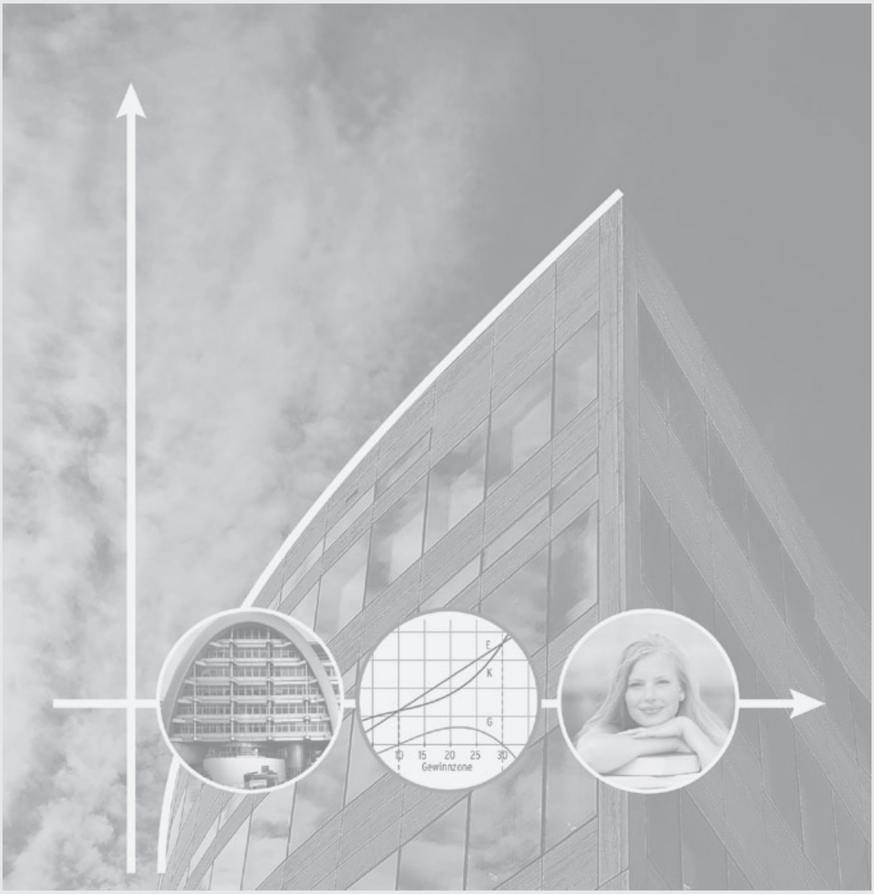
Ott

Abitur 2022 | *eA – GTR und CAS*

Nach den Vorgaben des Kerncurriculum 2018

Aufgabensammlung zur zentralen Abiturprüfung
Mathematik an Beruflichen Gymnasien
– Wirtschaft, Gesundheit und Soziales

Niedersachsen



Merkur Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott
Oberstudienrat

Maria Krogmann
Oberstudienrätin

Umschlag: Kreis rechts: www. adpic.de

* * * * *

Quellennachweis der Prüfungsaufgaben: Niedersächsisches Kultusministerium

16. Auflage 2021

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 0223-16
ISBN 978-3-8120-1052-8

Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung enthält auf die neue Prüfungsordnung für Fachgymnasien in Niedersachsen abgestimmte Aufgaben zur Vorbereitung auf das Abitur 2022 an Beruflichen Gymnasien der Richtung Wirtschaft sowie Gesundheit und Soziales. Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung 2022 ist das **Kerncurriculum** für das berufliche Gymnasium (KC, 2018).
Anpassungen inhaltsbezogener Kompetenzen für das Prüfungsjahr 2022 aufgrund der COVID-19-Pandemie sind berücksichtigt.
Aus diesem Grund werden u.a. die folgenden inhaltsbezogenen Kompetenzen für die Abiturprüfung 2022 **nicht** erwartet: Uneigentliche Integrale, logistisches Wachstum und Konfidenzintervalle mithife der Normalverteilung.
Auf Aufgaben aus der analytischen Geometrie wird verzichtet.
Die Aufgaben eA für CAS/GTR sind gegliedert nach den Prüfungsgebieten:
Analysis, Stochastik, Analytische Geometrie/Lineare Algebra.
Es gelten die Vorgaben des Kerncurriculums (KC 2018).

Alle Aufgaben sind für das erhöhte Anspruchsniveau GTR/CAS ausgelegt.
Die Aufgaben sind vollständig aus den Gebieten entnommen, die in den Vorgaben des Kernkurriculums (KC, 2018) für das erhöhte Anforderungsniveau im Fach Mathematik, Fachbereich Wirtschaft, Gesundheit und Soziales, aufgeführt sind.

Die Einteilung nach Prüfungsgebieten ermöglicht ein gezieltes Üben.
Die Aufgaben sind als Übungsaufgaben zu verstehen, im Umfang und in den Fragestellungen. Relevante Fragestellungen können mehrfach auftreten.
Übung ist ein bedeutender Baustein zum Erfolg.
Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben ist unterschiedlich, um den Beruflichen Gymnasien aller Richtungen gerecht zu werden.

Da die Aufgabensammlung allen Schüler/innen bei der Vorbereitung auf das schriftliche Abitur helfen soll, sind zu allen Aufgaben ausführliche Lösungen angegeben.
An verschiedenen Stellen sind Lösungsalternativen aufgezeigt, ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben.
Autor und Verlag wünschen viel Glück und Erfolg bei der Abiturprüfung.

Inhaltsverzeichnis

Zentralabitur

Berufliches Gymnasium Wirtschaft, Gesundheit und Soziales

Erhöhtes Anforderungsniveau

Rechnertyp: GTR bzw. CAS

Hinweise für den Prüfling für das Abitur 2022

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik besteht aus zwei Teilen: **1. Pflichtteil** **2. Wahlteil**

Pflichtteil:

- Bearbeitung ohne elektronische Hilfsmittel, ohne Formelsammlung
  Als Hilfsmittel sind nur die üblichen Zeichenmittel zugelassen.
- 70 Minuten Bearbeitungszeit
- Alle Aufgaben sind zu bearbeiten.
- 25 % der erreichbaren Bewertungseinheiten (BE), 30 BE von insgesamt 120 BE.
- Bei jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten angegeben.

Wahlteil:

Nach Abgabe der Unterlagen des Pflichtteils werden die Hilfsmittel und die Aufgabenstellungen für den Wahlteil ausgegeben.

- Auswahlzeit: 30 Minuten
- Bearbeitungszeit: 200 Minuten
- Der Prüfling wählt aus jedem der 3 Blöcke jeweils eine von zwei zur Wahl stehenden Aufgaben aus.

Block 1 Analysis 40 BE	**Block 2** Stochastik 25 BE	**Block 3** Lineare Algebra/ Analytische Geometrie 25 BE
Aufgabe 1A	Aufgabe 2A	Aufgabe 3A
Aufgabe 1B	Aufgabe 2B	Aufgabe 3B

- Die Gewichtung der drei Blöcke erfolgt etwa im Verhältnis 2 : 1 : 1
- 75 % der erreichbaren Bewertungseinheiten (BE), 90 BE von insgesamt 120 BE.
- Hilfsmittel: Zeichenmittel; eingeführter Taschenrechner (mit Handbuch):
  GTR oder CAS; Von der Schule eingeführte gedruckte Formelsammlung

1 Hilfsmittelfreier Teil der Abiturprüfung

Aufgaben zum Pflichtteil

POOL 1 Analysis

Lösungen Seite 19/20

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x} + 2$; $x \neq 0$. Das Schaubild von f hat im Punkt P(1 | v) die Tangente t. Ermitteln Sie eine Gleichung von t.

Die Tangente t schneidet die x-Achse im Punkt S. Bestimmen Sie die Koordinaten von S.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = ax^4 - x^2$, $a > 0$.

a) Bestimmen Sie $\int_0^1 f_a(x)dx$.

b) Die Graphen von f_a schneiden die x-Achse an den Stellen $x_1 = -\sqrt{\frac{1}{a}}$; $x_{2,3} = 0$; $x_4 = \sqrt{\frac{1}{a}}$.
Bestimmen Sie a so, dass x_1 und x_4 den Abstand 4 haben.

Aufgabe 3

Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 4$ besitzt einen Wendepunkt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.

Aufgabe 4

Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berührt die x-Achse im Ursprung. Der Punkt H(1 | 1) ist der Hochpunkt des Schaubilds. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Aufgabe 5

K ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = e^{x-3} - 2$.

Die Tangente an K an der Stelle x = 3 schneidet die Asymptote von K in S.

Bestimmen Sie die Koordinaten von S.

Aufgabe 6

Die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 0{,}5x^2 - 3x$; $x \in \mathbb{R}$, hat die Nullstellen $-1{,}5$, 0 und 2.

Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^{2}(x^3 - 0{,}5x^2 - 3x)dx$.

Interpretieren Sie den Integralwert mit Hilfe geeigneter Flächenstücke.

Aufgabe 7

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -x^2 + 3$ und $g(x) = 2x$.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der beiden Funktionen eingeschlossen wird.

Aufgabe 8

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 4e^{2x} - 2$.

Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von f mit $F(0{,}5) = -1$.

Aufgabe 9 **Lösungen Seite 20/21**

Eine Funktion f hat folgende Eigenschaften:

(1) $f(2) = 1$

(2) $f'(2) = 0$

(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$

(4) Für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to 5$

Beschreiben Sie für jede dieser vier Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Graphen von f hat. Skizzieren Sie eine möglichen Verlauf des Graphen.

Aufgabe 10

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2x^2 + 5) \cdot e^{-2x}$.

Aufgabe 11

Die täglichen Heizkosten eines Hauses werden durch k(t) dargestellt.

Dabei ist t die Zeit in Tagen seit dem 1. Januar 2020.

Was bedeutet $\int_0^{90} k(t)dt$ bzw. $\frac{1}{90} \int_0^{90} k(t)dt$?

Aufgabe 12

Die Entwicklung der Gesamtkosten der Produktion von Fahrrädern kann durch die Funktion K mit $K(x) = 0{,}5x^3 - 8x^2 + 45x + 70$ mit $D_K = [0; 13]$ beschrieben werden.

Berechnen Sie das Minimum der variablen Stückkosten und interpretieren Sie ihr Ergebnis.

POOL 1 Stochastik

Lösungen Seite 21

Aufgabe 1

Ein Fußballspieler verwandelt erfahrungsgemäß 80 % aller Strafstöße.

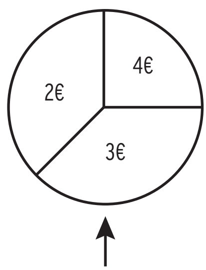
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit verwandelt er von vier Strafstößen
- nur den letzten?
- mindestens einen?

b) Für ein Ereignis C gilt: $P(C) = \binom{10}{k} \cdot 0{,}8^b \cdot a^2$

Geben Sie geeignete Werte für a, b und k an. Beschreiben Sie das Ereignis C in Worten.

Aufgabe 2

Bei einem Glücksspiel wird das abgebildete Glücksrad benutzt. Als Einsatz bezahlt man 3 €. Das Glücksrad wird einmal gedreht. Man erhält den Betrag ausbezahlt, dessen Sektor über dem Pfeil zu stehen kommt. Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn.



Aufgabe 3

Eine Urne enthält 5 rote, 3 weiße und 2 gelbe Kugeln.

a) Es werden 3 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man keine gelbe Kugel?

b) Nun werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die beiden Kugeln die gleiche Farbe?

Aufgabe 4 **Lösungen Seite 21**

Bei einer Lotterie führen 5 % der Lose zu einem Gewinn. Nils kauft 14 Lose. Geben Sie jeweils eine Aufgabenstellung an, deren Lösung auf die folgende Weise berechnet wird.

a) $P(A) = \binom{14}{3} \cdot 0{,}05^3 \cdot 0{,}95^{11}$

b) $P(B) = \binom{14}{2} \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^{12} + \binom{14}{3} \cdot 0{,}05^3 \cdot 0{,}95^{11}$

c) $P(C) = 1 - \binom{14}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^{14}$

d) $14 \cdot 0{,}05$

POOL 1 Lineare Algebra **Lösungen Seite 22**

Aufgabe 1

Gegeben sind die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}1 \\ 20 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ und der Vektor $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

a) Es gelte $\vec{v}_{i+1}^{\,T} = \vec{v}_i^{\,T} \cdot A$ mit $i \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie $\vec{v}_2$.

b) Bestimmen Sie den Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ mit den kleinstmöglichen Werten $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ so, dass $\vec{w}^{\,T} \cdot A = \vec{w}^{\,T}$ gilt.

Aufgabe 2

Betrachtet werden die Matrizen A und B mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ und $B = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ sowie eine Matrix C.

a) Zeigen Sie, dass B die zu A inverse Matrix ist.

b) Für die Matrix C gilt: $C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $C \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

Begründen Sie, dass gilt: $C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1{,}5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4300 \\ 4250 \\ 4950 \end{pmatrix}$$

Ersetzen Sie die Zahl 1,5, sodass das geänderte LGS eindeutig lösbar ist mit $x_2 = 800$.

