(x) = x^2 + 1$	[−2 ; 2]	[1 ; 5]

3 Ganzrationale Funktionen

3.1 Lineare Funktionen

Die Funktion f mit f(x) = mx + b; x ∈ ℝ, ist eine lineare Funktion.
Geradengleichung y = mx + b mit m: Steigung und b: y-Achsenabschnitt

1 Ergänzen Sie die Lücken im Text.

Das Schaubild der linearen Funktion f mit f(x) = mx + b hat die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b. Ist b = 0, so verläuft die Gerade durch den Ursprung.

Eine Gerade ist steigend, wenn die Steigung positiv ist, für m < 0 ist sie fallend.

Für m = 0 verläuft sie waagrecht.

2 Geben Sie einen linearen Funktionsterm an, so dass die Bedingung erfüllt ist.

Die Gerade geht durch den Ursprung.	y = 4x
Die Steigung beträgt − 2.	y = − 2x + 1
A(0| 7) liegt auf der Geraden.	y = 4x + 7
Die Gerade ist steigend.	y = x
Vergrößert man den x-Wert um 2, vergrößert sich der y-Wert um 6.	y = 3x
Der Erlös pro Stück beträgt 0,25 €.	y = 0,25x

3 Bestimmen Sie die Zahl, die in den Platzhalter muss, damit der Graph von f mit

f(x) = 2x − 4 durch (0| − 4) verläuft.

$f(x) = -\frac{\boxed{6}}{4}x + 6$ parallel zur Geraden mit der Gleichung y = − 1,5x verläuft.

$f(x) = \boxed{3}\,x + 1$ der Graph einer Gesamtkostenfunktion ist und die variablen Stückkosten 3 €/Stück betragen.

$f(x) = -\frac{3}{-9}x + 2$ durch $(1|\ \frac{7}{3})$ verläuft.

$f(x) = -\frac{5}{12}x - \frac{5}{2}$ die x-Achse in x = − 6 schneidet.

f(x) = 4x − (− 3) die 1. Winkelhalbierende in x = − 1 schneidet.

4 Jeder Graph gehört zu einer Funktion. Ordnen Sie zu und begründen Sie Ihre Zuordnung. Eine Gerade passt nicht zu den angegebenen Funktionstermen.
Geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an.

a) $f(x) = 3x + 1$	3	Begründung: Die Gerade hat die Steigung 3.
b) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$	2	Begründung: Die Gerade ist fallend mit Steigung $-\frac{1}{2}$.
c) $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$	4	Begründung: Die Gerade hat die Steigung $\frac{3}{2}$.
d) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$	1	Begründung: Die Gerade ist fallend mit Steigung $-\frac{1}{3}$.

Abb. 1

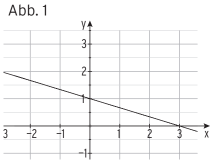


Abb. 2

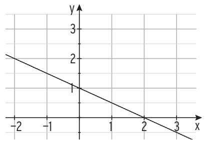


Abb. 3

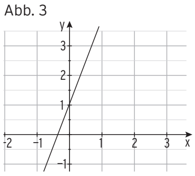
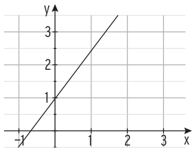


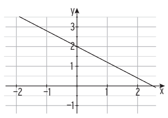
Abb. 4



5 Die Graphen gehören nicht zum Funktionsterm $f(x) = -\frac{4}{5}x + 1$. Begründen Sie.

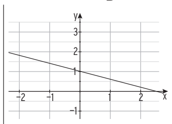
Zeichnen Sie den zugehörigen Graphen in das Koordinatensystem C ein.

A



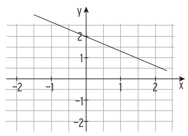
Begründung:
Gerade geht durch (0 | 2).

B



Begründung:
Gerade mit $m = -\frac{2}{5}$

C



6 Bestimmen Sie die Geradengleichung.

Gerade mit Steigung m = 2 durch P(1 | 1)	$y = 2x + b$ Punktprobe: $1 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = -1$ Geradengleichung: $y = 2x - 1$
Gerade durch P(0 | 1) und Q (4 |0)	$y = -\frac{1}{4}x + 1$
Gerade mit Steigung m = 4 durch P(1 | 4)	$y = 4x$
Gerade durch P(2 | 1) und Q (−4 | 1)	$y = 1$
Gerade durch P(5 | − 1) und Q (2 |5)	$m = \frac{5-(-1)}{2-5} = -2$; $y = -2x + 9$

7 Bestimmen Sie den Term der Gesamtkostenfunktion. deren Graph durch folgende Eigenschaften beschrieben werden kann.

Die variablen Stückkosten betragen 0,4 GE/Stück, die fixen Kosten 3 GE.	$K(x) = 0{,}4x + 3$
Die variablen Stückkosten betragen 2,5 GE/Stück, 12 Stück verursachen Gesamtkosten von 40 GE	$K(x) = 2{,}5x + b$; $40 = 2{,}5 \cdot 12 + b \Rightarrow b = 10$ $K(x) = 2{,}5x + 10$
Bei Produktionsstillstand fallen Gesamtkosten von 8 GE an. Die Produktion von 3 Stück verursacht Gesamtkosten von 14 GE	$K(x) = mx + 8$ $14 = 3m + 8 \Rightarrow m = 2$ $y = 2x + 8$
Bei Produktion von 2 ME entstehen Gesamtkosten in Höhe von 6 GE, bei 5 ME betragen diese 12 GE.	$6 = 2m + b$ $12 = 5m + b \Rightarrow m = 2; b = 2$ $K(x) = 2x + 2$

