

Richard
Schwitala

Grundkurs der Bankmathematik

Ein Kompendium mit Aufgaben



Merkur 
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Dipl.-Hdl. Willi Richard

Studiendirektor

Dipl.-Betriebswirt Hans Werner Schwitala

Studiendirektor

Fast alle in diesem Buch erwähnten Hard- und Softwarebezeichnungen sind eingetragene Warenzeichen.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 60a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

* * * * *

18. Auflage 2022

©2000 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:

MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de

lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 0067-18-DS

1 Dreisatz und Kettensatz

1.1 Einfacher Dreisatz

Die Dreisatzrechnung bildet die Grundlage für viele kaufmännische Rechengebiete (Prozentrechnung, Währungsrechnen, Kettensatz usw.). Die Lösung des Dreisatzes beginnt mit der Aufstellung des Ansatzes, der aus einem Angabesatz und einem Fragesatz besteht.

Im **Angabesatz** wird ein festes Zuordnungsverhältnis bzw. die Abhängigkeit zweier Größen dargestellt, z. B.

Menge/Stückzahl	–	Preis in EUR
Kapital in EUR	–	Zinsen in EUR
Anzahl der Mitarbeiter	–	Arbeitszeit in Stunden

Im **Fragesatz** wird nach einem neuen Zuordnungsverhältnis gesucht unter der Voraussetzung, dass sich eine Größe ändert, z. B.:

neue Menge/Stückzahl	–	neuer Preis in EUR?
neues Kapital in EUR	–	neuer Zinsbetrag in EUR?
neue Mitarbeiterzahl	–	neue Arbeitszeit in Stunden?

Beim **Dreisatz mit geradem Verhältnis** ändern sich die untersuchten Größen in gleicher Richtung, d. h., steigt der Wert der einen Größe, steigt auch der Wert der anderen Größe bzw. sinkt der Wert der einen Größe, sinkt auch der Wert der anderen Größe.

Beispiel:

Ein Kreditinstitut zahlte an 17 neu eingestellte Auszubildende insgesamt 13 600,00 EUR als Ausbildungsvergütung. Welcher Betrag ist im folgenden Monat aufzuwenden, wenn weitere 6 Auszubildende hinzukommen?

Ein **Dreisatz mit ungeradem Verhältnis** liegt vor, wenn sich die untersuchten Größen in verschiedene Richtungen entwickeln, d. h., steigt die eine Größe, verringert sich die andere Größe bzw. verringert sich die eine Größe, steigt die andere Größe.

Beispiel:

3 Angestellte benötigen für eine Sonderaufgabe 15 Tage. In welcher Zeit wird die gleiche Arbeit von 5 Angestellten durchgeführt?

Ansatz

17 Auszubildende – 13 600,00 EUR	Angabesatz	3 Angestellte – 15 Tage
23 Auszubildende – ? EUR	Fragesatz	5 Angestellte – ? Tage

Ansatz

Bei der Aufstellung des Ansatzes ist darauf zu achten, dass gleiche Bezeichnungen untereinander gesetzt werden und die gesuchte Größe am Ende des Fragesatzes steht.

Lösung:

Für 17 Auszubildende wendet man 13 600,00 EUR auf	1. Satz (alte Vielfalt)	3 Angestellte benötigen 15 Tage
Für 1 Auszubildenden benötigt man den 17. Teil $13600 : 17 = 800,00 \text{ EUR}$	2. Satz (Schluss über die Einheit):	1 Angestellter benötigt 3-mal so lange: $15 \cdot 3$

Für 23 Auszubildende braucht man 23-mal so viel wie für einen Auszubildenden: $800 \cdot 23 = 18\,400,00$ EUR.

$$\frac{13\,600 \cdot 23}{17} = 18\,400,00 \text{ EUR}$$

Die Ausbildungsvergütung für 23 Auszubildende beträgt 18 400,00 EUR

Gerades Verhältnis:
je mehr Auszubildende,
desto mehr EUR

**3. Satz
(neue Vielfalt)**

5 Angestellte benötigen den 5. Teil der Zeit eines Angestellten:

$$\frac{15 \cdot 3}{5} = 9$$

5 Angestellte benötigen 9 Tage

Ungerades Verhältnis:
je mehr Angestellte,
desto weniger Tage

- 101** Auf einen Devisenumsatz von 12 375,00 EUR entfallen 152,10 EUR Kursgewinn. Wie hoch ist der Gewinn bei 15 885,00 EUR Umsatz?
- 102** Die Kundenzahl einer Zweigstelle betrug in der Vergangenheit durchschnittlich 1 200 Kunden im Monat (bei 20 Arbeitstagen). Die anfallenden Arbeiten wurden von 4 Mitarbeitern bewältigt. Im Rahmen einer zweitägigen Sonderaktion – mit Präsentationen und Auslobung von Geschenken – werden für die Dauer der Aktion 90 Kunden zusätzlich erwartet. Wie viele Mitarbeiter müssen zusätzlich für diese Aktion in der Zweigstelle eingesetzt werden?
- 103** Zur Absicherung einer Kreditsumme muss ein Bankkunde Anleihen bester Bonität im Nennwert von 200 000,00 EUR zum Kurs von 100 % hinterlegen. Aufgrund von Bonitätsverschlechterung fällt der Kurs dieser Anleihe auf 80 %.
- Wie viel EUR nominal dieser Anleihe müssen jetzt zur Absicherung der unveränderten Kreditsumme hinterlegt werden?
- 104** Der Plan eines Kundenberaters sieht für den Vormittag 8 Kundengespräche mit einer durchschnittlichen Gesprächsdauer von 30 Minuten vor. Aus aktuellen Gründen müssen zwei weitere Kunden beraten werden.
- Um wie viele Minuten ändert sich die durchschnittliche Gesprächsdauer für diesen Vormittag?
- 105** Die Papierkosten einer Werbebroschüre zur Altersvorsorge sollen gesenkt werden. Bei 28 Zeilen je Seite hatte die Schrift einen Umfang von 18 Seiten.
- Auf welchen Umfang verringert sich die Schrift, wenn durch Veränderung des Inhalts und der Schriftgröße eine Seite künftig 36 Zeilen aufnimmt?
- 106** Ein Kapital bringt in 54 Tagen 983,25 EUR Zinsen. Wie viel Zinsen fallen insgesamt an, wenn das ursprüngliche Kapital erneut für 39 Tage zum gleichen Zinssatz angelegt wird?
- 107** Einem Kreditinstitut liegt ein Angebot zum Mieten eines Fotokopiergerätes vor. Danach werden vom Vermieter folgende Kosten berechnet:
- 2 000,00 EUR pro Jahr, unabhängig von der Anzahl der Kopien,
 - 3,00 EUR je 100 Kopien.
- a) Wie hoch sind die voraussichtlichen monatlichen Mietkosten, wenn jährlich 48 000 Kopien erstellt werden?
- b) Ermitteln Sie die Stückkosten je Kopie bei jährlich 48 000 erstellten Kopien!