Aufgabe 4

Drei Betriebe B_1, B_2 und B_3 sind nach dem LEONTIEF-Modell miteinander verflochten. Die gegenseitige Belieferung und die Abgabe an den Markt betragen derzeit in ME:

	B_1	B_2	B_3	Konsum	Produktion
B_1	a	10	20	20	100
B_2	20	b	20	10	80
B_3	20	20	c	0	80

Bestimmen Sie die fehlenden Werte und berechnen Sie die Inputmatrix. In der nächsten Periode sollen folgende Mengen produziert werden: B_1 150 ME, B_2 100 ME und B_3 110 ME. Berechnen Sie den zugehörigen Konsumvektor.

Aufgabe 8 **Lösungen Seite 32**

Die CareDisps GmbH beliefert zwei Großhändler, die Alphaphone KG und die Betaphone KG, mit Display-Reparatur-Sets in den Ausführungen R_1 und R_2.
Die folgende Tabelle gibt aus Sicht dieser Großhändler deren Bareinkaufspreise sowie deren Bezugskosten je Reparatur-Set an.
Die zugehörige Matrix wird mit M_{WK} bezeichnet.

Ware \ Kosten	Bezugskosten in GE/Set	Bareinkaufspreis in GE/Set
Reparatur-Set R_1	1	12
Reparatur-Set R_2	2	25

a) Zeigen Sie durch Herleitung, dass für die Inverse der Matrix M_{WK} gilt:

$$M_{WK}^{-1} = \begin{pmatrix} 25 & -12 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Den beiden Großhändlern entstehen für den Einkauf der Reparatur-Sets im aktuellen Quartal insgesamt Kosten gemäß der folgenden Tabelle:

Händler \ Kosten	gesamte Bezugskosten in GE	gesamter Wareneinsatz ohne gesamte Bezugskosten in GE
Alphaphone KG	10	124
Betaphone KG	11	135

Die zugehörige Matrix wird mit M_{HK} bezeichnet.

b) Bestimmen Sie die Matrix M so, dass $M \cdot M_{WK} = M_{HK}$ gilt und interpretieren Sie deren Elemente im Sachzusammenhang. (3 Punkte)

Aufgabe 9

In einem Produktionsprozess werden aus den Rohstoffen Zwischenprodukte und daraus die Endprodukte hergestellt. Die Verflechtung kann den folgenden Matrizen entnommen werden. Die Werte sind in Mengeneinheiten (ME) angegeben.

$$A_{RZ} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix},\ B_{ZE} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ a & 6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix},\ C_{RE} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 0 & 4 \\ 6 & 18 \end{pmatrix},\ a \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

a) Berechnen Sie den Wert für a.
Der Rohstoff R_2 fällt dauerhaft aus. Untersuchen Sie, welches Endprodukt dauerhaft produziert werden kann.

b) Der Rohstoff R_2 kann durch zwei andere Rohstoffe R_{21} und R_{22} ersetzt werden.
Eine Mengeneinheit von R_2 wird ersetzt durch 3 ME von R_{21} und 5 ME von R_{22}.
Bestimmen Sie die neue Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix, in der die Rohstoffe R_{21} und R_{22} berücksichtigt sind.

Hilsmittelfreier Teil der Abiturprüfung – Lösungen

POOL 1 Analysis

(Aufgaben Seite 6)

Aufgabe 1

$f(x) = \frac{2}{x} + 2;\ x \neq 0;\quad f'(x) = -\frac{2}{x^2};\quad f'(1) = -2;\ f(1) = 4$

Tangente t im Punkt P(1 | 4): $y = -2x + c$

Punktprobe mit P ergibt: $4 = -2 + c \Leftrightarrow c = 6$

Gleichung von t: $y = -2x + 6$

Die Tangente t schneidet die x-Achse im Punkt S(3 | 0): $-2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Aufgabe 2

a) $\int_0^1 f_a(x)dx = \int_0^1 (ax^4 - x^2)dx = \left[\frac{a}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{1}{5}a - \frac{1}{3}$ $\quad (a > 0)$

b) Mit $x_1 < x_4$ gilt für den Abstand $x_4 - x_1 = \sqrt{\frac{1}{a}} - \left(-\sqrt{\frac{1}{a}}\right) = 2\sqrt{\frac{1}{a}}$

Bedingung für Abstand 4: $2\sqrt{\frac{1}{a}} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{a}} = 2$

Quadrieren: $\frac{1}{a} = 4$

Gesuchter a-Wert: $a = \frac{1}{4}$

Aufgabe 3

$f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 4;\ f'(x) = -3x^2 + 6x - 1;\ f''(x) = -6x + 6$

Wendepunkt: $f''(x) = 0$ $\qquad -6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Mit $f(1) = -3$ und $f'(1) = 2$ erhält man mit $y = mx + c$ die Tangente in W(1 | – 3):

$-3 = 1 \cdot 2 + c \Rightarrow c = -5$

Gleichung der Tangente: $y = 2x - 5$

Aufgabe 4

Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d;\ f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c;\ f''(x) = 6ax + 2b$

Bedingungen: $f(0) = 0 \Leftrightarrow d = 0$

$f'(0) = 0 \Leftrightarrow c = 0$

H(1 | 1) der Hochpunkt: $f(1) = 1 \Leftrightarrow a + b + c + d = 1$

$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3a + 2b + c = 0$

c und d eingesetzt: $a + b = 1$ und $3a + 2b = 0$

Additionsverfahren: $-b = -3 \Leftrightarrow b = 3$ $\qquad$ Einsetzen ergibt $a = -2$.

Funktionsterm: $f(x) = -2x^3 + 3x^2$

Aufgabe 5

$f(x) = e^{x-3} - 2;\ f'(x) = e^{x-3}$

Mit $f(3) = -1$ und $f'(3) = 1 = m$ erhält man mit $y = mx + c$ die Tangente in P(3 | – 1):

$-1 = 1 \cdot 3 + c \Rightarrow c = -4$

Gleichung der Tangente: $y = x - 4$

Schnitt mit der Asymptote: $y = -2$: $\qquad -2 = x - 4 \Leftrightarrow x = 2$

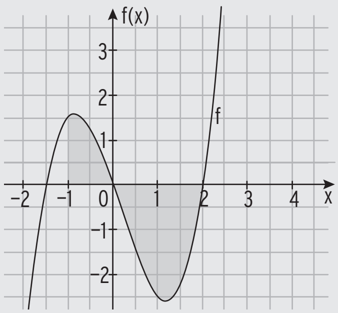
Koordinaten von S(2 | – 2)

Lösungen POOL 1 Analysis

(Aufgaben Seite 6)

Aufgabe 6

$\int_{-1}^{2}(x^3 - 0{,}5x^2 - 3x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right]_{-1}^{2} = -\frac{10}{3} + \frac{13}{12} = -\frac{9}{4}$



Das Flächenstück zwischen dem Graphen von f und der x-Achse oberhalb der x-Achse ist um 2,25 kleiner als das Flächenstück zwischen dem Graphen von f und der x-Achse unterhalb der x-Achse.

Aufgabe 7

Schnittstellen von f und g durch Gleichsetzen: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^2 + 3 = 2x$

Nullform: $x^2 + 2x - 3 = 0$

Lösung mit Formel: $x_{1|2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\quad x_{1|2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4\cdot(-3)}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$

Schnittstellen = Integrationsgrenzen: $x_1 = -3;\ \ x_2 = 1$

Integration von – 3 bis 1 über f(x) − g(x):

$\int_{-3}^{1}(f(x) - g(x))dx = \int_{-3}^{1}(-x^2 + 3 - 2x)dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 3x - x^2\right]_{-3}^{1}$

Einsetzen obere Grenze – untere Grenze = $-\frac{1}{3} + 3 - 1 - (-\frac{1}{3}(-3)^3 + 3(-3) - (-3)^2) = \frac{32}{3}$

Der Inhalt der eingeschlossenen Fläche beträgt $\frac{32}{3}$ FE.

Aufgabe 8

$f(x) = 4e^{2x} - 2$; Stammfunktion: $F(x) = 2e^{2x} - 2x + c;\ c \in \mathbb{R}$

Bedingung für c: $F(0{,}5) = -1$: $F(0{,}5) = 2e^1 - 1 + c = -1 \Leftrightarrow c = -2e$

Gesuchte Stammfunktion: $F(x) = 2e^{2x} - 2x - 2e$

Aufgabe 9

(Aufgaben Seite 7)

Bedeutung der Bedingungen:

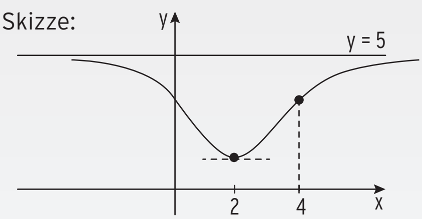
(1) $f(2) = 1$ Der Graph von f verläuft durch (2 | 1)

(2) $f'(2) = 0$ Der Graph von f hat in x = 2 eine waagrechte Tangente

(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$ Der Graph von f hat in x = 4 eine Wendestelle.

(4) Für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ gilt:
$f(x) \to 5$
Der Graph von f hat eine waagrechte Asymptote mit der Gleichung y = 5.

Skizze:



Aufgabe 10

Ableitung von f mit $f(x) = (2x^2 + 5) \cdot e^{-2x}$ mit der Produktregel und der Kettenregel

Mit $u(x) = 2x^2 + 5 \Rightarrow u'(x) = 4x$ und $v(x) = e^{-2x} \Rightarrow v'(x) = -2e^{-2x}$

Lösungen POOL 1 Analysis

(Aufgaben Seite 7)

Aufgabe 10: Fortsetzung

folgt durch Einsetzen in $f'(x) = u(x)v'(x) + u'(x)v(x)$: $f'(x) = (2x^2 + 5) \cdot (-2e^{-2x}) + 4x\,e^{-2x}$

Zusammenfassen durch Ausklammern: $f'(x) = e^{-2x}\left((2x^2 + 5) \cdot (-2) + 4x\right)$

Erste Ableitung von f: $f'(x) = e^{-2x}\left(-4x^2 + 4x - 10\right)$

Aufgabe 11

$\int_0^{90} k(t)dt$: gesamte Heizkosten über 90 Tage seit dem 1. Januar 2020.

$\frac{1}{90}\int_0^{90} k(t)dt$: durchschnittliche tägliche Heizkosten über 90 Tage seit dem 1. Januar 2020.

Aufgabe 12

variable Stückkosten $k_v(x) = 0{,}5x^2 - 8x + 45$; $k_v'(x) = x - 8$; $k_v''(x) = 1 > 0$

Minimum der variablen Stückkosten: $k_v'(x) = 0$ für $x = 8$; $k_v(8) = 13$

Interpretation: Der minimale Verkaufspreis, bei dem bereits die fixen Kosten als Verlust in Kauf genommen werden, beträgt 13 GE/ME.

Lösungen POOL 1 Stochastik

Aufgabe 1

a) - P(nur den letzten) $= 0{,}2^3 \cdot 0{,}8 = 0{,}0064$
   - P(mindestens einen) $= 1 - $ P(keinen) $= 1 - 0{,}2^4 = 0{,}9984$

b) $P(C) = \binom{10}{k} \cdot 0{,}8^b \cdot a^2$ für $k = 2$; $a = 0{,}2$; $b = 8$

   Ereignis C: Der Spieler hat eine Trefferwahrscheinlichkeit von 80 % und verwandelt 8 von 10 Strafstößen.

