

Bohner | Ott | Deusch

Mathematik

für das Berufskolleg – Berufliches Gymnasium

Jahrgangsstufe 11

Nordrhein-Westfalen



Geogebra interaktiv



Lern- und Erklärvideos

Merkur 
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Kurt Bohner

Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Roland Ott

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Ronald Deusch

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner

Lehrauftrag Mathematik an der Kaufmännischen Schule in Schwäbisch Hall

Studium der Mathematik an der Universität Mannheim

Beratende Tätigkeit:

Norbert Lengersdorf

Lehrauftrag Mathematik am Berufskolleg für Wirtschaft und Verwaltung in Herzogenrath

Studium der Mathematik und Physik an der RWTH Aachen

Fast alle in diesem Buch erwähnten Hard- und Softwarebezeichnungen sind eingetragene Warenzeichen. Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 60a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Die Merkur Verlag Rinteln Hutkap GmbH & Co. KG behält sich eine Nutzung ihrer Inhalte für kommerzielles Text- und Data Mining (TDM) im Sinne von § 44 b UrhG ausdrücklich vor. Für den Erwerb einer entsprechenden Nutzungserlaubnis wenden Sie sich bitte an copyright@merkur-verlag.de.

Die in diesem Buch zitierten Internetseiten wurden vor der Veröffentlichung auf rechtswidrige Inhalte in zumutbarem Umfang untersucht. Rechtswidrige Inhalte wurden nicht gefunden.

Stand: August 2023

* * * * *

3. Auflage 2023

© 2018 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung: MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de; lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 0665-03

ISBN 978-3-8120-0665-1

Vorwort

Vorbemerkungen

Der vorliegende Band ist ein Arbeitsbuch für den Mathematikunterricht in allen Berufskollegs, die den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife ermöglichen, und den Beruflichen Gymnasien in NRW der Fachrichtung Wirtschaft und Verwaltung. Das Buch behandelt den gesamten Lehrstoff, nämlich die Ganzrationalen Funktionen, die Gebrochenrationalen Funktionen, die Exponentialfunktionen und eine Einführung in die Differenzialrechnung. Grundlage der Inhalte ist der Lehrplan für Bildungsgänge, die zum Erwerb der allgemeinen Hochschulreife führen, vom Juni 2007 und vom Mai 2008. Ab dem Abitur 2026 ist zur Bearbeitung des Aufgabenteils B nur noch ein modulares Mathematiksystem (MMS) zugelassen. Dieser Änderung wird vollumfänglich Rechnung getragen.

Dabei berücksichtigt das Autorenteam die im Lehrplan geforderten Inhalte. Die Autoren orientieren sich an den in den Bildungsstandards vom Juli 2014 für die allgemeine Hochschulreife formulierten mathematischen Kompetenzen (mathematisch modellieren, Werkzeuge und mathematische Darstellungen nutzen, kommunizieren, innermathematische Probleme lösen, Umgang mit formalen und symbolischen Elementen, argumentieren).

Von den Autoren wurde bewusst darauf geachtet, dass die in den Bildungsstandards aufgeführten Kompetenzen wie auch die Zielformulierungen inhaltlich vollständig und umfassend thematisiert werden. Dabei bleibt den Lehrkräften genügend didaktischer Freiraum, eigene Schwerpunkte zu setzen.

Begleitend werden ein Arbeitsheft (ISBN 978-3-8120-2665-9) und eine Formelsammlung (ISBN 978-3-8120-1665-0) angeboten. Das Arbeitsheft soll Schüler und Lehrer durch Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung unterstützen.

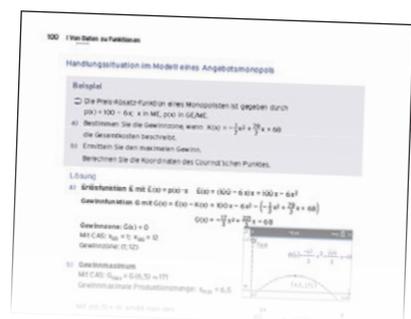
Hinweise und Anregungen, die zur Verbesserung beitragen, werden dankbar aufgegriffen.