- 108** Der Umbau einer Zweigstelle soll planmäßig von 8 Arbeitern in 20 Tagen erledigt werden. Danach soll Wiedereröffnung sein.
- Nachdem die Arbeiten halb fertig sind, werden zur Beschleunigung zusätzlich 2 Arbeiter eingestellt. Um wie viel Tage kann die Wiedereröffnung vorverlegt werden?
 - Wie viele Arbeiter hätte man nach 10 Tagen auf einen anderen Arbeitsplatz abstellen können, wenn die Wiedereröffnung erst 6 Tage später als geplant stattfinden kann?
- 109** Ein Kreditinstitut beabsichtigt, Geldautomaten aufzustellen. In der Planung geht man davon aus, dass die jährliche Nutzung bei 20000 Abhebungen liegt. Die Kosten werden pauschal – unabhängig von der Nutzungshäufigkeit – mit 4000,00 EUR pro Jahr kalkuliert.
- Mit welchen Kosten für eine einzelne Auszahlung rechnet das Kreditinstitut?
 - Aufgrund von Eingewöhnungsschwierigkeiten wurde das Gerät im ersten Jahr nur 16000-mal genutzt. Wie hoch waren die tatsächlichen Kosten je Auszahlung?

1.2 Zusammengesetzter Dreisatz

Beim zusammengesetzten Dreisatz ist eine gesuchte Größe unter Berücksichtigung mehrerer Zuordnungsverhältnisse zu ermitteln. Es handelt sich um eine Zusammenfassung einzelner Dreisätze, deren Verhältnisse gerade oder ungerade sein können.

Beispiel:

Für die vorbereitenden Arbeiten zum Weltspartag verwenden 7 Angestellte 3 Stunden ihrer Arbeitszeit an 8 Tagen des Monats für das Packen von 1590 Präsenten.

An wie viel Tagen müssen 6 Angestellte bei 2-stündiger Arbeit 1860 Präsenten packen?

Ansatz: 7 Angestellte – 3 Stunden – 1590 Stück – 8 Tage (Angabesatz)
 6 Angestellte – 2 Stunden – 1860 Stück – ? Tage (Fragersatz)

Lösung: Sie wird stufenweise aus dem Ansatz entwickelt, indem man den zusammengesetzten Dreisatz in mehrere einfache Dreisätze auflöst.

7 Angestellte	3 Stunden	1590 Stück	8 Tage	
6 Angestellte	2 Stunden	1860 Stück	? Tage	
①	7 Angestellte	6 Angestellte	8 Tage	$\frac{8 \cdot 7}{6}$
	3 Stunden	2 Stunden	8 Tage	$\frac{8 \cdot 7 \cdot 3}{6 \cdot 2}$
		1590 Stück	8 Tage	
		1860 Stück	? Tage	$\frac{8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 1860}{6 \cdot 2 \cdot 1590} = \underline{\underline{16,4 \text{ Tage}}}$

Erläuterungen:

- 7 Angestellte packen die Präsenten in 8 Tagen. Ein Angestellter benötigt 7-mal so viel Zeit. 6 Angestellte brauchen den sechsten Teil der Zeit, die ein Angestellter braucht.
- Bei 3-stündigem täglichem Arbeitsaufwand muss man an 8 Tagen arbeiten, bei 1-stündigem täglichem Arbeitsaufwand an $8 \cdot 3$ Tagen. Bei 2-stündiger Arbeit ist die Hälfte der Zeit notwendig.
- Bei 1590 Stück muss an 8 Tagen gearbeitet werden, bei einem Präsent am 1590sten Teil der Tage, bei 1860 Stück 1860-mal so viel wie beim Packen eines Präsenten.

Dreisatz**Beachten Sie:**

1. Mit dem Fragesatz beginnen! Frageglied an den Schluss!
2. Angabesatz über den Fragesatz. Gleiche Benennungen müssen übereinander stehen!
3. Schluss auf die Einheit!
(Je mehr – desto mehr – gerades Verhältnis,
je mehr – desto weniger – ungerades Verhältnis)
4. Lösung des Bruchsatzes (Kürzen)!

- 110** Der Vorrat einer Werbebroschüre zur „Nutzung der Kreditkarte“ von 7500 Exemplaren reichte in der Vergangenheit für 180 Tage. Das Kreditinstitut strebt an, die Kunden künftig per E-Mail zu unterrichten, um so den Formularverbrauch um 70 % zu senken.
Wie lange (in Tagen) reicht ein Vorrat von 1500 Exemplaren, wenn die erwartete Verbrauchsquote erreicht wird?
- 111** Daten von 600 000 Geschäftsfällen werden zur Datensicherung elektronisch auf 8 Festplatten gespeichert. Künftig erwartet man eine Zunahme der Geschäftsfälle um 200 000. Die alten Festplatten sollen durch technisch bessere ersetzt werden.
Wie viele Festplatten müsste man anschaffen, wenn diese eine 3-fach höhere Speicherdichte haben?
- 112** Ein Bankkunde erwartet aus einer Erbschaft 170 000,00 EUR. Er kann für diese Summe 5 000 Stück Automobilaktien zum Kurs von 34,00 EUR/Stück erwerben.
Wie viele Aktien dieser Gesellschaft kann er erwerben, wenn die Erbschaft 200 000,00 EUR beträgt und der Kurs der Automobil AG-Aktie auf 26,00 EUR/Stück fällt?
- 113** Im Tresor einer Bank sollen 432 Schließfächer eingebaut werden. Das einzelne Fach hat eine Höhe von 10 cm und eine Breite von 20 cm.
Wie viel Fächer können auf der gleichen Wandfläche untergebracht werden, wenn je Fach eine Höhe von 7 cm und eine Breite von 18 cm angesetzt werden?
- 114** Ein Schüler vergleicht das Leistungsangebot zweier Mobilfunkanbieter:
Angebot 1: 600 MB Internetnutzung, 150 Freiminuten in alle Netze,
120 SMS frei – Angebotspreis von 19,95 EUR
Angebot 2: 400 MB Internetnutzung, 200 Freiminuten in alle Netze,
150 SMS frei
Wie teuer dürfte das zweite Angebot sein, damit es rein rechnerisch – unabhängig vom Nutzungsverhalten – mit dem ersten Angebot vergleichbar ist?
- 115** Ein Kapital von 5640,00 EUR bringt in 60 Tagen bei einem bestimmten Zinssatz p.a. 23,75 EUR Zinsertrag.
Wie hoch wäre der Zinsertrag für ein Kapital von 3280,00 EUR in 90 Tagen bei gleichem Zinssatz?
- 116** Um termingerecht fertig zu werden, erledigen 8 Mitarbeiter einer Bank eine Sonderaufgabe bei achtstündiger Arbeitszeit in 28 Tagen. Nach 19 Tagen werden zwei Mitarbeiter krank. Die übrigen Mitarbeiter machen ab jetzt täglich 2 Überstunden.
a) Nach wie viel Tagen wird die Arbeit jetzt fertiggestellt?
b) Wie viele Überstunden hätten die verbleibenden Mitarbeiter leisten müssen, um den ursprünglichen Termin einzuhalten?

1.3 Kettensatz

Beim Kettensatz handelt es sich um eine Sonderform der Dreisatzrechnung. Kann ein Wert durch mehrere, aufeinanderfolgende Dreisätze ermittelt werden, ist es einfacher, die Lösung mithilfe des Kettensatzes zu erarbeiten, statt über die einzelnen Dreisätze. Voraussetzung ist, dass es sich jeweils um Dreisätze mit geradem Verhältnis handelt. Die aus den Dreisätzen stammenden Wertbeziehungen werden in einer bestimmten Reihenfolge untereinander geschrieben.

Beispiel:

Ein Amerikaner tauscht bei einem deutschen Kreditinstitut 4 000 US-\$ in Schweizer Franken um. Für die Umrechnung gelten folgende Kurse:

1 Euro – 1,0942 US-\$

1 Euro – 1,0089 sfr

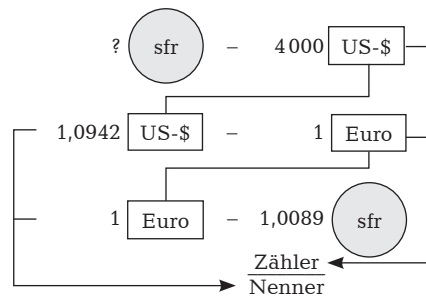
Wie viel sfr erhält der Kunde?