8 Bestimmen Sie die Nullstelle der Funktion f.

$f(x) = 6(x - 4)$	$f(x) = 2x - 3$	$f(x) = 2(\frac{16}{3} - 3x)$	$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
$f(x) = 0$ $6(x - 4) = 0$ $x - 4 = 0$ $x = 4$ Nullstelle von f	$f(x) = 0$ $2x - 3 = 0$ $2x = 3$ $x = \frac{3}{2}$	$f(x) = 0$ $\frac{16}{3} - 3x = 0$ $3x = \frac{16}{3}$ $x = \frac{16}{9}$	$f(x) = 0$ $-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = 0$ $-\frac{1}{2}x = -\frac{5}{2}$ $x = 5$

9 Berechnen Sie die Stellen, in denen sich die Graphen von f und g schneiden.

$f(x) = x$; $g(x) = 1 - x$	$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = 3x$	$f(x) = -\frac{1}{2}(x + 5)$; $g(x) = \frac{1}{2}x$
$f(x) = g(x)$ $x = 1 - x$ | + x $2x = 1$ | : 2 $x = 0{,}5$ Schnittstelle	$f(x) = g(x)$ $2x - 3 = 3x$ $-3 = x$	$f(x) = g(x)$ $-\frac{1}{2}(x + 5) = \frac{1}{2}x$ $-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}x$ $x = -\frac{5}{2}$

$f(x) = 17x - 8$; $g(x) = x + 3$	$f(x) = 1$; $g(x) = \frac{7}{2}x - 8$	$f(x) = 2(\frac{16}{3} - 3x)$; $g(x) = -5x$
$f(x) = g(x)$ $17x - 8 = x + 3$ $16x = 11$ $x = \frac{11}{16}$	$f(x) = g(x)$ $1 = \frac{7}{2}x - 8$ $9 = \frac{7}{2}x$ $x = \frac{18}{7}$	$f(x) = g(x)$ $\frac{32}{3} - 6x = -5x$ $\frac{32}{3} = x$

10 Ein Monopolist arbeitet mit der Preisabsatzfunktion p mit $p(x) = 24 - 0{,}5x$. Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Geben Sie die ökonomische Bedeutung dieser Punkte an.

Schnittpunkt mit der x-Achse: $p(x) = 24 - 0{,}5x = 0$ für $x = 48$; $S_x(48 \mid 0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $p(0) = 24$ $S_y(0 \mid 24)$

Ökonomische Bedeutung: Sättigungsmenge 48 ME; Höchstpreis 24 GE/ME

11 Gegeben ist die Nachfragefunktion p_N mit $p_N(x) = 5 - 0{,}25x$ und die Angebotsfunktion p_A mit $p_A(x) = 0{,}4x + 1{,}1$.

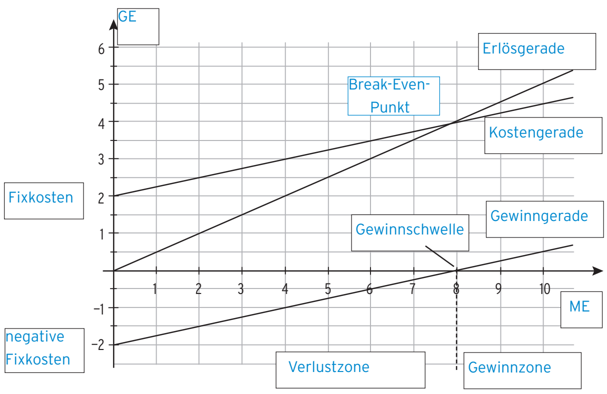
a) Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht. $p_N(x) = p_A(x)$ $5 - 0{,}25x = 0{,}4x + 1{,}1$
$x = 6$

Mit $p_N(6) = 3{,}5$: Marktgleichgewicht: MGG (6 | 3,5)

b) Erklären Sie die Marktsituation, wenn 5 ME am Markt angeboten werden.
Mit $p_N(5) = 3{,}75$; $p_A(5) = 3{,}1 < 3{,}5$ gilt:

Der Angebotspreis ist geringer als der Gleichgewichtspreis.

12 Beschriften Sie die Abbildung zum Thema Kostentheorie.



13 Füllen Sie den Lückentext aus.

Die Gesamtkostenfunktion K ist eine lineare Funktion, die zugehörige Kostengerade ist steigend .

Die Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den fixen Kosten und den variablen Kosten. Für den Term K(x) gilt: $K(x) = K_v(x) + K_{fix}$

Der Schnittpunkt der Kostengeraden mit der y-Achse gibt die Fixkosten an.

Die Erlösfunktion E ist eine lineare Funktion, der zugehörige Graph ist eine steigende Gerade.

Die Schnittstelle der beiden Geraden gibt die Gewinnschwelle an.

Die Gewinnfunktion lässt sich wie folgt berechnen: $G(x) = E(x) - K(x)$.

Die Nullstelle der Gewinnfunktion entspricht der Gewinnschwelle .

Verläuft die Gewinnkurve unterhalb der x-Achse, wird Verlust erzielt.