Aufgabe 2

x_i	2 €	3 €	4 €
Gewinn	–1 €	0 €	1 €
$P(X = x_i)$	0,375	0,375	0,25

Erwartungswert für den Gewinn in €: $E(X) = -1 \cdot 0{,}375 + 1 \cdot 0{,}25 = -0{,}125$

Aufgabe 3

a) 3 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
   P(keine gelbe Kugel) $= 0{,}8^3 = 0{,}512$

b) 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen
   P(gleiche Farbe) = P(rr) + P(ww) + P(gg) $= \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{14}{45}$

Aufgabe 4

(Aufgaben Seite 8)

a) A: Nils zieht genau 3 Gewinnlose.

b) B: Nils zieht 2 oder 3 Gewinnlose.

c) C: Nils gewinnt mindestens einmal. $P(C) = 1 - P(X = 0) = P(X \geq 1)$

d) Durchschnittlich zu erwartende Anzahl von Gewinnlosen unter 14 Losen

2 Wahlteil der Abiturprüfung – Übungsaufgaben

2.1 Analysis

Mathematische Formeln, Berufliches Gymnasium

Kostenfunktionen x: Ausbringungsmenge in ME y: Gesamtkosten in GE	Gesamtkostenfunktion	$K(x) = K_v(x) + K_f$
	Funktion der variablen Gesamtkosten	$K_v(x)$
	Funktion der gesamten Stückkosten	$k(x) = \frac{K(x)}{x}$
	Funktion der variablen Stückkosten	$k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x}$
	Grenzkostenfunktion	$K'(x)$
	Betriebsoptimum (BO) - Tiefstelle von k(x)	x_{BO}
	langfristige Preisuntergrenze (LPU)	$k(x_{BO})$
	Betriebsminimum (BM) - Tiefstelle von $k_v(x)$	x_{BM}
	kurzfristige Preisuntergrenze (KPU)	$k_v(x_{BM})$
	Nachfragefunktion, Preis-Absatz-Funktion	$p_N(x)$
	Angebotsfunktion	$p_A(x)$
	Gleichgewichtsmenge	x_G: Schnittstelle von $p_N(x)$ und $p_A(x)$
	Gleichgewichtspreis	$y_G = p_G = p_N(x_G) = p_A(x_G)$
	Erlösfunktion	$E(x) = p(x) \cdot x$
	Grenzerlösfunktion	$E'(x)$
	Gewinnfunktion	$G(x) = E(x) - K(x)$
	Grenzgewinnfunktion	$G'(x)$
	Gewinnschwelle/Nutzenschwelle	x_S: 1. Nullstelle der Gewinnfunktion
	Gewinngrenze/Nutzengrenze	x_G: 2. Nullstelle der Gewinnfunktion
	Cournot'scher Punkt	$C(x_C \mid p_N(x_C))$
	Gewinnmaximale Ausbringungsmenge	x_C
	Produzentenrente	$P_R = \int_0^{x_G} (p_G - p_A(x))dx$ Differenz aus erzieltem und erwartetem Umsatz
	Konsumentenrente	$K_R = \int_0^{x_G} (p_N(x) - p_G)dx$ Differenz aus den möglichen und den tatsächlichen Ausgaben
	Preiselastizität der Nachfrage	$e_{x;\,p} = \frac{\text{rel. Mengenänderung } \frac{\triangle x}{x}}{\text{rel. Preisänderung } \frac{\triangle p}{p}}$
	Elastizitätsfunktion	$e_{f(x);\,x} = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot x$
	Elastizitätsfunktion der Nachfrage	$e_{x;\,p}(x) = \frac{p(x)}{p'(x) \cdot x}$ p(x) ist die Preis-Absatz-Funktion

Bezeichnungen: $\mathbb{N}_{>0} = \{1; 2; \ldots\} = \mathbb{N}^*$

$\mathbb{R}_{\geq 0} = \{x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 0\} = \mathbb{R}_+$

$\mathbb{R}_{>0} = \{x \in \mathbb{R} \wedge x > 0\} = \mathbb{R}_+^*$

Intervalle: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x \leq b\}$

$]a; b[= (a; b) = \{x \in \mathbb{R} \wedge a < x < b\}$

Aufgaben eA - GTR/CAS - zur Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1 **Seite 1/2** **Lösungen Seite 48 - 50**

Ein Dorf in Südniedersachsen plant ein mehrtägiges Freiluftkonzert, bei dem täglich bis zu 8000 Besucher erwartet werden. Das Festival wird an einem Donnerstag für die Besucher geöffnet und schließt am darauf folgenden Sonntag.

Die zu erwartenden Besucherzahlen sollen durch eine Funktion f in Abhängigkeit von t angenähert werden. Bei dieser Funktion ist t die Zeit in Tagen und f (t) ist die Anzahl der Besucher in Mengeneinheiten (ME), die sich zu einem bestimmten Zeitpunkt auf dem Festivalgelände befinden.

Die Veranstalter haben bei einigen ähnlichen Veranstaltungen die anwesenden Besucher in regelmäßigen Zeitabständen gezählt und sind zu folgendem Ergebnis gekommen:

Tag	Donnerstag		Freitag		Samstag		Sonntag	
Uhrzeit	0:00 t = 0	12:00	0:00 t = 1	12:00	0:00 t = 2	12:00	0:00 t = 3	12:00
Anzahl der Besucher auf dem Gelände in Mengeneinheiten (ME)	0	870	2037	3519	5243	6911	7746	5994

a) Ermitteln Sie mittels geeigneter Regression die Gleichung der am besten geeigneten ganzrationalen Funktion f durch die angegebenen Datenpunkte und dokumentieren Sie Ihre Lösungsschritte. Begründen Sie Ihre Entscheidung für die von Ihnen gewählte Regression.

   Skizzieren Sie die Daten aus der Wertetabelle und den Funktionsgraphen der von Ihnen gefundenen Näherungsfunktion f mit seinen Nullstellen, Extrempunkten und Wendepunkten in ein geeignetes Koordinatensystem.

   Beschreiben Sie den Kurvenverlauf mathematisch und bezogen auf die Besucherzahlen.

Im Folgenden gilt als Näherung für die Besucherzahlen die Funktion

$f_{neu}(t) = e^{0,99t}(2000 - 500t) - 2000$

b) Um die Organisation der Verpflegung angemessen zu planen, werden von dem Planungsteam unterschiedliche Untersuchungen angestellt. Bestimmen Sie für f_{neu} den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich. Geben Sie den Zeitpunkt t , an dem der letzte Besucher das Konzert verlassen hat, in Wochentag und Stunde an.

   Der Mittelwert $\overline{f}$ der Funktionswerte einer Funktion im Intervall [a; b] wird berechnet mit $\overline{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$. Ermitteln Sie den Mittelwert $\overline{f}$ der Funktion f_{neu}, der die durchschnittliche Anzahl der Besucher von Freitagmorgen 6:00 Uhr bis Sonntagmittag 12:00 Uhr angibt.

c) Damit die Einsatzplanung des Sicherheitspersonals an die Besucherzahlen angepasst werden kann, müssen so genannte Stoßzeiten ermittelt werden. Berechnen Sie den Zeitpunkt t, an dem der maximale Besucherstand erreicht wird. Geben Sie den Zeitpunkt t, an dem sich die Besucherzahl auf dem Gelände um 1000 reduziert, in Wochentag und Stunde an.

Aufgabe 1 **Seite 2/2**

c) Bestimmen Sie nur mithilfe der notwendigen Bedingung den Zeitpunkt t, an dem die Besucherzahlen am stärksten zunehmen. Berechnen Sie die Änderungsrate zu diesem Zeitpunkt und interpretieren Sie das Ergebnis.

d) Auf dem Festivalgelände werden an einem Stand Erfrischungsgetränke des Unternehmens Baonide verkauft. Die Kostenfunktion lautet

$$K_a(x) = \frac{3}{550}x^3 + ax^2 + 50x + 1080, \text{ mit } a \in [-0{,}95; 0].$$

Der Parameter a stellt dabei die Produktion unterschiedlicher Geschmacksrichtungen dar. Geben Sie die Funktionsterme für die Funktionsscharen der Grenzkosten, der Stückkosten und der variablen Stückkosten an.

Interpretieren Sie die Lage der Betriebsminima in Abhängigkeit des Parameters a.

(Abitur Berufliches Gymnasium Niedersachsen 2012.)

Aufgabe 2 **Lösungen Seite 50/51**

Erstmals gilt in Deutschland seit dem 01.01.2015 ein gesetzlicher, flächendeckender Mindestlohn von 8,50 € pro Stunde (€/h). Das Bundesministerium für Arbeit beauftragt ein Forschungsinstitut, um die Auswirkungen der Einführung des Mindestlohns auf den Arbeitsmarkt zu analysieren. Vor Einführung des Mindestlohns ließ sich der deutsche Arbeitsmarkt anhand der Funktionen p_A und p_N modellhaft beschreiben.

Dabei ist p_A mit $p_A(x) = -10{,}8\frac{x+8}{(x-3)(x+8)}$ der Lohn in €/h und x die angebotene Arbeitszeit der Arbeitnehmer in Milliarden Stunden (Mrd. h).

Die Funktion p_N mit $p_N(x) = \frac{10}{x+0{,}5} + \frac{1}{8}$ gibt den Lohn in €/h und x die nachgefragte Arbeitszeit der Arbeitgeber in Mrd. h an.

Bestimmen Sie den mathematischen und ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich für jede Funktion. Geben Sie den Definitionsbereich für den gesamten Arbeitsmarkt an.
Stellen Sie die Marktsituation in einem Koordinatensystem geeignet dar.
Ermitteln Sie das Marktgleichgewicht und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang. Runden Sie Ihr Ergebnis auf zwei Nachkommastellen.

Die Einführung des Mindestlohns unterlag dem wirtschaftspolitischen Ziel eine gerechtere Einkommensverteilung in Deutschland herzustellen. Durch den Mindestlohn sollte zudem das Gesamteinkommen in Deutschland gesteigert werden. Stellen Sie die Situation und den Mindestlohn in einem Koordinatensystem dar.

Der Bundesverband der Arbeitgeber behauptet, dass durch Einführung des Mindestlohns die Unternehmen 50% weniger Arbeitszeit als im Marktgleichgewicht nachfragen.

Untersuchen Sie diese Behauptung und bestimmen Sie das durch Einführung des Mindestlohns entstandene Marktungleichgewicht.

(Abitur Berufliches Gymnasium Niedersachsen 2016)

Lösungen 2.1 Analysis

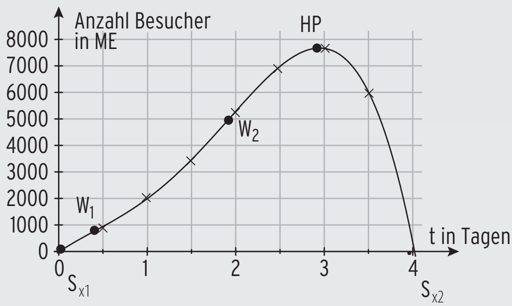
Lösung Analysis Aufgabe 1 Seite 1/3 (Aufgabe Seite 34/35)

a) **Regression**

Die Datenpunkte werden als Liste in den GTR/CAS eingegeben und verschiedene Regressionsfunktionen werden ausprobiert.

Die beste Näherung ergibt sich für eine Regression 4. Grades:

$f(t) = -273{,}27t^4 + 1272{,}26t^3 - 1262{,}59t^2 + 2276{,}70t - 22{,}61$



Denn bei quadratischer Regression gilt: $R^2 \approx 0{,}9246$.

Bei kubischer Regression gilt: $R^2 \approx 0{,}9904$.

Bei Regression 4. Grades gilt: $R^2 \approx 0{,}9996$.

Beschreibung des Kurvenverlaufs

Der Graph beginnt im Ursprung. Von Donnerstagnacht bis Donnerstag kurz vor Mittag nimmt die Besucherzahl auf dem Festivalgelände langsam (degressiv) zu. Hier liegt der erste Wendepunkt und die Zunahme ist am geringsten.

Von Donnerstagmittag bis Freitagabend nimmt die Besucherzahl dann stark (progressiv) zu. Hier liegt der zweite Wendepunkt und die Zunahme ist am stärksten.

Ab Freitagnacht bis Samstagnacht strömen die Besucher nicht mehr so stark auf das Festivalgelände. Die Anzahl der Gäste auf dem Festival steigt wieder degressiv.

Ungefähr Samstagnacht befinden sich die meisten Gäste auf dem Gelände. Hier liegt der Hochpunkt. In der folgenden Zeit bis Sonntagabend verlassen die Gäste in Scharen das Gelände (Kurve fällt progressiv), bis dann Sonntag um Mitternacht alle Gäste das Festivalgelände verlassen haben. Der Graph schneidet die Abszissenachse, es liegt eine Nullstelle von f vor.

b) $f_{neu}(t) = e^{0{,}99t}(2000 - 500t) - 2000$

$f_{neu}(t) = 0 \Rightarrow t_1 \approx 3{,}92 \vee t_2 = 0$ damit $D_{ök} = [0; 3{,}92]$

Zeitpunkt, an dem die letzten Besucher das Konzert verlassen

3 ≙ Sonntag, $0{,}92 \cdot 24 = 22{,}08$

Die letzten Besucher verlassen am Sonntagabend um ca. 22 Uhr das Konzert.

Durchschnittliche Zahl der Besucher

Freitagmorgen 6:00 Uhr: a = 1,25 Sonntagmittag 12:00 Uhr: b = 3,5

GTR : $\bar{f} = \frac{1}{3{,}5 - 1{,}25} \int_{1{,}25}^{3{,}5} f_{neu}(t)dt \approx \frac{1}{2{,}25} \cdot 13341{,}75 = 5929{,}67$

Von Freitagmorgen 6:00 Uhr bis Sonntagmittag 12:00 Uhr befinden sich durchschnittlich 5930 ME Besucher auf dem Gelände.