Die Verfasser

Der Aufbau dieses Buches

Der Stoff in den einzelnen Kapiteln wird schrittweise anhand von **Musterbeispielen mit ausführlichen Lösungen** erarbeitet. Dabei legen die Autoren großen Wert auf die Verknüpfung von Anschaulichkeit und sachgerechter mathematischer Darstellung. Die übersichtliche Präsentation und die methodische Aufarbeitung beeinflusst den Lernerfolg positiv und bietet dem Schüler die Möglichkeit, Unterrichtsinhalte selbstständig zu erschließen bzw. sich anzueignen.

Kompetenzorientierte Fragestellung mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad ermöglichen es dem Schüler, den Stoff zu festigen und zu vertiefen. Beispiele und Probleme aus dem Alltag und aus der Wirtschaft stellen einen praktischen Bezug her.

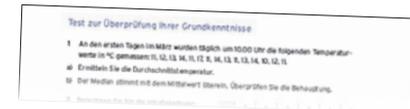
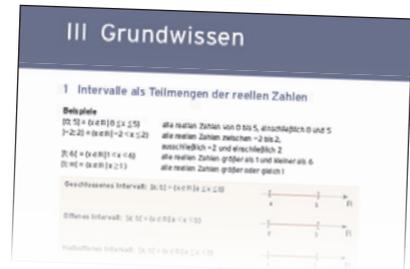
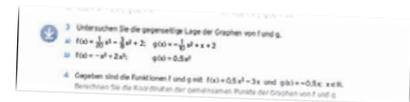
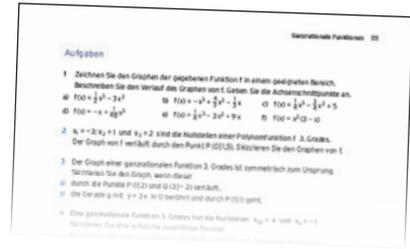


Jede Lerneinheit endet mit einer umfassenden Anzahl von Aufgaben. Diese sind zur Ergebnissicherung und Übung gedacht, aber auch als Hausaufgaben geeignet.

Eine **Differenzierung der Aufgaben** ist durch Farben gegeben;

blau: Lösung ohne Hilfsmittel

schwarz: keine Vorgabe zur Lösung.



Für **Aufgaben mit dem Download-Logo** stehen ausführliche Lösungen zum Download bereit. Sie finden diese im Downloadbereich zum Buch auf unserer Website <http://www.merkur-verlag.de>.

Definitionen, Festlegungen, Merksätze und mathematisch wichtige **Grundlagen** sind in Rot gekennzeichnet.

Grundwissen: Die Schüler im Beruflichen Gymnasium kommen aus verschiedenen Schularten mit unterschiedlichen Vorkenntnissen.

Um die Schüler dennoch möglichst schnell auf ein gleiches Wissensniveau zu bringen und damit gleiche Ausgangsbedingungen für den Mathematikunterricht zu schaffen, gibt es ein umfangreiches **Kapitel zur Wiederholung** der grundlegenden Rechentechniken und aller mathematischen Grundlagen aus der Mittelstufe.



Seite 219

Die **Heftklammer** im Lehrbuch mit Seitenangabe weist auf einen entsprechenden Abschnitt im Kapitel Grundwissen hin.

Die Aufgaben **„Modellierung einer Situation“** und **„Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse“** werden im Anhang ausführlich gelöst.



Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird durch den sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützt. Im Buch wird **Geogebra** in vielfältiger Weise, zur Erarbeitung von mathematischen Inhalten und zur Lösung von Aufgaben eingesetzt.