Lösungsweg:

- Man stellt zunächst die in der Aufgabe enthaltenen Wertbeziehungen zusammen:

$$1,0942 \text{ US-} \$ \cong 1 \text{ EUR}; 1,0089 \text{ sfr} \cong 1 \text{ EUR}$$

- Das Aufstellen der Kette beginnt mit dem Fragesatz als erstem Kettenglied. Die gesuchte Größe wird vorangestellt.
- Es folgen weitere Kettenglieder. Dabei beginnt das jeweilige Kettenglied mit der Bezeichnung, mit der das vorherige Kettenglied endete (=Verkettung).
- Das letzte Kettenglied muss die Bezeichnung tragen, nach der im Fragesatz gesucht wurde. Damit ist die Kette geschlossen.
- Man bildet einen Bruchstrich, indem die Werte der rechten Seite der Kette in den Zähler und die Werte der linken Seite der Kette in den Nenner gesetzt werden.



$$\frac{4000 \cdot 1 \cdot 1,0089}{1 \cdot 1,0942} = 3688,17_4$$

4 000 US-\$ entsprechen 3 688,17 sfr

Kettensatz

Beachten Sie:

- Wertgleichungen zusammenstellen!
- Mit dem Frageglied beginnen!
- Anschlussglied suchen! Es muss die gleiche Bezeichnung tragen, mit der das Frageglied schloss.
- Aufeinanderfolgende Bezeichnungen in der Kette müssen gleich sein!
- Die Kette ist geschlossen, wenn die Bezeichnung des Anfangsgliedes der des Endgliedes entspricht.

- 117** Eine Fabrik in der Schweiz hat nach den USA 240 Navigationsgeräte geliefert.
Über welchen \$-Betrag lautet die Rechnung für den Empfänger, wenn ein Gerät 196,00 sfr kostet? 1 USD = 1,0473 CHF
- 118** Der Erlös aus einem Export-Geschäft beträgt 25000,00 £. Der Exporteur wünscht die Umrechnung des Betrages in Schweizer Franken.
Wie viel sfr erhält er? Es gelten folgende Kurse:
1 Euro – 0,8292 £ 1 Euro – 1,1595 sfr
- 119** Wie hoch ist der Goldwert einer Medaille, deren Rohgewicht 40 g beträgt? Auf 1000 g Rohgewicht entfallen 900 g Feingewicht. Der Goldpreis ist mit 1750,00 \$ für eine Unze Feingold anzusetzen (1 Unze = 31,1 g). Euro/US-\$: 1,2565.
- 120** Ein Ölimporteur kauft eine Schiffsladung von 50000 Bruttoregistertonnen (BRT) Rohöl der Marke Brent zum Preis von 55,75 US-\$ (USD) je Barrel (bbl.). Der Gegenwert soll in britische £ (GBP) auf ein Konto in London überwiesen werden. Grundlagen dieses Geschäfts sind folgende Maße und Kurse:
- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| 1 Euro (EUR) | – 0,8151 £ (GBP) |
| 1 Euro (EUR) | – 1,1574 US-\$ (USD) |
| 1 Barrel (bbl. US) | – 0,1589873 m ³ |
| 1 Bruttoregistertonne (BRT) | – 2,831684 m ³ |
- Ermitteln Sie den Überweisungsbetrag in GBP!
- 121** Ein Kaffee-Importeur in Hamburg bezieht aus Brasilien 750 Sack Kaffee à 60 kg netto. Der Preis beträgt 455 US-\$ per 100 kg.
Welchen Wert in EUR hat die Sendung? (1 Euro/US-\$: 1,0999)
- 122** Eine Kundin, die einen 18-karätigen Goldschmuck besitzt, bittet Sie, den Goldwert des Schmuckes zu berechnen. Sein Rohgewicht ist 45,5 g. 24 Karat entsprechen 1000 Gewichtsteilen Feingold (= reines Gold). Für 0,2221 g Feingold muss 6,85 EUR gezahlt werden.

2 Prozentrechnung

Die Prozentrechnung findet im Wirtschaftsleben vielfältige Anwendung. Sie ermöglicht den Vergleich von rechnerischen Größen, indem sie diese auf die gemeinsame Maßstabszahl 100 bezieht. Damit wird eine gute Vergleichbarkeit und Übersicht erreicht.

Beispiel:

Die IHK wertet Prüfungsergebnisse aus. In der Branche A haben von 400 Prüflingen 360 bestanden. In der Branche B haben von 600 Prüflingen 24 nicht bestanden.

Wie hoch ist die Quote der bestandenen Prüflinge in den Branchen?

Vergleich der Prüfungen über die Bezugsgröße 100

Branche A	Branche B
Von 400 Prüflingen haben 360 bestanden.	Von 600 Prüflingen haben 576 bestanden.
<u>Von 100 Prüflingen haben ? bestanden.</u>	<u>Von 100 Prüflingen haben ? bestanden.</u>
$\frac{360 \cdot 100}{400} = 90$	$\frac{576 \cdot 100}{600} = 96$
Von 100 Prüflingen haben 90 bestanden.	Von 100 Prüflingen haben 96 bestanden.

Die Werte werden vergleichbar gemacht, indem man sie auf den Wert 100 bezieht (Prozent [%]).

Von 100 Prüflingen haben
90% bestanden.

Von 100 Prüflingen haben
96% bestanden.

Die Prozentzahlen geben ein klares Bild darüber ab, wie hoch der Anteil der nicht bestandenen Prüfungen ausgefallen war.

Bei der Prozentrechnung unterscheiden wir drei Größen:

– **Grundwert,** – **Prozentwert,** – **Prozentsatz.**

Zur Errechnung einer fehlenden Größe müssen die beiden anderen gegeben sein.

2.1 Berechnung des Prozentwertes

Wenn der Prozentwert errechnet werden soll, müssen Grundwert und Prozentsatz gegeben sein. Der Grundwert ist 100%.

$$1\% = \frac{1}{100} \text{ des Grundwertes.}$$

Wenn 3% von 2 300,00 EUR gesucht sind, ist zu rechnen:

$$1\% \cong \frac{2\,300}{100} = 23,00 \text{ EUR}$$

$$3\% \cong 3 \cdot \frac{2\,300}{100} = 69,00 \text{ EUR (Prozentwert)}$$

Bei Lösung mit dem Dreisatz erhalten wir:

$$\begin{array}{l} 100\% - 2300,00 \text{ EUR} \\ 3\% - \quad \quad \quad ? \text{ EUR} \end{array} \quad \frac{2300 \cdot 3}{100} = 69,00 \text{ EUR (Prozentwert)}$$

In einer allgemeinen Formel ausgedrückt, ergibt sich:

$$\text{Prozentwert} = \frac{\text{Grundwert} \cdot \text{\%-Satz}}{100}$$

Bei der **Promillerechnung** kann man die Regeln der Prozentrechnung anwenden.

Zu beachten ist:

1 ‰ (‰-Satz) bedeutet $\frac{1}{1000}$ des Grundwertes.