Lösung Analysis Aufgabe 1 **Seite 2/3**

c) **Maximaler Besucherstand**

Ableitung mit Produkt- und Kettenregel (ist nicht verlangt):

$f'_{neu}(t) = 0{,}99e^{0{,}99t}\cdot(2000 - 500t) + e^{0{,}99t}\cdot(-500) = e^{0{,}99t}\cdot(1480 - 495t)$

$f''_{neu}(t) = 0{,}99e^{0{,}99t}\cdot(1480 - 495t) + e^{0{,}99t}(-495) = e^{0{,}99t}\cdot(970{,}2 - 490{,}05t)$

Bedingung: $f'_{neu}(t) = 0$ $\quad t = \frac{1480}{495} = \frac{296}{99} \approx 2{,}99 \quad (e^{0{,}99t} > 0)$ auch mit GTR/CAS

Mit $f''_{neu}(\frac{296}{99}) < 0$ erhält man: $t = \frac{296}{99}$ ist Maximalstelle

oder: $f'_{neu}(t)$ wechselt das Vorzeichen von + nach –

Der maximale Besucherstand wird bei $t \approx 2{,}99$ erreicht, also am Samstag kurz vor Mitternacht.

1000 Besucher verlassen das Gelände

Gesucht ist der Zeitpunkt mit der momentanen Änderungsrate 1000 ME/Tag.

$f'_{neu}(t) = -1000 \Rightarrow t \approx 3{,}09$ (Minuszahl (– 1000) wegen Abnahme)

Bei $t \approx 3{,}09$ sinkt die Besucherzahl um 1000 ME, das ist Sonntag früh, ungefähr um 2:10 Uhr.

Stärkste Besucherzunahme

Gesucht ist der Wendepunkt des Graphen von f_{neu}

$f''_{neu}(t) = 0 \Leftrightarrow 970{,}2 - 490{,}05\cdot t = 0 \Rightarrow t \approx 1{,}98 \qquad (e^{0{,}99t} > 0)$

$t \approx 1{,}98$ ist einfache Nullstelle von f''_{neu}, also Wendestelle von f_{neu}.

($f''_{neu}(t)$ wechselt das Vorzeichen in $t \approx 1{,}98$)

Die Besucherzahlen nehmen bei $t \approx 1{,}98$ am stärksten zu.

Änderungsrate: $f'_{neu}(1{,}98) \approx 3549{,}66$

Die Änderungsrate bei t = 1,98 beträgt 3549,66 ME/Tag.

Am Freitag kurz vor Mitternacht nimmt die Anzahl der Besucher auf dem Festivalgelände um etwa 3550 ME/Tag zu.

d) **Funktionsscharen für Grenzkosten, Stückkosten und variable Stückkosten**

Grenzkosten (Ableitung von K_a): $K'_a(x) = \frac{9}{550}x^2 + 2ax + 50;\ a \in [-0{,}95; 0]$.

Stückkosten: $k_a(x) = \frac{K_a(x)}{x} = \frac{3}{550}x^2 + ax + 50 + \frac{1080}{x}$

Variable Stückkosten: $k_{a,v}(x) = \frac{K_{a,v}(x)}{x} = \frac{3}{550}x^2 + ax + 50$

Betriebsminima: Bedingung: $K'_a(x) = k_{a,v}(x)$ oder Minimalstelle von $k_{a,v}$

$k'_{a,v}(x) = \frac{3}{275}x + a;\ k''_{a,v}(x) = \frac{3}{275} > 0$

$k'_{a,v}(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{275a}{3}$ $\qquad x = -\frac{275a}{3}$ ist Minimalstelle (Betriebsminimum)

$k_{a,v}(-\frac{275a}{3}) = \frac{3}{550}\cdot(-\frac{275a}{3})^2 + a\cdot(-\frac{275a}{3}) + 50 = -\frac{275}{6}a^2 + 50$

(kurzfristige Preisuntergrenze)

Lösung Analysis Aufgabe 1 **Seite 3/3**

d) **Lage der Betriebsminima in Abhängigkeit des Parameters a (**$a \in [-0{,}95; 0]$**)**

Je mehr sich der Parameter a von links der Null nähert, desto höher und näher an der Ordinatenachse liegt das Betriebsminimum. D. h. die Ausbringungsmenge, bei der die variablen Stückkosten minimal sind, wird geringer, dabei steigen aber die minimalen variablen Stückkosten.

Hinweis: Für $a \to 0$: $x = -\frac{275a}{3} \to 0$; $-\frac{275}{6}a^2 + 50 \to 50$

Je mehr sich der Parameter a von rechts − 0,95 nähert, desto tiefer und weiter entfernt von der Ordinatenachse liegt das Betriebsminimum. D. h. die Ausbringungsmenge, bei der die variablen Stückkosten minimal sind, wird größer. Gleichzeitig sinken die minimalen variablen Stückkosten.

Hinweis: Für $a \to -0{,}95$: $x = -\frac{275a}{3} \to \approx 43{,}54$; $-\frac{275}{6}a^2 + 50 \to \approx 8{,}64$

Lösung Analysis Aufgabe 2 **Seite 1/2** (Aufgabe Seite 35)

Bestimmung der Definitionsbereiche:

Definitionsbereich p_A : $p_A(x) = -10{,}8\frac{x+8}{(x-3)(x+8)}$

$D_{math}(p_A) = \mathbb{R} \setminus \{-8; 3\}$; $D_{ök}(p_A) = [0; 3) = \{0 \leq x < 3\}$

($D_{ök}$: Bereich mit $x \geq 0$ und $p_A(x) \geq 0$)

Definitionsbereich p_N: $p_N(x) = \frac{10}{x+0{,}5} + \frac{1}{8}$

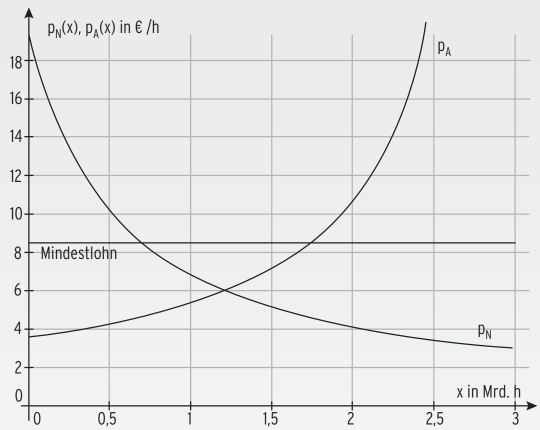
$D_{math}(p_N) = \mathbb{R} \setminus \{-0{,}5\}$; $D_{ök}(p_N) = [0; \infty) = \{0 \leq x < \infty\}$

Die Funktion besitzt keine Nullstelle im relevanten Bereich.

Definitionsbereich gesamte wirtschaftliche Situation:

$D_{ök} = [0; 3)$

Skizze mit Mindestlohn:



Bestimmung und Interpretation des Marktgleichgewichts:

Bedingung: $p_A(x) = p_N(x)$

GTR/CAS liefert das Marktgleichgewicht MGG($\approx 1{,}2 \mid \approx 6$)

Bei einem Lohn von ca. 6 €/h ist die nachgefragte Arbeitszeit und die angebotene Arbeitszeit mit ca. 1,2 Mrd. Stunden gleich. Der Arbeitsmarkt befindet sich im Gleichgewicht.

Stochastik Aufgabe 6 Seite 2/2

a) Für die langfristige Personalplanung soll die Altersstruktur in den Abteilungen genauer betrachtet werden. Stellen Sie dazu den oben beschriebenen Sachverhalt in geeigneter Weise grafisch dar. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

(1) Ein Mitarbeiter ist ein jüngerer Mitarbeiter.

(2) Ein Mitarbeiter arbeitet in der Schlosserei.

(3) Ein Mitarbeiter ist ein jüngerer Mitarbeiter und er arbeitet in der Schlosserei.

(4) Ein Mitarbeiter ist ein älterer Mitarbeiter unter der Voraussetzung, dass der Mitarbeiter in der Gießerei arbeitet.

Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse in Bezug auf die langfristige Personalplanung.

b) In dem Unternehmen werden unter anderem Gussteile mit einer Maschine hergestellt. Diese Gussteile werden in regelmäßigen Abständen einer Qualitätskontrolle unterzogen. Erfahrungsgemäß weisen 5% aller Gussteile Fehler auf und müssen aussortiert werden. Aus der laufenden Produktion werden 100 Teile entnommen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

(1) genau zwei Teile fehlerhaft sind.

(2) mindestens 92 Teile einwandfrei sind.

Wenn die Wahrscheinlichkeit für genau 2 fehlerhafte Teile unter 10% liegt oder die Wahrscheinlichkeit für mindestens 92 einwandfreie Teile bei 92,5% liegt, muss die Maschine nicht gewartet werden. Entscheiden Sie, ob die Maschine gewartet werden muss. Berechnen Sie die Mindestgröße einer Stichprobe, sodass mit mehr als 95% Wahrscheinlichkeit wenigstens ein defektes Teil in der Stichprobe enthalten ist.

c) Für die Montage der Endprodukte werden Metallstifte von einem Zulieferer benötigt. Damit in der Montage die Geräte in konstanter Qualität hergestellt werden können, müssen die Stifte des Zulieferers bestimmte Qualitätskriterien erfüllen. Die Länge der Metallstifte soll normalverteilt sein mit einem Erwartungswert von 300 mm und einer Varianz von 240,25 mm^2.

Langjährige Erfahrung hat gezeigt, dass für die Qualitätskontrolle der Stifte keine umfangreichen Stichproben notwendig sind, sondern dass es ausreicht, wenn ein Metallstift zufällig entnommen wird. Die Lieferung muss zurückgewiesen werden, wenn die Länge des entnommenen Metallstiftes um mehr als 1σ nach unten oder um mehr als 2σ nach oben vom Erwartungswert abweicht.

Geben Sie an, in welchem Intervall die Länge eines zufällig entnommenen Metallstiftes liegen muss, damit die Lieferung nicht zurückgewiesen wird.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Länge eines Metallstiftes in diesem Intervall liegt.

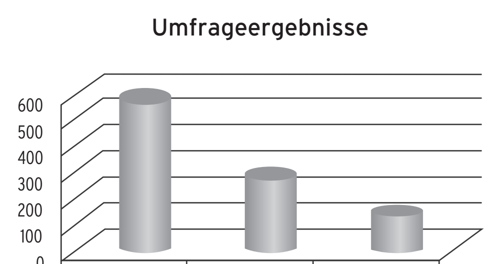
Geben Sie an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Lieferung zurückgeschickt werden muss.

(Abitur 2012, Fachgymnasium Niedersachsen.)

Zentralabitur 2014

Block 2 – Aufgabe 2A **Lösungen Seite 89/90**

Das Unternehmen SCHOB stellt u. a. für den Heimwerkerbedarf Bohrmaschinen und Bandschleifer her. Für die nächste Sommersaison sollen gezielte Werbungen versendet werden. Dafür wurden 1000 Kunden einer Baumarktkette ausgewählt. Sie wurden vor der Werbeaktion befragt, welche Geräte sie schon besitzen.



	Bohrmaschine	Bandschleifer	beide Geräte
Anzahl	560	270	150

a) Stellen Sie die Umfrageergebnisse mithilfe eines vollständigen Baumdiagramms oder einer vollständigen Vierfeldertafel dar.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E_1: Ein Kunde besitzt eine Bohrmaschine und einen Bandschleifer.

E_2: Ein Kunde besitzt einen Bandschleifer.

E_3: Ein Bohrmaschinenbesitzer hat einen Bandschleifer.

Beurteilen Sie die Idee der Marketingabteilung, Werbebriefe für Bandschleifer an die Kunden zu schicken, die schon eine Bohrmaschine besitzen.

(10 BE)

b) Die Umfrage hat auch ergeben, dass 320 Kunden noch keine der beiden Maschinen besitzen und dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer dieser Kunden sich eine Bohrmaschine kauft, bei 15 % liegt und dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich einer dieser Kunden einen Bandschleifer kauft, bei 9 % liegt.

Das Unternehmen SCHOB will der Baumarktkette einen Rabatt gewähren, wenn diese im Rahmen der Werbeaktion für die 320 Kunden mindestens 50 Bohrmaschinen abnimmt.

Ein weiterer Rabatt wird eingeräumt, wenn mindestens 20 Bandschleifer abgenommen werden.

Untersuchen Sie, wie groß die Wahrscheinlichkeit für die Gewährung der einzelnen Rabatte ist.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer der ausgewählten Kunden beide Geräte kauft.

(8 BE)

Zentralabitur 2014

Block 2 – Aufgabe 2B

Lösungen Seite 90/91

Ein Biolandwirt bietet für unterschiedliche Familienfeiern in seinen Scheunen Räumlichkeiten, Speisen und Getränke an. Damit er den Einkauf und die Zubereitung für die nächste Hochzeitsfeier planen kann, klärt er mit den Gastgebern unterschiedliche Aspekte:
Es werden 100 Personen an der Feier teilnehmen. Die weiteren Ergebnisse sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt:

Personengruppe		Kostart		Wahrscheinlichkeit der Getränkewahl		Kuchensorte	
Erwachsene	50 Personen	vegetarisch	15 Personen	Wein	$p = 0{,}5$	Butterkuchen	40 Personen
Senioren	30 Personen	Schonkost	20 Pers.	Bier	$p = 0{,}35$	Torte	30 Personen
Kinder	20 Personen	Normal	65 Pers.	Softdrinks	$p = 0{,}8$	Obstkuchen	30 Personen

a) Damit der Wirt die Anzahl der Portionen kalkulieren kann, benötigt er den Zusammenhang zwischen den Personengruppen und den Kostarten. Gehen Sie davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit für jede Kostart bei allen Personengruppen gleich ist. Stellen Sie den Zusammenhang in einem vollständigen Baumdiagramm dar. Erwachsene erhalten eine ganze Portion, Senioren eine ¾-Portion und Kinder eine ½-Portion. Ermitteln Sie für die Hochzeitsfeier die zu erwartende aufgerundete Anzahl der „Vegetarisch"-Portionen, der „Schonkost"- und der „Normal"-Portionen. Geben Sie an, wie viele Portionen demnach insgesamt für die Feier benötigt werden. (10 BE)

b) Die Getränke ordert der Wirt bei einem Getränkehandel. Für die Bestellung benötigt er unterschiedliche Angaben. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse: E_1: Mehr als 60 aber weniger als 80 Gäste trinken Wein.