Videos dienen der Veranschaulichung von Problemen und Erläuterung von Lösungswegen. Sie unterstützen die Lernenden beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge.

Inhaltsverzeichnis

I Von Daten zu Funktionen		9
1	Erhebung und Bewertung von Daten	9
1.1	Erfassung und Darstellung von Daten	10
1.1.1	Einführung	10
1.1.2	Häufigkeiten und grafische Darstellung	11
1.2	Deutung und Bewertung von Daten	20
1.2.1	Lagemaße	20
1.2.2	Streuungsmaße	27
1.2.3	Lineare Regression und Korrelation	38
2	Einführung in die Funktionen	43
2.1	Zuordnungen	44
2.2	Definition einer Funktion	50
3	Ganzrationale Funktionen	56
3.1	Lineare Funktionen	56
3.1.1	Definition der linearen Funktion	57
3.1.2	Abschnittsweise definierte Funktionen	63
3.1.3	Aufstellen von Geradengleichungen	65
3.1.4	Gemeinsame Punkte	68
3.1.5	Marktgleichgewicht	73
3.1.6	Geradenscharen	79
3.2	Quadratische Funktionen	82
3.2.1	Definition einer quadratischen Funktion	83
3.2.2	Gemeinsame Punkte	87
3.2.3	Aufstellen von Parabelgleichungen	95
3.2.4	Quadratische Funktionen in Anwendungen	98
3.2.5	Parabelscharen	104
3.3	Ganzrationale Funktionen dritten Grades	108
3.3.1	Einführung	109
3.3.2	Polynomgleichungen	112
3.3.3	Nullstellen einer ganzrationalen Funktion	116
3.3.4	Ganzrationale Funktionen dritten Grades in Anwendungen	123
3.3.5	Aufstellen von Funktionstermen für ganzrationale Funktionen dritten Grades	128
3.3.6	Kurvenscharen	133
4	Gebrochenrationale Funktionen	136
4.1	Einführung	137
4.2	Die Grundfunktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$	138
4.3	Schaubilder von gebrochenrationalen Funktionen	141
4.4	Hebbare Definitionslücken	147
4.5	Gebrochenrationale Funktionen in Anwendungen	149
5	Exponentialfunktionen	160
5.1	Einführungsbeispiele	161
5.2	Definition einer Exponentialfunktion	163
5.3	Die Euler'sche Zahl e	165
5.4	Exponentialfunktionen zur Basis e	166
5.5	Schaubilder von Exponentialfunktionen	168

5.6	Exponentialgleichungen und geometrische Interpretation	173
5.6.1	Der natürliche Logarithmus	173
5.6.2	Exponentialgleichungen	174
5.6.3	Bestimmung von gemeinsamen Punkten	179
5.7	Modellierung und anwendungsorientierte Aufgaben	182

II Von der mittleren zur lokalen Änderungsrate 189

1	Änderungsrate	189
2	Ableitung	194
2.1	Definition der Ableitung	194
2.2	Ableitungsregeln	196
2.3	Ableitung und Steigung	200

III Grundwissen 206

1	Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen	206
2	Algebraische Begriffe und Vorübungen	207
2.1	Begriffe	207
2.2	Rechnen mit Summen und Differenzen	207
2.3	Rechnen mit Brüchen	209
2.4	Vereinfachung durch Ausklammern	210
2.5	Rechnen mit Potenzen	211
3	Gleichung und Gleichungssystem	213
3.1	Lineare Gleichungen	213
3.2	Lineare Gleichungssysteme	215
3.3	Quadratische Gleichungen	217

Anhang 221

1	Operatoren	221
2	Fachbegriffe aus der Wirtschaft	223
3	Lösungen der Modellierungen und Tests	227
4	Lösungen der Aufgaben im Kapitel Grundwissen	239
5	Einführung in Geogebra, Geogebra- und Videolisten	242
6	Mathematische Zeichen	247
7	Stichwortverzeichnis	248