Die Formel für die Ermittlung des Promillewertes lautet demnach:

$$\text{Promillewert} = \frac{\text{Grundwert} \cdot \text{\‰-Satz}}{1000}$$

- 201** a) 7% von 18400,00 EUR d) 8,6% von 814,00 EUR
 b) 89% von 7860,00 EUR e) $7\frac{1}{2}\%$ von 1960,00 EUR
 c) 0,3% von 8016,00 EUR f) 12% von 316,00 EUR
- 202** Ein Bankbetrieb hatte folgende Goldumsätze:
 I. Quartal 5 622,74 EUR III. Quartal 4 982,70 EUR
 II. Quartal 3 822,66 EUR IV. Quartal 6 844,20 EUR
- Der Umsatz im ersten Halbjahr des folgenden Jahres ist um $4\frac{1}{2}\%$ gestiegen. Für das zweite Halbjahr wird eine Umsatzsteigerung um $3\frac{1}{3}\%$ erwartet.
- a) Wie hoch ist der voraussichtliche Jahresumsatz?
 b) Welchen Jahresgewinn kann die Bank erwarten, wenn sie für die Monate Januar bis September (einschließlich) mit einem Verkaufsgewinn von $5\frac{1}{4}\%$, danach wegen erhöhter Nachfrage mit $6\frac{2}{3}\%$ rechnet?
- 203** Einem Kreditsuchenden wird von zwei Maklern ein Angebot unterbreitet. Der erste Makler verlangt für eine Vermittlung 2% Provision auf den Kreditbetrag von 3000,00 EUR; der zweite Makler verlangt 10‰ Provision nebst 15,00 EUR Auslagen.
- a) Rechnen Sie die Höhe der jeweils verlangten Provision aus!
 b) Drücken Sie den ‰-Satz in einem %-Satz aus!
- 204** Wie viel EUR werden dem Schuldner zur Verfügung gestellt, wenn ein Darlehen von 40000,00 EUR zu
- a) $99\frac{1}{4}\%$,
 b) $98\frac{7}{8}\%$,
 c) $97\frac{3}{8}\%$
 ausgezahlt wird?

- 205** Ein Kunde erwarb nominal 52 000,00 EUR einer Bundesanleihe zum Kurs von 95 %, die er nach mehreren Jahren zum Kurs von 107 % verkaufte.
Wie hoch war der Kursgewinn in EUR und %?
- 206** Die Eigentümer eines selbst genutzten Eigenheimes wollen die Festsetzung der Grundsteuer durch ihre Gemeinde prüfen. Für ihre Immobilie wurde vom Finanzamt ein Einheitswert von 95 000,00 EUR festgestellt, der als Grundlage für die Berechnung der Grundsteuer dient.
Mithilfe der Besteuerungsgrundlage und der sog. Steuermesszahl wird je nach Grundstücksart und Bundesland der Steuermessbetrag ermittelt, auf den dann zur endgültigen Steuerfestsetzung ein Hebesatz (je nach Gemeinde unterschiedlich) anzuwenden ist. Für diese Gemeinde gilt eine Steuermesszahl von 3,5 ‰ und ein Hebesatz von 508 %.
Wie hoch ist für die oben genannte Immobilie die Jahresgrundsteuer?
- 207** Warenwertpapiere werden von Kreditinstituten (Importfinanzierung) in unterschiedlicher Höhe beliehen. Welchen Beleihungswert hat eine Warenlieferung über 110 226,70 EUR bei einem Beleihungssatz von 90 %? (Abrundung auf glatte 100,00 EUR)
- 208** Die Vorschriften einer Bank sehen vor, dass bestimmte Kredite – mit einem entsprechenden Rating – mit 40 % Eigenkapital der Bank unterlegt werden müssen (d. h. 40 % der Kreditsumme am Kreditvolumen müssen Eigenkapital der Bank sein). Bei einer solchen Quote wäre ein Gesamtkreditvolumen von 55 Mio. EUR möglich.
- Ermitteln Sie die Höhe des notwendigen Eigenkapitals der Bank an diesem Kreditvolumen!
 - Wie viel Eigenkapital wird benötigt, wenn die Eigenkapitalunterlegung für dieses Kreditvolumen auf 45 % steigt?
 - Bis zu welcher Höhe müsste das Kreditvolumen zurückgeführt werden, wenn eine Eigenkapitalerhöhung der Bank nicht möglich ist?
(Ergebnisse in Mio. EUR auf eine Nachkommastelle)

2.2 Berechnung des Prozentsatzes

Wenn der Prozentsatz ermittelt werden soll, müssen Grundwert und Prozentwert gegeben sein.

Der Prozentwert wird dann durch 1 % des Grundwertes geteilt. Man stellt durch das Teilen fest, wie oft der Wert für 1 % im gegebenen Prozentwert enthalten ist. Das Ergebnis ist der gesuchte Prozentsatz.

In der Formel ausgedrückt, ergibt sich:

$$\boxed{\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Prozentwert}}{1\% \text{ des Grundwertes}}} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Prozentwert} \cdot 100}{\text{Grundwert}}}$$

Beispiel:

Von den Gesamtkosten eines Betriebes in Höhe von 520 000,00 EUR entfallen 35 000,00 EUR auf die Werbung.

Wie viel Prozent betragen die Werbekosten?

$$\frac{35\,000}{520\,000} = \underline{6,7\%}$$

Bei Lösung mit dem Dreisatz rechnet man:

$$\begin{array}{l} 520\,000,00 \text{ EUR} - 100\% \\ 35\,000,00 \text{ EUR} - ?\% \end{array} \quad \frac{35\,000 \cdot 100}{520\,000} = \underline{6,7\%}$$

- 209** Die Spareinlagen eines Kreditinstitutes betragen 58,6 Millionen EUR, der Zugang belief sich auf 7,2 Millionen EUR.
Wie viel % betrug die Erhöhung?
- 210** Auf einem Grundstück im Werte von 132 000,00 EUR ruhen eine I. Hypothek von 45 000,00 EUR und eine II. Hypothek von 55 000,00 EUR.
Berechnen Sie die prozentuale Belastung a) im Einzelnen, b) im Ganzen!
- 211** Ein Grundstück im Werte von 175 000,00 EUR ist mit einer I. Hypothek von 60 000,00 EUR belastet. Es wird eine II. Hypothek beantragt. Sie wird im Rahmen einer 75-prozentigen Gesamtbelastung bewilligt.
Über welchen Betrag lautet sie? Wie viel % des Grundstückswertes beträgt sie?
- 212** Wertpapiere im Nennwert von 7 000,00 EUR wurden für 6 800,00 EUR erstanden. Wie viel % des Nennwertes betrug der Kaufpreis?
- 213** Beim Kauf von Wertpapieren werden einem Kunden auf 6 380,00 EUR Kurswert 82,95 EUR an Kosten in Rechnung gestellt.
Wie viel % des Kurswertes betragen die Kosten?
- 214** Beim Kauf eines bebauten Grundstücks im Werte von 125 000,00 EUR musste der Käufer 14 375,00 EUR für Steuern und Gebühren zusätzlich bezahlen.
Um wie viel % erhöhte sich hierdurch der Kaufpreis?
- 215** Für die Preiskalkulation eines endfälligen Investitionsdarlehens i. H. v. 200 000,00 EUR, Laufzeit 2 Jahre, ergeben sich Betriebskosten in Höhe von 500,00 EUR für die gesamte Laufzeit.
Ermitteln Sie die Betriebskosten
a) in Prozent,
b) in Prozent pro Jahr (= als Zinssatz).

2.3 Berechnung des Grundwertes

Wenn der Prozentwert und der Prozentsatz gegeben sind und der Grundwert errechnet werden soll, ermittelt man zunächst den Wert für 1% und erhält dann durch Multiplikation mit 100 den Grundwert.