E_2: Weniger als 70 Gäste trinken Softdrinks.

E_3: Mehr als 50 Gäste trinken Bier.

Beurteilen Sie auf der Grundlage Ihrer Ergebnisse, welche Rückschlüsse der Wirt für seine Getränkebestellung daraus ziehen kann. (10 BE)

c) Der Wirt backt für die Hochzeitsfeier den Butterkuchen und den Obstkuchen selbst, die Torten bestellt er bei ortsansässigen Konditoreien. Aus langer Erfahrung weiß er, dass die Konditoreien eine Torte zu einem Durchschnittspreis von 50 Geldeinheiten (GE) anbieten. Die Preise variieren mit einer Standardabweichung von 15 GE je nach Art der Torte. Pro Person, die Torte essen möchte, benötigt der Wirt 2 Stücke. Jede Torte wird in 12 Stücke geteilt. Zwei Torten werden als Reserve zusätzlich bestellt.

Der Wirt kalkuliert für die Tortenbestellung höchstens 400 GE ein. Der Küchenchef rechnet damit, dass das Budget mindestens 500 GE und höchstens 600 GE betragen muss. Beurteilen Sie die Kalkulationen anhand der Wahrscheinlichkeiten.
Stellen Sie beide Ergebnisse in einem Diagramm grafisch dar. (10 BE)

Zentralabitur 2015

Block 2 **Aufgabe 2B** **Lösungen Seite 92/93**

Das niedersächsische Gesundheitsministerium gab in diesem Frühjahr ein Gutachten in Auftrag, bei dem die Verwendung von Sonnencreme von Kindern und Jugendlichen untersucht werden sollte. Das Ministerium plant eine Informationsbroschüre, damit diese Kinder weniger Sonnenbrände bekommen.
In vielen Freibädern der Region Hannover wurde eine Untersuchung durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 1 dargestellt. Eine zweite Untersuchung wurde deutschlandweit bei über 14-jährigen durchgeführt. Die Daten wurden auf die Gesamtbevölkerung hochgerechnet und in Abbildung 2 dargestellt.

Abbildung 1

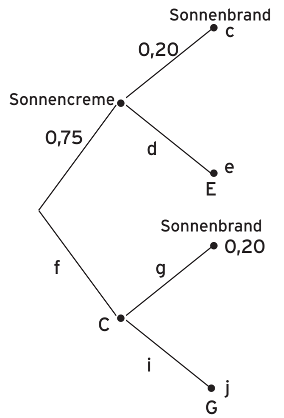


Abbildung 2

Bevölkerung in Deutschland nach Häufigkeit der Verwendung von Sonnencreme von 2010 bis 2013 (in Millionen)

	2010	2011	2012	2013
keine Angaben	1,62	1,48	1,40	1,76
Gar nicht	23,27	22,30	21,49	20,75
An weniger als 10 Tagen im Jahr	14,95	15,47	15,66	16,74
An 10 – 20 Tagen im Jahr	17,35	17,58	17,83	17,44
An 20 – 30 Tagen im Jahr	13,40	50,13	15,90	13,66

Angelehnt an: www.Statista.com, 18.06.2014, 12.00 Uhr

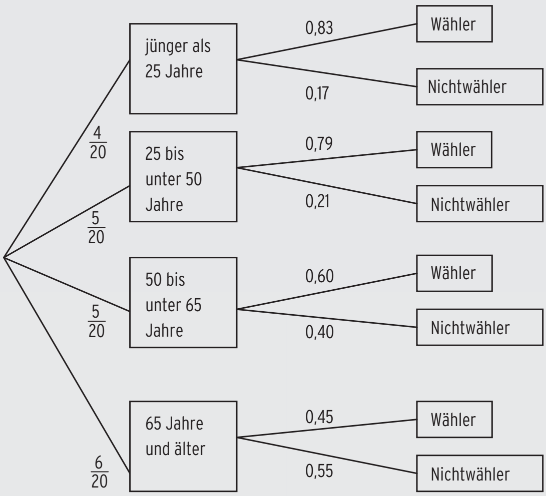
a) Zeichnen Sie das vervollständigte Baumdiagramm aus Abbildung 1 und begründen Sie Ihre Ergänzungen.
Ermitteln Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten, um eine Empfehlung zum Einsatz von Sonnencreme bei Kindern und Jugendlichen formulieren zu können:
Ein Kind bzw. Jugendlicher hat einen Sonnenbrand unter der Voraussetzung, dass es Sonnencreme benutzt hat.
Ein Kind bzw. Jugendlicher hat keine Sonnencreme verwendet unter der Bedingung, dass das Kind einen Sonnenbrand hat.
Formulieren Sie auf der Basis der beiden Berechnungen für das Ministerium eine Empfehlung zum Einsatz von Sonnencreme bei Kindern und Jugendlichen. (14 BE)

b) Formulieren Sie mithilfe der Tabelle in Abbildung 2 zwei geeignete Aussagen für die Broschüre des Gesundheitsministeriums.
Erstellen Sie für die bereits klassierten Daten aus dem Jahr 2013 eine geeignete Graphik, aus der man die Verteilung der Sonnencremenutzer in den verschiedenen Zeiträumen erkennen kann.
Berechnen Sie für die Jahre 2010 – 2013 den Anteil der Nichtsonnencremenutzer von allen Befragten und leiten Sie daraus einen Trend ab. (10 BE)

Lösungen 2.2 Stochastik

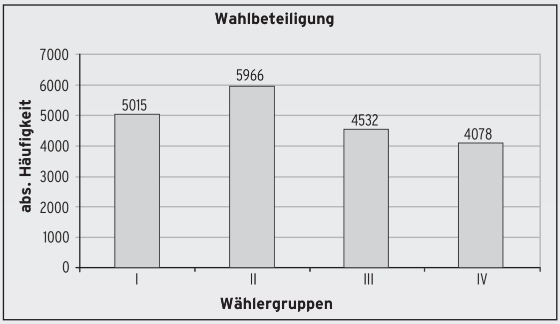
Lösung Stochastik Aufgabe 1 **Seite 1/2** (Aufgabe Seite 70)

a)



Pfadaddition

Sucht man eine Wahrscheinlichkeit, die sich aus zwei oder mehr Pfaden berechnet, dann wird längs des Pfades multipliziert und dann werden die Ergebnisse der einzelnen Pfade zur Gesamtwahrscheinlichkeit addiert.



Wahrscheinlichkeiten

P(Wahlbeteiligung) = $\frac{4}{20} \cdot 0{,}83 + \frac{5}{20} \cdot 0{,}79 + \frac{5}{20} \cdot 0{,}60 + \frac{6}{20} \cdot 0{,}45 = 0{,}6485$

P(Nichtwähler 25 bis unter 65) = $\frac{5}{20} \cdot 0{,}21 + \frac{5}{20} \cdot 0{,}4 = 0{,}1525$

Die Wahlbeteiligung liegt bei 64,85 %. 15,25 % der 25- bis unter 65jährigen werden nicht wählen.

Gesamtzahl der Wähler (Erwartungswert)

Berechnung mit BV, weil die durchschnittliche Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Bürger zur Wahl gehen wird, als Grundlage feststeht:

$E = p \cdot n = 0{,}6485 \cdot 30210 \approx 19591$

Es werden wahrscheinlich 19591 Bürger zur Wahl gehen.

Lösungen Stochastik Aufgabe 1 Seite 2/2

b) **Wahrscheinlichkeiten** mit BV (Binomialverteilung): n = 250

$P(X_{IV} = 120) = B_{250;\,0,3}(120) \approx 0$

$P(X_{II} \leq 100) \approx 1$ mit X_{II} ist $B_{250;\,0,25}$ verteilt.

$P(40 < X_{III} < 70) = P(X_{III} \leq 69) - P(X_{III} \leq 40) \approx 0,8466 - 0,0004 = 84,62\ \%$

Stichprobengröße

$P(X_{IV} \geq 1) = 1 - P(X_{IV} = 0) = 1 - \binom{n}{0} \cdot 0,55^0 \cdot 0,45^n > 0,9$

Umformung: $0,45^n < 0,1$

$$n > \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,45)} \approx 2,88 \Rightarrow n \geq 3$$

Die Stichprobe aus Gruppe IV muss mindestens aus drei Personen bestehen, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Nichtwähler größer als 90 % ist.

Lösung Stochastik Aufgabe 2 Seite 1/2 (Aufgabe Seite 71)

a) **Drei mögliche Kernaussagen**

Seit 2003 wird Urlaub in Deutschland immer beliebter, es liegt eine Steigerung von 42 Mill. vor.

2009 war ein leichter Rückgang der Besucherzahlen um 1 Mill. zu verzeichnen. Von 1995 bis 2010 sind die Gästezahlen um ca. 17% angestiegen.

Arithmetisches Mittel (mit GTR): $\overline{x} = 353,18$ Mill.

In der Zeit von 2000 bis 2010 waren durchschnittlich 353,18 Mill. Gästeübernachtungen zu verzeichnen.

σ-Intervall um das arithmetische Mittel (mit GTR)

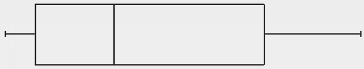
[353,18 – 13,97; 353,18 + 13,97] = [339,21; 367,15]

Die Gästeübernachtungen schwankten von 2000 bis 2010 zwischen 339,21 Mill. und 367,15 Mill.

Boxplot (mit GTR/CAS):

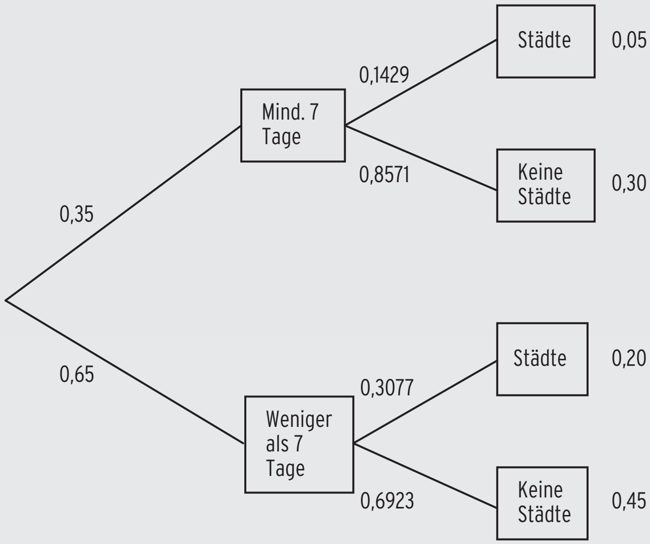
$x_{min} = 338$; $Q_1 = 339$; $x_{med} = 347$

$Q_3 = 369$; $x_{max} = 380$



Lösung Stochastik Aufgabe 2 **Seite 2/2**

c) **Baumdiagramm**



oder Vierfeldtafel

	Stadt	nicht Stadt	
mind. 7 Tage	0,05	0,75 – 0,45 = 0,30	0,35
weniger als 7 Tage	0,25 – 0,05 = 0,20	0,45	1 – 0,35 = 0,65
	0,25	1 – 0,25 = 0,75	1

Wahrscheinlichkeiten

(1) P(mind. 7 Tage Städte) = $0{,}35 \cdot 0{,}1429 \approx 0{,}05 = 5\%$
Anzahl der Gäste für 2010: $0{,}05 \cdot 380 = 19$
2010 gab es 19 Mill. Gästeübernachtungen bei Städtetouren, die mindestens 7 Tage dauerten.

(2) P (Kurzurlauber) = 0,65 = 65%
65% der Gäste sind Kurzurlauber.

(3) $P_{7\ \text{Tage}}(\text{Stadt}) = \frac{0{,}05}{0{,}35} \approx 0{,}1429 = 14{,}29\%$
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Tourist eine Städtetour macht, unter der Voraussetzung, dass er mindestens 7 Tage in Deutschland bleibt, beträgt 14,29%.

3 Zentralabitur eA Mathematik Berufliches Gymnasium

Zentralabitur 2017 (angepasst an das Prüfungsjahr 2022)

Pflichtteil eA

Lösungen Seite 136/137

Aufgabe P1

An einer Messstation wurde über einen Zeitraum von 10 Stunden die Anzahl der Pollen pro Kubikmeter Luft ermittelt.