Beispiel:

7%	=	28,00 EUR
1%	=	4,00 EUR
100%	=	400,00 EUR

Für diese Rechnung kann man auch folgende Formel benutzen:

$$\text{Grundwert} = \frac{\text{Prozentwert} \cdot 100}{\text{Prozentsatz}}$$

Die Rechnung vereinfacht sich, wenn der gegebene Prozentsatz ein bequemer Teiler von Hundert ist.

Beispiel:

Der Anteil an einem Kapitalbetrag (Grundwert) beträgt bei einem Prozentsatz von 20% 962,00 EUR (Prozentwert).

Wie hoch ist das Kapital (Grundwert)?

Lösungsweg 1 (Formel):

$$\text{Grundwert} = \frac{962,00 \cdot 100}{20} = \underline{4810,00 \text{ EUR}}$$

Lösungsweg 2 (Prozentsatz ist bequemer Teiler):

20% sind 1/5 des Grundwertes. Der Grundwert ist also 5-mal so hoch wie der Prozentwert.

$$5 \cdot 962,00 = \underline{4810,00 \text{ EUR}}$$

- 216** Wie hoch ist der gewährte Kredit, wenn $1\frac{1}{2}\%$ Provision 600,00 EUR betragen?
- 217** Welchem Umsatz entspricht eine Umsatzprovision von $\frac{1}{8}\%$ = 75,75 EUR?
- 218** Ein Geschäftshaus ist mit einer Jahresprämie von 720,00 EUR = 1,2‰ gegen Feuer versichert. Wie hoch ist der Gebäudewert?
- 219** Ein Kredit von 66 000,00 EUR ist durch Wertpapiere gedeckt, die zu 75 % beliehen wurden. Welchen Wert haben die Papiere?
- 220** In einer Wertpapierabrechnung stellte ein Kreditinstitut seinem Kunden in Rechnung: 0,6‰ Fremde Kosten vom Kurswert, 1 % Provision, ebenfalls vom Kurswert. Dem Kunden wurden insgesamt 55,12 EUR berechnet.
- Kurswert?
 - Belastung des Kunden bei einem Kauf?
 - Gutschrift für den Kunden bei einem Verkauf?
- (Beachte: Kosten erhöhen den Kaufpreis, vermindern hingegen den Erlös)
- 221** Einem Kunden werden für einen Privatkredit 0,35 % Zinsen je Monat berechnet. Der Kredit hat eine Laufzeit von 12 Monaten. Die Kostenbelastung beträgt insgesamt 85,00 EUR. Wie hoch ist der Kredit?
- 222** Die Personalkosten eines Betriebes sind um 4 % = 9623,00 EUR gestiegen.
- Wie hoch waren sie vor der Steigerung?
 - Wie hoch sind sie jetzt?

2.4 Der um den Prozentwert verminderte/vermehrte Wert ist gegeben (Prozente im Hundert/Prozente auf Hundert)

Es kommt vor, dass zur Errechnung des Grundwertes ein Wert gegeben ist, der um den Betrag des angegebenen Prozentsatzes vermindert/vermehrt ist.

Der um den Prozentwert vermehrte Wert ist gegeben (Prozente auf Hundert)	Der um den Prozentwert verminderte Wert ist gegeben (Prozente im Hundert)																		
<p>Beispiel: Die Privatbank erteilt einem Kunden für an ihn verkaufte Devisen eine Abrechnung über 1725,50 EUR einschließlich 1,5% Provision. Errechnen Sie den EUR-Gegenwert der Devisen!</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Devisenbetrag</td> <td>100%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>+ Provision</td> <td>1,5%</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;">Belastung</td> <td style="border-top: 1px solid black;">101,5%</td> <td style="border-top: 1px solid black;">= 1725,50 EUR</td> </tr> </table> <p>Der Dreisatz für die Lösung lautet: $101,5\% - 1725,50 \text{ EUR}$ $100\% - ? \text{ EUR}$ $\frac{1725,50 \cdot 100}{101,5} = 1700,00 \text{ EUR}$ Die abgewandelte Grundformel lautet:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\text{Grundwert} = \frac{\text{vermehrter Wert} \cdot 100}{100 + \% \text{-Satz}}$ </div> <p>(Anmerkung: Gesucht werden kann auch der Betrag, um den der Grundwert vermehrt ist. Der Fragesatz des obigen Dreisatzes würde dann lauten: 1,5% - ? EUR. Das Ergebnis ist vom vermehrten Wert abzuziehen: 1725,50 EUR - 25,50 EUR = 1700,00 EUR.)</p>	Devisenbetrag	100%		+ Provision	1,5%		Belastung	101,5%	= 1725,50 EUR	<p>Beispiel: Ein Darlehen wird nach Abzug eines Disagios von 3% mit 776,00 EUR ausbezahlt. Wie hoch ist das gewährte Darlehen?</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Gewährtes Darlehen</td> <td>100%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>- Disagio</td> <td>3%</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;">Auszahlung</td> <td style="border-top: 1px solid black;">97%</td> <td style="border-top: 1px solid black;">= 776,00 EUR</td> </tr> </table> <p>Der Dreisatz für die Lösung lautet: $97\% - 776,00 \text{ EUR}$ $100\% - ? \text{ EUR}$ $\frac{776,00 \cdot 100}{97} = 800,00 \text{ EUR}$ Die abgewandelte Grundformel lautet:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\text{Grundwert} = \frac{\text{verminderter Wert} \cdot 100}{100 - \% \text{-Satz}}$ </div> <p>(Anmerkung: Gesucht werden kann auch der Betrag, um den der Grundwert vermindert ist. Der Fragesatz des obigen Dreisatzes würde dann lauten: 3% - ? EUR. Das Ergebnis ist dem verminderten Wert hinzuzurechnen: 776,00 EUR + 24,00 EUR = 800,00 EUR.)</p>	Gewährtes Darlehen	100%		- Disagio	3%		Auszahlung	97%	= 776,00 EUR
Devisenbetrag	100%																		
+ Provision	1,5%																		
Belastung	101,5%	= 1725,50 EUR																	
Gewährtes Darlehen	100%																		
- Disagio	3%																		
Auszahlung	97%	= 776,00 EUR																	

Zu beachten ist, dass die Lösung vereinfacht werden kann, wenn der Prozentsatz der Verminderung/Vermehrung ein glatter Teiler von Hundert ist.

<p>Beispiel: Der Preis für eine Goldmünze erhöhte sich um 10%. Er beträgt jetzt 600,60 EUR. Wie hoch war er vor der Erhöhung?</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>alter Preis</td> <td>100%</td> <td>$\frac{10}{10}$ (des GW)¹</td> </tr> <tr> <td>+ Steigerung</td> <td>10%</td> <td>$\frac{1}{10}$ (des GW)</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;">jetziger Verkaufpreis</td> <td style="border-top: 1px solid black;">110% - 600,60 EUR</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$\frac{11}{10}$ (des GW)</td> </tr> </table> <p>$600,60 \text{ EUR} : 11 = 54,6$; $54,6 \cdot 10 = \underline{\underline{546,00 \text{ EUR}}}$</p>	alter Preis	100%	$\frac{10}{10}$ (des GW) ¹	+ Steigerung	10%	$\frac{1}{10}$ (des GW)	jetziger Verkaufpreis	110% - 600,60 EUR	$\frac{11}{10}$ (des GW)	<p>Beispiel: Die Bank kauft Computer, für die sie nach Abzug von 25% Rabatt 5700,00 EUR an den Lieferanten überweist. Wie hoch war der Rechnungspreis der Computer?</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Rechnungspreis</td> <td>100%</td> <td>$\frac{4}{4}$ (des GW)¹</td> </tr> <tr> <td>- Rabatt</td> <td>25%</td> <td>$\frac{1}{4}$ (des GW)</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;">Zahlung</td> <td style="border-top: 1px solid black;">75% 5700,00 EUR</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$\frac{3}{4}$ (des GW)</td> </tr> </table> <p>$5700,00 \text{ EUR} : 3 = 1900$; $1900 \cdot 4 = \underline{\underline{7600,00 \text{ EUR}}}$</p>	Rechnungspreis	100%	$\frac{4}{4}$ (des GW) ¹	- Rabatt	25%	$\frac{1}{4}$ (des GW)	Zahlung	75% 5700,00 EUR	$\frac{3}{4}$ (des GW)
alter Preis	100%	$\frac{10}{10}$ (des GW) ¹																	
+ Steigerung	10%	$\frac{1}{10}$ (des GW)																	
jetziger Verkaufpreis	110% - 600,60 EUR	$\frac{11}{10}$ (des GW)																	
Rechnungspreis	100%	$\frac{4}{4}$ (des GW) ¹																	
- Rabatt	25%	$\frac{1}{4}$ (des GW)																	
Zahlung	75% 5700,00 EUR	$\frac{3}{4}$ (des GW)																	

¹ GW = Grundwert.

- 223** Ein Wertpapierverkauf ergab einen Reinerlös, der mit 28050,00 EUR um 15% unter dem Kaufpreis lag.
Wie hoch war dieser und wie hoch war der Verlust?
- 224** Eine Bank zahlte 6740,48 EUR Überstundenvergütungen zum Jahresabschluss an ihre Angestellten. Darin sind durchschnittlich 28% für Überstundenzuschläge enthalten.
Wie hoch ist die Mehrleistung durch die Zuschläge?
- 225** Für ein Bauvorhaben ließ sich die Bank einen Kostenvoranschlag anfertigen. In der endgültigen Abrechnung ist ein Teuerungszuschlag von $8\frac{1}{3}\%$ eingerechnet. Der Rechnungsbetrag ist 13354,25 EUR.
Wie lautete der Kostenvoranschlag?
- 226** Von den Baukosten eines Mehrfamilienhauses wurden jährlich 5% linear abgeschrieben. Nach 7 Jahren steht das Haus noch mit 1092000,00 EUR zu Buche.
Wie hoch war der Neuwert?
- 227** In einem Insolvenzverfahren wurden die Gläubiger mit 68% ihrer Forderungen abgefunden.
- | | |
|---------------------|--------------|
| Gläubiger A erhielt | 24344,00 EUR |
| Gläubiger B erhielt | 33116,00 EUR |
| Gläubiger C erhielt | 10540,00 EUR |
- Wie hoch waren die ursprünglichen Forderungen?
- 228** Für eine Lieferung Büropapier überweist ein Kreditinstitut 2426,77 EUR an die Papierhandlung. Nacheinander wurden 5% Mengenrabatt und $2\frac{1}{2}\%$ Skonto abgezogen.
Wie hoch war der Rechnungsbetrag?
- 229** Die Wertpapiererträge im laufenden Jahr sind um $13\frac{2}{3}\%$ zurückgegangen und betragen jetzt 78323,59 EUR.
Wie hoch waren sie am Ende des vorhergehenden Jahres?
- 230** Eine Kapitalanlage, die vom 15. März bis zum 15. Juni zu 1,5% p.a. angelegt war, wurde bei Fälligkeit einschließlich der Zinsen mit 12566,95 EUR zurückgezahlt.
Wie viel EUR an Zinsen sind im Rückzahlungsbetrag enthalten?
- 231** Von unserer Korrespondenzbank in London erhalten wir eine Belastung für aufgenommene Dokumente über 9672,00 EUR. Die englische Bank hat $\frac{3}{4}\%$ Gebühren eingerechnet.
Wie viel EUR beträgt der Dokumenten-Gegenwert?

2.5 Wiederholungsaufgaben

- 232** Setzen Sie den Einlagenbestand des 1. Jahres = 100% und errechnen Sie die prozentualen Werte der folgenden Jahre!
- | | | | |
|---------|----------------|---------|----------------|
| 1. Jahr | 85,2 Mio. EUR | 4. Jahr | 124,0 Mio. EUR |
| 2. Jahr | 95,6 Mio. EUR | 5. Jahr | 133,8 Mio. EUR |
| 3. Jahr | 109,2 Mio. EUR | 6. Jahr | 151,5 Mio. EUR |
- Stellen Sie die Steigerung auch grafisch dar (Kurve bzw. Säulen)!

- 233** Die Bilanzsumme ist gegenüber dem Vorjahr um 8,25 % auf 182 119 800,00 EUR gestiegen. Wie hoch war sie vorher?
- 234** Der Kassenbestand liegt mit 564 012,30 EUR um 13 % unter dem des Vortages. Wie hoch war dieser?
- 235** Die Bilanz eines Kreditinstitutes weist folgende Posten – in Millionen EUR – aus:

Aktiva		Passiva	
flüssige Mittel	800	Einlagen	5 700
Nostrguthaben	180	Nostroverpflichtungen	40
Wechsel und Schecks	1 500	langfristige Darlehen	170
Schatzwechsel	600	Aktienkapital	180
Wertpapiere	1 025	Rücklagen	170
Debitoren	1 930	Rückstellungen	205
bebaute Grundstücke	100	sonstige Passiva	10
sonstige Aktiva	365	Reingewinn	25
	<u>6 500</u>		<u>6 500</u>

- a) Wie viel % der Einlagen werden durch flüssige Mittel gedeckt?
- b) Wie viel % der Einlagen machen die Debitoren aus?
- c) Berechnen Sie den prozentualen Anteil der eigenen Mittel (Aktienkapital, Rücklagen, Gewinn) an der Bilanzsumme!
- d) Wie viel % des Aktienkapitals betragen die Rücklagen?
- 236** Eine Aktiengesellschaft erzielte einen Ertrag von 4 500 000 EUR. Sie hat ein Aktienkapital von 30 000 000 EUR (22 000 000 EUR Stammaktien, 8 000 000 EUR Vorzugsaktien). Auf die Vorzugsaktien entfallen 1 280 000 EUR des Ertrages.
- a) Wie viel % des Ertrages entfallen auf die Vorzugsaktien?
- b) Wie viel % erhalten die Stammaktionäre für ihr Kapital?
- 237** Eine Dividendengutschrift belief sich nach Abzug von 25 % Abgeltungsteuer und 5,5 % Solidaritätszuschlag auf 1 178,00 EUR.
- a) Wie hoch ist die Bardividende?
- b) Zu wie viel Prozent hat sich das eingesetzte Kapital verzinst, wenn der Kurswert der Wertpapiere beim Kauf 29 450,00 EUR betrug?
- 238** Ein Kreditinstitut erhöht im Geschäftsjahr die Rücklagen:

	31. 12. Vorjahr	31. 12. lfd. Jahr
Rücklagen	200 Mio. EUR	250 Mio. EUR

Um wie viel Prozent haben sich die Rücklagen im laufenden Geschäftsjahr erhöht?

- 239** Ein Kreditinstitut berechnet bei Wertpapiergeschäften eine Provision von 0,8 % vom Kurswert, mind. 30,00 EUR. Ein Kunde möchte Aktien dieser Gesellschaft kaufen, der Kurs beträgt 26,80 EUR/Stück.
- a) Ermitteln Sie die Provision beim Kauf von 500 Aktien!
- b) Wie hoch ist die Provisionsbelastung in EUR und % beim Kauf von 20 Aktien?
- c) Wie viele Aktien müssten erworben werden, um die überproportionale Belastung mit Mindestprovision zu vermeiden?