Dabei kann die Anzahl der Pollen pro Kubikmeter zum Zeitpunkt t (in Stunden nach Beginn der Messung) durch die Gleichung

$n(t) = 3t^2 - 60t + 500$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $0 \leq t \leq 10$ beschrieben werden.

a) Bestimmen Sie die mittlere Änderung der Anzahl der Pollen pro Kubikmeter und Stunde während der ersten beiden Stunden der Messung. (3 BE)

b) Ermitteln Sie den Zeitpunkt nach Beginn der Messung, zu dem die momentane zeitliche Änderung der Anzahl der Pollen pro Kubikmeter und Stunde – 30 beträgt. (2 BE)

Aufgabe P2

Eine Funktion f ist durch $f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x} - 1$, $x \in \mathbb{R}$, gegeben.

a) Ermitteln Sie die Nullstelle der Funktion f. (2 BE)

b) Die Tangente an den Graphen von f im Punkt S (0| 1) begrenzt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck.
Weisen Sie nach, dass dieses Dreieck gleichschenklig ist. (3 BE)

Aufgabe P3

Betrachtet werden stochastische Matrizen, d. h. qadratische Matrizen, deren Zeilensummen jeweils gleich eins sind und in denen alle Elemente größer oder gleich null sind.

a) Bestimmen Sie einen Vektor $\vec{v}^T$ mit $\vec{v}^T \neq (0 \quad 0)$ derart, dass für die Matrix M mit $M = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix}$ gilt: $\vec{v}^T \cdot M = \vec{v}^T$ (2 BE)

b) Zeigen Sie:
Ist N eine stochastische 2×2-Matrix und $\vec{u}^T$ ein Vektor mit der Zeilensumme 5, dann ist auch $\vec{u}^T \cdot N$ ein Vektor mit der Zeilensumme 5. (3 BE)

Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium

Pflichtteil eA

Aufgabe P4

Ein Glücksrad hat drei Sektoren, einen blauen, einen gelben und einen roten. Diese sind unterschiedlich groß. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim einmaligen Drehen der blaue Sektor getroffen wird, beträgt p.

a) Interpretieren Sie den Term $(1-p)^7$ im Sachzusammenhang. (2 BE)

b) Das Glücksrad wird zehnmal gedreht. Geben Sie einen Term an, mit welchem die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden kann, dass der blaue Sektor genau zweimal getroffen wird. (1 BE)

c) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim einmaligen Drehen der gelbe Sektor getroffen wird, beträgt 50 %.
Felix hat 100 Drehungen des Glücksrads beoachtet und festgestellt, dass bei diesen der Anteil der Drehungen, bei denen der gelbe Sektor getroffen wurde, deutlich geringer als 50 % war. Er folgert: „Der Anteil der Drehungen, bei denen der gelbe Sektor getroffen wird, muss also bei den nächsten 100 Drehungen deutlich größer als 50 % sein.
Beurteilen Sie die Aussage von Felix. (2 BE)

Aufgabe P5

In einem Produktionsprozess werden aus den Rohstoffen Zwischenprodukte und daraus die Endprodukte hergestellt. Die Verflechtung kann den folgenden Matrizen entnommen werden. Die Werte sind in Mengeneinheiten (ME) angegeben.

$$A_{RZ} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix},\ B_{ZE} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ a & 6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix},\ C_{RE} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 0 & 4 \\ 6 & 18 \end{pmatrix},\ a \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

a) Berechnen Sie den Wert für a.
Der Rohstoff R_2 fällt dauerhaft aus. Untersuchen Sie, welches Endprodukt dauerhaft produziert werden kann. (3 BE)

b) Der Rohstoff R_2 kann durch zwei andere Rohstoffe R_{21} und R_{22} ersetzt werden.
Eine Mengeneinheit von R_2 wird ersetzt durch 3 ME von R_{21} und 5 ME von R_{22}.
Bestimmen Sie die neue Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix, in der die Rohstoffe R_{21} und R_{22} berücksichtigt sind. (3 BE)

Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium

Wahlteil eA - GTR/CAS

Lösungen Seite 138 - 147

Aufgabe 1A

Die Raffi-Agrargenossenschaft baut verschiedene Gemüsesorten und Getreide an.

Die Ernte wird maschinell und auch von Hand eingebracht.

a) Für die Ernte von 8 000 kg Weißkohl stehen Erntemaschinen (x) und Erntehelfer (y) zur Verfügung. Dabei werden x und y in Zeiteinheiten (ZE) angegeben. Die Kombination der beiden Produktionsfaktoren wird durch die folgende Funktionsgleichung für die Isoquante I_{8000} gegeben: $I_{8000}(x) = \frac{75}{x-2} + 25$

Der Preis für den Einsatz einer ZE der Erntemaschinen beträgt 700 Geldeinheiten pro ZE (GE/ZE) und der Preis für den Einsatz einer ZE der Erntehelfer 10 GE/ZE. Bestimmen Sie die Anzahl der Zeiteinheiten, die die Erntemaschinen und Erntehelfer jeweils mindestens eingesetzt werden müssen, um die Ernte von 8 000 kg Weißkohl einzubringen.

Für die Weißkohlernte hat Raffi nach einer internen Kalkulation 3 600 GE als Kostenbudget zur Verfügung. Skizzieren Sie den gesamten Sachverhalt in ein geeignetes Koordinatensystem. Bestimmen Sie die möglichen Kombinationen der beiden Produktionsfaktoren, die bei diesem Kostenbudget möglich sind und um wie viel Prozent das Kostenbudget von den Minimalkosten abweicht.

Beschreiben Sie die Lage aller möglichen Kombinationen der Produktionsfaktoren, die höchstens 3 600 GE Kosten verursachen. (16 BE)

b) Auch die Salaternte erfolgt maschinell und von Hand. Im letzten Jahr wurden für die Ernte von 6 000 Kopf Salat folgende Kombinationen der Produktionsfaktoren beobachtet:

Erntemaschinen (x in ZE)	5	9
Erntehelfer (y in ZE)	90	50

Die Funktionsgleichung der Isoquante I_{6000} lautet: $I_{6000}(x) = \frac{a}{x-4} + c$.

Bestimmen Sie jeweils den Wert für den Parameter a und c für die Funktionsgleichung von I_{6000} und geben Sie die Funktionsgleichung an.

Zur Kontrolle: $a = 50$ und $c = 40$

Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium
Wahlteil eA - GTR/CAS

Fortsetzung Aufgabe 1A

b) Bei der Salaternte lag der Preis für eine ZE der Erntemaschinen bisher bei 80 GE/ZE und der Preis für eine ZE der Erntehelfer bei 10 GE/ZE. Neue Umweltvorschriften für Diesel-Motoren führen zu erhöhten Kosten für die Erntemaschinen.
Aufgrund langfristiger Erfahrungen werden für die Salaternte 6 ZE Erntemaschienen benötigt.
Berechnen Sie, um welchen Betrag der Preis der Erntemaschinen pro ZE steigen darf, damit das veranschlagte Kostenbudget von 1 250 GE für die Ernte der 6 000 Salatköpfe nicht überschritten wird.

c) Basierend auf den täglichen Erntemengen des letzten Jahres wurde von Experten der Ernteverlauf bei der Weizenernte durch die Funktion
f mit $f(t) = -6{,}5t^4 + 60t^3 - 175t^2 + 210t - 75$
modelliert. Dabei gibt t die Zeit in Tagen an und $t = 0$ entspricht dem Beginn des ersten Erntetages.
$f(t)$ gibt die geerntete Menge Weizen in ME/Tag an.

Beschreiben Sie als Basis für die Ernteplanung den Verlauf des Graphen von f im ökonomisch sinnvollen Bereich anhand von jeweils drei ökonomischen und mathematischen Merkmalen unter Angabe der entsprechenden Zeitpunkte.

Raffi kann mit seinen Maschinen nur 100 ME/Tag ernten. Übersteigt die zu erntende Menge diesen Wert, beauftragt Raffi ein Lohnunternehmen, das mit eigenen Maschinen den übrigen Weizen erntet.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil der von dem Lohnunternehmen insgesamt geernteten Menge an der Gesamternte. (16 BE)

Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium

Wahlteil eA - GTR/CAS

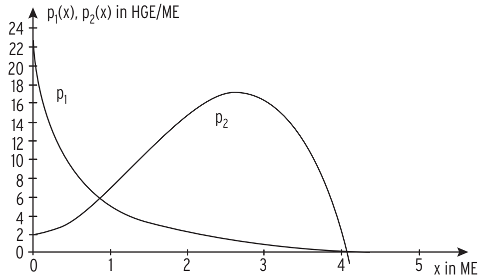
Aufgabe 1B

Die nebenstehende Graphik beschreibt die Angebots- und Nachfragesituation für Fahrradreisen an der Elbe im Sommer 2016. Dabei wird x in Mengeneinheiten (ME) und und $p_1(x)$, $p_2(x)$ in 100 Geldeinheiten pro ME (HGE/ME) angegeben.

Der Gleichgewichtspreis liegt bei 5,41 HGE/ME.

Die Funktionsgleichung für p_1 ist bekannt mit $p_1(x) = \frac{50}{5x+2} - 2$.

Der Funktionsterm für p_2 liegt nicht vor.



a) Das Unternehmen Meier & Co möchte für seine Mitarbeiter als Betriebsausflug eine Fahrradreise für den Sommer 2017 buchen und sondiert dafür den Markt, anhand der Informationen aus dem letzten Sommer. Der Geschäftsführer benötigt mehrere Auskünfte.
Ergänzen Sie die Graphik im **Materialanhang,** indem Sie den Graphen die ökonomischen Begriffe zuordnen, das Marktgleichgewicht mit Gleichgewichtsmenge und Gleichgewichtspreis eintragen und den ökonomischen Definitionsbereich für die Marktsituation kennzeichnen.
Beachten Sie dabei, dass die beiden Funktionsgraphen einen typischen Verlauf aufweisen sollen.
Berechnen Sie die Gleichgewichtsmenge und den Höchstpreis der Nachfrager.

(10 BE)

b) Um eine endgültige Entscheidung zu treffen, werden weitere Informationen benötigt, die mithilfe der Angebots- und Nachfragefunktion ermittelt werden sollen.
Die Angaben sind aus dem Frühjahr 2017.
Die Nachfragefunktion p_N wird beschrieben durch
$p_N(x) = ax^2 + bx + c$, mit $a \in \mathbb{R}_{\neq 0} \wedge b, c \in \mathbb{R}$. Der Höchstpreis beträgt 800 GE/ME, die Konsumentenrente beträgt $\frac{500}{3}$ GE. Das Marktgleichgewicht liegt bei (5 | 750).
Die Angebotsfunktion p_A entspricht einer ganzrationalen Funktion 3. Grades.
Es sind folgende zusätzliche Informationen bekannt:

x in ME	1	3	7
$p_A(x)$ in GE/ME	556	657	843

Ermitteln Sie die Sättigungsmenge und den Mindestangebotspreis.

Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium

Wahlteil eA - GTR/CAS

Fortsetzung Aufgabe 1B

b) Der Geschäftsführer von Meier & Co vergleicht die Produzentenrente mit dem mindestens zu erwartenden Umsatz der Produzenten. Der mindestens zu erwartende Umsatz ist der erzielte Umsatz abzüglich der Produzentenrente. Wenn die Produzentenrente mehr als 20 % des mindestens zu erwartenden Umsatzes beträgt, dann geht der Geschäftsführer davon aus, dass die Fahrradreisen an der Elbe aktuell überteuert ist; alternativ wird er dann Wanderurlaub buchen.
Untersuchen Sie, welche Aktivität der Geschäftsführer buchen sollte.

(18 BE)

c) Für die unternehmensinterne Zeitschrift soll ein Artikel zum Thema Fahrradreisen die Mitarbeiter motivieren, sich für den geplanten Betriebsausflug anzumelden. Der zuständige Redakteur recherchiert dafür einige allgemeine Informationen. Fahrradreisen liegen zurzeit im Trend; die Entwicklung der Anzahl der Fahrradreisenden kann mithilfe folgender Funktionsgleichung beschrieben werden:
$f(t) = 1500 - 1000e^{-0,01t}$, t gibt die Zeit in Wochen an, t = 0 ist dabei der Beginn der 1. Kalenderwoche (KW) 2016 und f (t) gibt die Anzahl der Reisenden in Mengeneinheiten (ME) an. Es wird zugrunde gelegt, dass ein Jahr 52 KW hat.

Skizzieren Sie den zugehörigen Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem und beschreiben Sie die Entwicklung der Anzahl der Fahrradreisenden mithilfe von vier mathematischen Fachbegriffen.
Verdeutlichen Sie Ihre beschriebenen Fachbegriffe in der Skizze.

Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die Anzahl der Fahrradreisenden die größte Zunahme aufweist und geben Sie die Zunahme an.