240 Kunden vergleichen die Angebote zweier Möbelhändler für ein identisches Produkt.

Angebot Händler 1: 1 500,00 EUR Rechnungsbetrag
10% Rabatt vom Rechnungsbetrag
80,00 EUR Frachtkosten

Angebot Händler 2: 1 500,00 EUR Rechnungsbetrag
5% Rabatt vom Rechnungsbetrag
Frachtkosten inklusiv

Ermitteln Sie, welches Angebot günstiger ist!

241 Die „Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen“ veröffentlichte folgende Bilanz- und Kennzahlen (Auszug).

a) Errechnen Sie die in der Tabelle fehlenden Zahlen (Spalte 1 und 2)!

b) Wie hoch waren Bilanzsumme und Wechselbestand im Jahre „0“?

Bilanz- und Kennzahlen	1. Jahr	2. Jahr	Zunahme im	
			1. Jahr	2. Jahr
	- in Mill. EUR -		- in % -	
Kredite an Kunden	5907,83	6441,41	8,0	9,0
Wechselkredite	62,57	73,82	24,2	18,0
Wechselbestand	12,29	16,03	116,6	30,4
Indossamente	50,27	57,79	12,5	14,9
Kundenforderungen	5723,99	6205,20	7,4	8,4
kurz- und mittelfristige	1008,73	1245,64	27,4	23,5
langfristige Ausleihungen	4715,26	4959,56	3,9	5,2
Avale	121,28	162,39	35,3	33,9
Einlagen von Kunden	5984,47	-	- 0,2	- 0,9
Forderungen an Banken	-	648,71	-12,5	30,2
Einlagen von Banken	1440,39	-	44,6	22,1
Schuldverschreib. im Umlauf	727,36	946,62	2,7	30,1
Sonstige aufgen. Gelder	4,75	6,25	-50,8	31,6
Barreserve	-	189,68	36,2	-54,3
in % der Gesamteinlagen	5,60	-	-	-
Gesamtliquidität	2432,48	2267,09	- 0,4	- 6,8
in % der Gesamteinlagen	32,76	29,48	-	-
Eigenkapital	266,00	283,40	6,4	6,5
Genussrechte	-	-	-	-
offene Rücklagen	266,00	283,40	6,4	6,5
in % der Bilanzsumme	3,04	3,06	-	-
Bilanzsumme	8738,55	9246,41	5,5	5,8

242 Ein Kreditinstitut erwirbt eine Computeranlage für die Zahlungsverkehrsabteilung:

Listenpreis 3 850 000,00 EUR

Umsatzsteuer 19%

Der Hersteller gewährt einen Rabatt von 10%.

a) Erstellen Sie die Rechnung!

b) Die Bank überweist die Rechnung unter Abzug von 3% Skonto. Ermitteln Sie den Überweisungsbetrag!

3 Zinsrechnung

3.1 Berechnung der Zinsen

Die Zinsrechnung baut auf der Prozentrechnung auf, berücksichtigt aber außerdem noch den Faktor „Zeit“. In der Zinsrechnung verwenden wir jedoch andere Bezeichnungen als in der Prozentrechnung:

Prozentrechnung	Zinsrechnung
Grundwert _____	Kapital (K)
Prozentsatz _____	Zinssatz/Zinsfuß (p)
Prozentwert _____	Zinsen (Z)
_____	Zeit (J = Anzahl der Jahre
	M = Anzahl der Monate
	t = Anzahl der Tage)

Zinssätze beziehen sich immer auf ein Jahr (falls keine anderen Angaben gemacht werden).¹ In Erweiterung der Formel für den Prozentwert ergibt sich eine allgemeine Zinsformel:

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot \text{Zeit} \quad \text{oder} \quad Z = \frac{K \cdot p \cdot \text{Zeit}}{100}$$

Zinsen aus Kapitalforderungen unterliegen einer Abgeltungsteuer in Höhe von 25%, einem darauf bezogenen Solidaritätszuschlag (Soli) von 5,5% und ggf. 8% bzw. 9% Kirchensteuer. Dies bedeutet für Kreditinstitute, dass sie bestimmte Zinsverpflichtungen ihren Kunden gegenüber nur unter Abzug von Abgeltungsteuer, Solidaritätszuschlag und ggf. Kirchensteuer leisten können (s. Kap. 3.6).

In den Darstellungen und Aufgaben des Kapitels 3 bleibt diese Steuer unberücksichtigt. Es werden lediglich Zinsen berechnet.

Beispiel:

Eine Sparkasse zahlt einem Kunden auf sein Sparguthaben von 7 500,00 EUR 3,5 % p. a. Zinsen für ein Jahr.

$$Z = \frac{7\,500 \cdot 3,5 \cdot 1 \text{ (Jahr)}}{100} = 262,50 \text{ EUR}$$

Beachte: Wenn die Zinsen für mehrere Jahre ermittelt werden sollen, multipliziert man das Ergebnis eines Jahres mit der Anzahl der Jahre.

$$\text{Jahreszinsformel: } Z = \frac{K \cdot p \cdot J}{100}$$

In der Bankpraxis werden am häufigsten Tageszinsen berechnet. Da unter Kaufleuten das Jahr mit 360 Tagen gerechnet wird (12 Monate à 30 Tage), erhält man Zinsen für einen Tag, indem die Jahreszinsen durch 360 dividiert werden. Sollen nun Zinsen für mehrere Tage berechnet werden, multipliziert man dieses Ergebnis mit der genauen Anzahl der Tage. Daraus ergibt sich die **Tageszinsformel**:

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

¹ Der häufig benutzte Zusatz p. a. (pro anno = für ein Jahr) bezieht sich ebenfalls auf den Zeitraum eines Jahres.

Beispiel:

Ein Kreditinstitut gewährt einem Kunden einen Kredit über 45 000,00 EUR für 115 Tage. Es berechnet einen Zins von 8% p. a.

$$Z = \frac{45\,000 \cdot 8 \cdot 115}{100 \cdot 360} = 1\,150,00 \text{ EUR}$$

Der Kunde zahlt für diesen Kredit 1 150,00 EUR Zinsen.

Berechnung der Zinstage aus den angegebenen Daten¹

Der Zeitraum, für den Zinsen gerechnet werden, wird durch die Zinstage angegeben. Er ergibt sich aus der Differenz zweier Daten, die den Beginn und das Ende der Verzinsung angeben. Dafür werden die zu verzinsenden Beträge (Gutschriften, Belastungen, Salden) neben dem Buchungsdatum mit einem **Wertstellungsdatum** (auch **Wert** oder **Valuta** genannt) versehen. Für die Ermittlung der Zinstage und für die Zinsberechnung ist das Wertstellungsdatum entscheidend. Verzinst sich z. B. ein Kapital mit Wert 5. Nov. bis Wert 10. Nov., werden für 5 Tage Zinsen gerechnet. Dabei wird das erste Wertstellungsdatum nicht mitgezählt, das zweite Wertstellungsdatum mitgezählt.