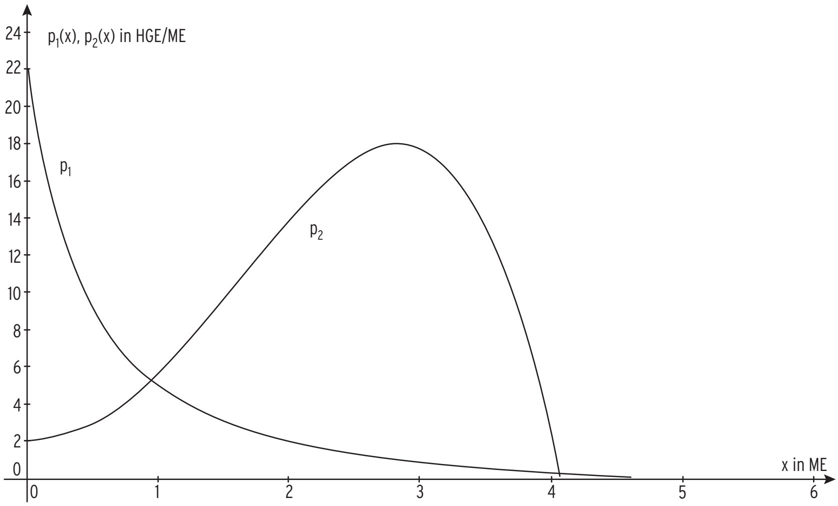
Ermitteln Sie die durchschnittliche Zunahme der Anzahl der Fahrradreisenden im Sommer 2016 von Beginn der 25. KW bis zum Beginn der 39. KW und kennzeichnen Sie den Sachverhalt in Ihrer Graphik.

(18 BE)

Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium

Wahlteil eA - GTR/CAS

Material zu Aufgabe 1 B a) Name: ________________________



Zentralabitur 2017 Mathematik Berufliches Gymnasium

Wahlteil eA - GTR/CAS

Aufgabe 2A

An einem Beruflichen Gymnasium mit 300 Schülerinnen und Schülern sollen zukünftig wichtige Informationen über den Dienst WatisLos übermittelt werden. Dazu wird zunächst eine Umfrage zur Verbreitung des Dienstes WatisLos unter allen Schülerinnen und Schülern durchgeführt. Folgende Daten liegen vor:
Insgesamt 285 Personen nutzen WatisLos.
171 WatisLos-Nutzer sind in der Qualifikationsphase. Insgesamt besuchen 115 Personen die Einführungsphase des Beruflichen Gymnasiums.

a) Der Abteilungsleiter möchte den Dienst verpflichtend nutzen, wenn die folgenden Kriterien erfüllt sind:
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person WatisLos nutzt, unter der Bedingung, dass diese Person in der Qualifikationsphase ist, muss mindestens 92 % betragen.
Die Anzahl der Personen, die sich in der Einführungsphase befinden und den Dienst WatisLos nicht nutzen, darf höchstens eins sein.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person WatisLos nicht nutzt, unter der Bedingung, dass diese Person in der Einführungsphase ist, darf höchstens 1 % betragen.
Stellen Sie die beschriebene Situation vollständig graphisch dar. Untersuchen Sie, ob der Abteilungsleiter den Dienst verpflichtend einsetzen sollte. (11 BE)

b) Zusätzlich wird überlegt, ein leistungsstärkeres Taschenrechnermodell einzuführen. Neben der Leistungsfähigkeit ist der Taschenrechnerpreis bei der Einführung ein entscheidendes Kriterium. Die Schule geht davon aus, dass von den Schülerinnen und Schülern ein Taschenrechnerpreis akzeptiert wird, der sich an ihren Smartphone-Preisen orientiert. Aus diesem Grund wurden in einer weiteren Umfrage unter allen Schülerinnen und Schülern, die den Dienst WatisLos nutzen, die Smartphone-Modelle der Schülerinnen und Schüler und deren Preise ermittelt.

	Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4
Preis in €	140	280	95	195
Anzahl	80	65	100	40

Stellen Sie die Daten der obigen Tabelle in einem Boxplot geeignet dar und interpretieren Sie den Boxplot hinsichtlich eines zukünftigen Preisintervalls für das Taschenrechnermodell.

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium

Pflichtteil eA

Lösungen Seite 252/253

Aufgabe P1

Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^4 - kx^2$, wobei k eine positive reelle Zahl ist.
Die Abbildung 1 zeigt einen Graphen von f.

a) Zeigen Sie, dass $f'(x) = 2x \cdot (2x^2 - k)$ eine Gleichung der ersten Ableitungsfunktion von f ist. [1 BE]

b) Die beiden Tiefpunkte des Graphen von f haben jeweils den Funktionswert -1.
Ermitteln Sie den Wert von k. [4 BE]

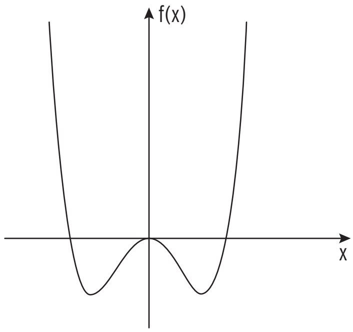


Abbildung 1

Aufgabe P2

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und g. Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der Ordinatenachse, der Graph von g ist symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs. Beide Graphen haben einen Hochpunkt im Punkt $(2 \mid 1)$.

a) Geben Sie für die Graphen von f und g jeweils die Koordinaten und die Art eines weiteren Extrempunktes an. [2 BE]

b) Untersuchen Sie die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h mit $h(x) = f(x) \cdot (g(x))^3$ im Hinblick auf eine mögliche Symmetrie ihres Graphen. [3 BE]

Aufgabe P3

Im vergangenen Jahr entwickelte sich wegen einer weltweiten Wirtschaftskrise der Gewinn pro Zeiteinheit eines Unternehmens gemäß der Funktion g mit $g(t) = 3t(t-1)(t-3)$, $0 \leq t \leq 4$, $t \in \mathbb{R}$; g(t) in Geldeinheiten pro Zeiteinheit (GE/ZE) und t in Zeiteinheiten (ZE). Die Abbildung 2 zeigt den Graphen der Funktion g, wobei t = 0 der Jahresbeginn und t = 4 das Jahresende ist.

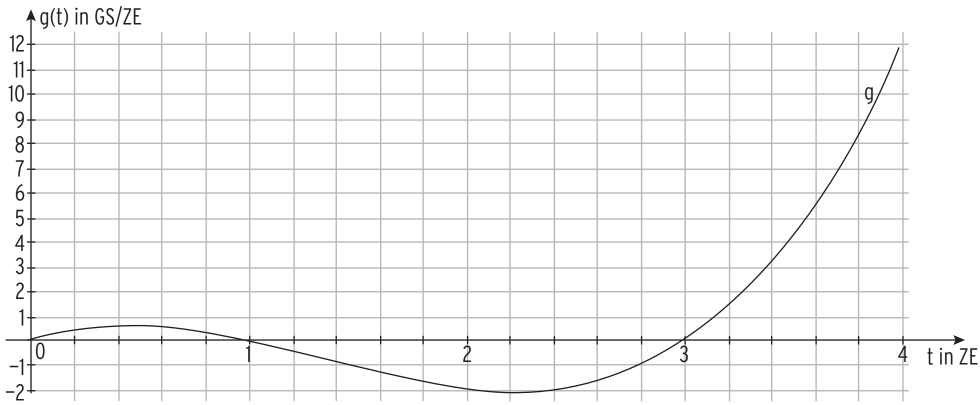


Abbildung 2

Fortsetzung Aufgabe P3

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium

Pflichtteil eA

Fortsetzung Aufgabe P3

a) Geben Sie den Zeitpunkt an, an dem der Gesamtgewinn in GE minimal ist. Skizzieren Sie in der Abbildung den Zeitpunkt $t > 0$, an dem der Gesamtgewinn erstmalig Null ist. [2 BE]

b) Bestimmen Sie für den Zeitraum, in dem das Unternehmen Verluste erleidet, einen Term zur Ermittlung des Gesamtverlustes in dem Zeitraum. [3 BE]

Aufgabe P4

Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 100$ und p.

Der Erwartungswert von X ist 50.

a) Berechnen Sie die Standardabweichung von X. [3 BE]

b) Die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 61)$ beträgt etwa 2 %.
Bestimmen Sie damit einen Wert für die Wahrscheinlickeit $P(40 \leq X \leq 60)$. [2 BE]

Aufgabe P5

Aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 werden die Zwischenprodukte Z_1, Z_2 sowie Z_3 und daraus die Endprodukte E_1 und E_2 hergestellt. Die Abbildung 3 gibt, jeweils in Mengeneinheiten, für jedes Zwischenprodukt den Bedarf an Rohstoffen und für jedes Endprodukt den Bedarf an Zwischenprodukten an.

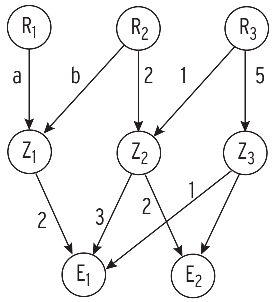


Abbildung 3

Für den Produktionsprozess gilt $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 12 & 4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$

Dabei gibt der Vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$ die Anzahlen der Mengeneinheiten der Rohstoffe und der Vektor $\overrightarrow{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$ die Anzahlen der Mengeneinheiten der Endprodukte an.

a) Ausgehend von 8 Mengeneinheiten von R_1, 28 Mengeneinheiten von R_2 und r_3 Mengeneinheiten von R_3 werden Endprodukte hergestellt. Dabei bleiben keine Rohstoffe übrig.
Bestimmen Sie den Wert von r_3. [3 BE]

b) Bestimmen Sie die Werte von a und b (Abbildung 3). [2 BE]

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium

Pflichtteil eA

Aufgabe P6

Die drei Discounter Alba (A), Boba (B) und Corna (C) haben das tägliche Wechselverhalten der Käufer untersucht und die bisherigen Ergebnisse in der nachfolgenden Abbildung 4 dargestellt.

Am heutigen Dienstag kauften 1 000 Kunden bei dem Discounter Alba ein, 2 000 Kunden bei Boba und 7 000 Kunden bei Corna.

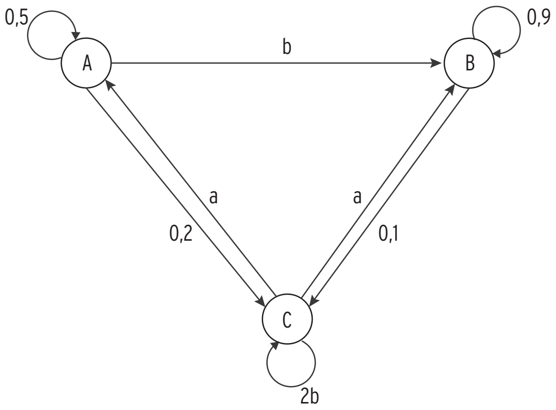


Abbildung 4

a) Berechnen Sie die Kundenzahl für Discounter Corna für den nächsten Tag. [3 BE]

b) Auf einem anderen Markt mit denselben Discountern und der gleichen Anfangsverteilung gilt die Übergangsmatrix M mit $M = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix}$.

Ermitteln Sie einen Term für die Entwicklung des Marktanteils für den Discounter Alba.

Bestimmen Sie die Kundenzahl des Discounters Alba nach 3 Tagen. [2 BE]

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium

Wahlteil eA GTR/CAS Lösungen Seite 254 - 271

Aufgabe 1A

Das Unternehmen Käthe stellt Plüschtiere her. In den letzten Jahren hat sich gezeigt, dass *Teddy classic* das beliebteste Plüschtier ist. Die Geschäftsleitung bittet die Controlling-Abteilung, für dieses Plüschtier eine Analyse der Kosten- und Gewinnsituation durchzuführen. Die Produktion des *Teddy classic* soll laut Zielvorgaben der Geschäftsleitung in Zukunft mindestens 1 000 Stück und höchstens 1 500 Stück umfassen.
Hinweis: 1 Mengeneinheit (ME) = 1 000 Stück, 1 Geldeinheit (GE) = 10.000 Euro

a) Die Kostenanalyse hat ergeben, dass sich die Gesamtkosten ertragsgesetzlich entwickeln, also mithilfe einer ganzrationalen Funktion 3. Grades modelliert werden müssen. Folgende Zusammenhänge (Tabelle 1) sind bekannt:

x in ME	0,3	0,6	0,9	2
K(x) in GE	10,934	12,752	13,778	16

Tabelle 1: Gesamtkosten

Die Controlling-Abteilung empfiehlt für den *Teddy classic* eine Obergrenze der Produktionsmenge. Diese hängt davon ab, wie sich die Gesamtkosten entwickeln: Die Gesamtkosten sollten höchstens einen Anstieg von 1,6 GE/ME aufweisen. Außerdem verweist die Controling-Abteilung darauf, dass eine Mindestproduktionsmenge angestrebt werden sollte, damit der *Teddy classic* dauerhaft im Sortiment bleibt. Die Mindestproduktionsmenge ist erreicht, wenn der Rückgang der Grenzkosten höchstens 5,5 GE/ME^2 beträgt.
Untersuchen Sie, ob die Vorgaben der Geschäftsleitung und die Empfehlungen der Controlling-Abteilung übereinstimmen.
Geben Sie eine Handlungsempfehlung. [20 BE]

b) Die Gewinnanalyse für das Plüschtier *Teddy classic* hat gezeigt, dass die Entwicklung mithilfe einer ganzrationalen Funktion 3. Grades modelliert werden kann und dass die Ge winnschwelle bei 1 ME liegt. Die Fixkosten der Produktion liegen bei 8 GE. Bei einer Produktion von 2 ME entsteht ein Verlust in Höhe von 3,6 GE. Der Grenzgewinn liegt bei einer Produktion von 0,5 ME bei 8,5 GE/ME.
Zeichnen Sie für weitere Analysen den Graphen der Gewinnfunktion im maximal möglichen ökonomischen Definitionsbereich in ein geeignetes Koordinatensystem und beschreiben Sie den Verlauf des Graphen aus ökonomischer Sicht unter Angabe von fünf relevanten Werten.

Fortsetzung Aufgabe 1A b)

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium
Wahlteil eA GTR/CAS

Fortsetzung Aufgabe 1A b)

Die Controlling-Abteilung empfiehlt, die Produktionsmenge für den *Teddy classic* zusätzlich von verschiedenen Gewinnanalysen abhängig zu machen.
Bestimmen Sie das Gewinnintervall in GE für die Zielvorgaben der Geschäftsleitung.
Berechnen Sie den maximalen Stückgewinn und geben Sie eine Handlungsempfehlung. [20 BE]

Hinweis: Coronabedingt wurde 2021 für jede Abiturprüfung eine **zusätzliche Auswahlmöglichkeit** im Wahlteil geschaffen. Die schuleigenen Fachlehrkräfte konnten nach dem Download eine entsprechende **Vorauswahl** treffen, um die „Passung" zwischen Prüfungsaufgaben und erteiltem Unterricht zu verbessern.

Für den Prüfling bleibt die Art der Auswahlmöglichkeiten gleich. Er wählt weiterhin aus jedem der 3 Blöcke jeweils **eine von zwei zur Wahl stehenden Aufgaben** aus.
Zu Übungszwecken sind alle vorgelegten Aufgaben im Buch abgedruckt.

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium
Wahlteil eA GTR/CAS

Aufgabe 1B

Die *HopfenGersteKunst KG* braut glutenfreies Bier. Der Hopfen und die Gerste werden von der *HopfenGersteKunst KG* ausschließlich dafür gezüchtet und auf eigenen Äckern angebaut. Das Unternehmen nutzt innovative Verfahren, um den Glutengehalt in der Gerste zu mindern und um verbesserte Setzlinge für leistungsfähigere Hopfenpflanzen zu ziehen.

a) Der Pflanzenbiologe des Unternehmens hat das Wachstum seiner neuesten Hopfenzüchtung erfasst und technisch aufbereitet. Die Funktion h mit
$h(t) = \frac{90}{1 + 89 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t}}$
bildet den zeitlichen Verlauf des Wachstums ab. t wird in Tagen und h(t) in Dezimeter (dm) angegeben. Die Setzlinge werden bei t = 0 gepflanzt.
Da der Pflanzenbiologe mehr über den Wachstumsverlauf dieses Hopfens erfahren möchte, benötigt er eine Grafik inklusive Auswertung. Er bittet Sie, folgende Aufgaben zu erledigen:
Zeichnen Sie die benötigte Grafik für den Wachstumsverlauf in den ersten 100 Tagen.
Erläutern Sie unter Verwendung der Fachterminologie den Verlauf des Wachstums und beziehen Sie sich dabei auf drei wesentliche Aspekte.

An den Tagen, an denen der Hopfen mehr als 1,5 dm pro Tag wächst, sowie eine Woche davor, muss der Hopfen bewässert werden.
Ermitteln Sie die Tage, an denen die Bewässerungsanlage in Betrieb sein muss.

Der Biologe weiß aus Erfahrung, dass sich der Ernteertrag einer neu gezüchteten Hopfensorte generell vermindert, wenn der Hopfen an Tagen mit großem Wachstum mehr als 2,5 dm pro Tag wächst oder wenn die Pflanze in den ersten 88 Tagen durchschnittlich mehr als 1 dm pro Tag wächst. Wenn dies passieren sollte, dann muss er eine neue Hopfensorte züchten.
Untersuchen Sie, ob der Biologe eine neue Hopfensorte züchten muss.

Fortsetzung Aufgabe 1 B a)

Lösungen Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium

Lösungen Pflichtteil eA

Aufgabe P1

a) $f(x) = x^4 - kx^2$

Ableitung: $f'(x) = 4x^3 - 2kx = 2x \cdot (2x^2 - k)$ durch Ausklammern

b) Bedingung für die Minimalstelle: $f'(x) = 0$ $\quad 2x \cdot (2x^2 - k) = 0$

wegen $x \neq 0$ (H(0 | 0)) und Satz vom Nullprodukt: $2x^2 - k = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{k}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{k}{2}}$

Für $k > 0$ gilt: $f(\sqrt{\frac{k}{2}}) = (\sqrt{\frac{k}{2}})^4 - k(\sqrt{\frac{k}{2}})^2 = \frac{k^2}{4} - k \cdot \frac{k}{2} = -\frac{k^2}{4}$ $\qquad$ Hinweis: $(\sqrt{\frac{k}{2}})^4 = (\frac{k}{2})^2 = \frac{k^2}{4}$

Gleichsetzen mit dem gegebenen Funktionswert − 1: $-1 = -\frac{k^2}{4} \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2 \quad (k > 0)$

Aufgabe P2

a) Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der Ordinatenachse (achsensymmetrisch):

$f(-x) = f(x)$ $\qquad$ weiterer HP (− 2 | 1)

der Graph von g ist symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs (punktsymmetrisch):

$f(-x) = -f(x)$ $\qquad$ weiterer Extrempunkt TP(−2 |− 1).

b) $h(x) = f(x) \cdot (g(x))^3$

Mögliche Punktsymmetrie ihres Graphen zum Ursprung:

$h(-x) = f(-x) \cdot (g(-x))^3 = f(x) \cdot (-g(x))^3 = -f(x) \cdot (g(x))^3 = -h(x)$

Der Graph von h ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

Aufgabe P3

$g(t) = 3t(t-1)(t-3)$, $0 \leq t \leq 4$, Gewinn pro Zeiteinheit

a) Der Gesamtgewinn entspricht der Fläche zwischen Graph und t-Achse, wobei die Fläche unterhalb der t-Achse einem Verlust entspricht.

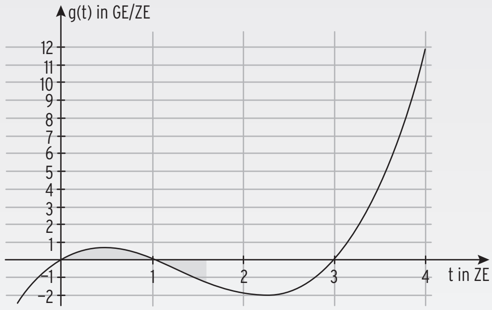
Gesamtgewinn ist bei t = 3 minimal.

Gesamtgewinn:

Skizze ergänzen

Die beiden Flächenstücke (auf $0 \leq t \leq 1{,}6$) haben etwa den gleichen Flächeninhalt.

Erstmalig ist der Gesamtgewinn bei $t \approx 1{,}6$ Null.



b) Verlust wird erzielt, wenn g(t) kleiner Null ist: $g(t) < 0$ für $t \in (1; 3)$

Term für den Gesamtverlust: $\int_1^3 g(t)dt$

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium
Lösungen Pflichtteil eA

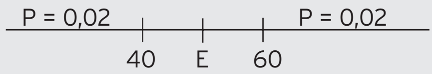
Aufgabe P4

a) Aus $E = \mu = n \cdot p = 50$ folgt $50 = 100p$ und damit $p = 0{,}5$
Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{100 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} = \sqrt{25} = 5$

b) $P(X \geq 61) = 2\,\% = 0{,}02$
$P(40 \leq X \leq 60) = 100\,\% - 2 \cdot 2\,\% = 96\,\% = 0{,}96$

(Binomialverteilt, symmetrisch zum Erwartungswert)

Hinweis:



Aufgabe P5

Rohstoffe R_1, R_2, R_3; Zwischenprodukte Z_1, Z_2, Z_3; Endprodukte E_1; E_2

a) $r_1 = 8$; $r_2 = 28$
Aus $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 12 & 4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 28 \\ r_3 \end{pmatrix}$ folgt: $4\,e_1 = 8 \Rightarrow e_1 = 2$
Einsetzen in $12\,e_1 + 4\,e_2 = 28$: $4\,e_2 = 28 - 12 \cdot 2 \Rightarrow e_2 = 1$

Einsetzen in $8e_1 + 12\,e_2 = r_3$ ergibt mit $e_2 = 1$: $16 + 12 \cdot 1 = 28 = r_3$

b) Mit $A_{RZ} \cdot B_{ZE} = C_{RE}$: $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 12 & 4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$ ergibt sich

$2a = 4 \Rightarrow a = 2$

$2b + 3 \cdot 2 = 12 \Rightarrow b = 3$

Auch direkt aus dem Diagramm (Abbildung 3) möglich.

Aufgabe P6

a) Mit Zeilensumme 1: $0{,}5 + 0{,}3 + b = 1$ folgt $b = 0{,}3$

Kundenzahl von C am nächsten Tag

von A: $1000 \cdot 0{,}2 = 200$ von B: $2000 \cdot 0{,}1 = 200$ von C: $7000 \cdot 0{,}6 = 4200$

Die Kundenzahl beträgt voraussichtlich 4 600.

b) Term Marktanteilentwicklung Discounter Alba: $0{,}5^n$

Kundenzahl Discounter Alba nach 3 Tagen: $1\,000 \cdot 0{,}5^3 = 1000 \cdot \frac{1}{8} = 125$

Die Kundenzahl beträgt voraussichtlich 125.

Zentralabitur 2021 Mathematik Berufliches Gymnasium

Lösungen Wahlteil eA Aufgabe 1A Seite 1/3

a) **Untersuchung der Vorgaben**

L1	L2
0,3	10,934
0,6	12,752
0,9	13,778
2	16

Aufstellen der Gesamtkostenfunktion mittels Regression

Ansatz: $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Regression (CubicReg) liefert: $K(x) = 2x^3 - 8x^2 + 12x + 8$

Aufstellen der Grenzkostenfunktion

$K'(x) = 6x^2 - 16x + 12$

Gesamtkostenanstieg – Obergrenze

Hinweis: Der Anstieg der Gesamtkosten wird durch die Grenzkostenfunktion beschrieben.

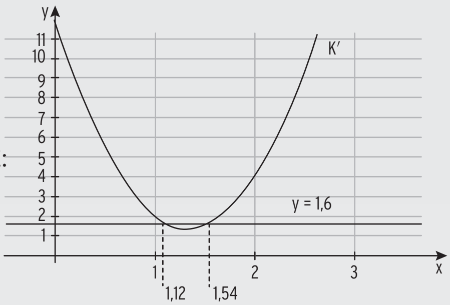
$K'(x) = 6x^2 - 16x + 12 \leq 1{,}6$

$x \geq 1{,}12$ und $x \leq 1{,}54$

Im Intervall [1,12 ; 1,54] ist der Anstieg

der Gesamtkosten kleiner oder gleich 1,6 GE/ME:

[1,12 ; 1,54] → [1 120 ; 1 540] (in Stück)



Fazit: Die Obergrenze der Controlling-Abteilung

1540) ist höher als die Zielvorgabe der Geschäftsleitung(1500).

Daraus ergibt sich, dass die Obergrenze der Produktion bei 1 500 Stück liegt.

Rückgang der Grenzkosten

Rückgang der Grenzkosten→ Steigung von K′: $K''(x) = 12x - 16$

$12x - 16 \geq -5{,}5 \quad \Rightarrow x \geq 0{,}875$ (Rückgang → negative Steigung von K′)

Berechnung mit GTR: $y_1 = 12x - 16$; $y_2 = -5{,}5$ intersect $x = 0{,}875$ linke Grenze

Tiefpunkt der Grenzkostenfunktion

$y_1 = K'(x)$ Minimum: T(1,333 | 1,33)

Der Rückgang der Grenzkosten ist in dem Intervall [875 ; 1 333] kleiner als 5,5 GE/ME^2.

Fazit: Die Controlling-Abteilung gibt als Mindestproduktionsmenge 875 Stück an,

die Grenze liegt unterhalb der Vorgabe der Geschäftsleitung (1000 Stück).

Handlungsempfehlung

Die Vorgaben der Geschäftsleitung liegen innerhalb der Empfehlungen der Controlling-Abteilung, deshalb sollten die Vorgaben der Geschäftsleitung umgesetzt werden.