Wert 05. 11.	= 5 Zinstage	Wert 10. 11.
-----------------	--------------	-----------------

gezählt: 06. 11. (einschl.), 07. 11., 08. 11., 09. 11., 10. 11. (einschl.) = 5 Tage

Die Berechnung der Zinstage nach Daten erfolgt durch Auszählen oder mittels der in den folgenden Beispielen dargestellten schriftlichen Methode:

<p>Beispiel 1: Zinstage vom 05. 07.–29. 11.</p> <pre style="margin-left: 20px;"> 29. 11. - 05. 07. ----- 24 4 Monate = 120 Tage + 24 Tage ----- 144 Tage </pre>	<p>Beispiel 2: Zinstage vom 11. 07.–04. 11.</p> <pre style="margin-left: 20px;"> 04. 11. - 11. 07. ----- 7 4 Monate = 120 Tage - 7 Tage ----- 113 Tage </pre>
--	--

Je nach Geldanlage, Konto- oder Wertpapierart bzw. Länder-Usancen werden bei der Berechnung der Zinstage unterschiedliche Methoden angewendet.

Tageberechnung

30/360	act/act	act/360
Jahr 360 Tage, Monate 30 Tage	Jahr 365 (366) Tage, Monate genau (28, 29, 30 oder 31 Tage)	Jahr 360 Tage, Monate genau
„Kaufmännische Zinsrechnung“ (Deutschland)	„Englische Zinsrechnung“	Eurozinsmethode „Französische Zinsrechnung“
Beispiele: Kaufleute/Kontostaffeln u. a.	Beispiele: unter Privatleuten/Bundesanleihen – mit festem Zins – u. a.	Beispiele: Bundesanleihen mit variablem Zins/U-Schätze u. a.

¹ Einzelheiten zu den gebräuchlichen Valutierungsregeln siehe S. 50.

302 Wie viel Zinsen bringen

- a) 1 000,00 EUR zu 4 % p.a. in 90 Tagen,
- b) 2 700,00 EUR zu 5 % p.a. in 24 Tagen,
- c) 792,00 EUR zu $7\frac{1}{2}$ % p.a. in 28 Tagen,
- d) 5 622,00 EUR zu $8\frac{1}{2}$ % p.a. in 45 Tagen,
- e) 979,00 EUR zu 9 % p.a. in 80 Tagen?

303 Eine Kundin legt 100 000,00 EUR für den Zeitraum 15. Feb. bis 15. März (Normaljahr) zu 1,5% p.a. an. Ermitteln Sie die Zinsen

- a) nach der Zinstagemethode 30/360,
- b) nach der Zinstagemethode act/360,
- c) nach der Zinstagemethode act/act.

304 Berechnen Sie die Zinstage! Kontrolle durch Addition! (30/360)

- 31. 12. bis 17. 02. = ? Tage
 - 17. 02. bis 28. 02. = ? Tage
 - 28. 02. bis 03. 03. = ? Tage
 - 03. 03. bis 29. 05. = ? Tage
 - 29. 05. bis 13. 09. = ? Tage
 - 13. 09. bis 25. 10. = ? Tage
 - 25. 10. bis 31. 12. = ? Tage
- =====

305 Ermitteln Sie die Zinstage! (30/360)

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> a) 05. 06. – 13. 09. 08. 07. – 11. 11. 25. 01. – 30. 04. 30. 09. – 02. 12. 28. 02. – 05. 05. 02. 01. – 31. 07. | <ul style="list-style-type: none"> b) 04. 09. – 31. 12. 16. 05. – 20. 07. 31. 12. – 03. 07. 01. 02. – 29. 06. 09. 07. – 24. 10. 12. 04. – 10. 10. |
|---|---|

306 Die Zinsen sind zu errechnen! (30/360)

Kapital	Laufzeit	Zinssatz
674,00 EUR	02. 01. – 08. 07.	3 % p.a.
235,00 EUR	15. 04. – 03. 06.	9 % p.a.
678,00 EUR	08. 03. – 04. 10.	$7\frac{1}{2}$ % p.a.
2 356,00 EUR	24. 08. – 05. 12.	$4\frac{3}{4}$ % p.a.
2 245,00 EUR	05. 03. – 05. 07.	5 % p.a.
3 786,00 EUR	19. 02. – 19. 06.	$8\frac{1}{2}$ % p.a.

307 Die Berechnung der Zinsen ist durchzuführen! (30/360)

Kapital	Zeitraum	Zinssatz
2 600,00 EUR	30.06.2019 – 31.12.2021	5 $\frac{1}{4}$ % p.a.
5 200,00 EUR	25.11.2019 – 25.02.2023	5 $\frac{1}{2}$ % p.a.
1 560,00 EUR	31.12.2020 – 31.12.2025	8 % p.a.
3 400,00 EUR	18.04.2021 – 18.10.2024	7 % p.a.
950,00 EUR	01.07.2021 – 01.07.2031	9 % p.a.
1 450,00 EUR	08.09.2022 – 08.12.2026	6 $\frac{1}{4}$ % p.a.

308 Eine Pfandbriefbank zahlt auf von ihr ausgegebene Hypothekendarlehenpfandbriefe 6 % p.a. Zinsen. Die Zinszahlungen erfolgen am 01.01. und 01.07. (Zinstageberechnung 30/360)

Welchen Zins erhält ein Pfandbriefgläubiger, der Papiere im Nennwert von 4500,00 EUR besitzt, an den Zinsterminen vergütet?

309 Ein Darlehensschuldner tilgt den aufgenommenen Kredit in monatlichen Raten von 176,00 EUR. Die letzte Rate wurde am 01.03. bezahlt. Die am 01.04., 01.05. und 01.06. fälligen Zahlungen stehen noch aus. Laut Vertrag hat der Schuldner vom Tage der Fälligkeit an Verzugszinsen von 6 % p.a. für rückständige Raten zu entrichten.

Wie hoch sind diese per 10.06.?

310 Wie viel Zinsen bringt ein Festgeld von 56 000,00 EUR, das zu einem Satz von 3 % p.a. für 150 Tage hereingenommen wurde?

311 Berechnen Sie die Zinsen!

	Kapital	Laufzeit	Zinssatz
£ (act/act)	5 817,55	09.07. – 28.08.	2 % p.a.
£ (act/act)	988,10	28.11. – 27.12.	9 % p.a.
EUR (act/360)	10 345,20	30.06. – 04.09.	4 $\frac{1}{2}$ % p.a.
EUR (act/360)	234 356,00	03.03. – 07.08.	3 % p.a.
\$ (act/act)	5 565,35	13.07. – 04.11.	5 $\frac{3}{4}$ % p.a.
EUR (act/360)	32 356,00	05.06. – 19.10.	6 % p.a.
£ (act/act)	545,45	26.02. – 09.05. (Schaltjahr)	3 % p.a.

312 Für ein in Brüssel aufgenommenes Darlehen erhielt der Vertreter eines deutschen Importeurs eine Zinsabrechnung über 281,25 EUR.

Wie hoch war das Darlehen, wenn es vom 15.04. – 29.06. in Anspruch genommen wurde? (Zinssatz 5 % p.a., act/360)

313 Für einen in Paris aufgenommenen Kredit über 36 000,00 EUR wurden per 30.06. 455,00 EUR Zinsen zu einem Zinssatz von 5 % p.a. in Rechnung gestellt. (act/360)

An welchem Tag wurde der Kredit aufgenommen?

314 Das Depot eines Kunden enthält:

1 500,00 EUR 5 $\frac{1}{2}$ % Öffentliche Pfandbriefe Hypothekendarlehenbank Frankfurt (Zinstermine: Mai/Nov.)

5 000,00 EUR 6 %ige Hypothekendarlehenpfandbriefe Deutsche Pfandbriefbank (Zinstermine: Juni/Dez.)

Wie viel Zinsen erhält der Kunde im ersten Halbjahr gutgeschrieben?

- 315** Bei der Abrechnung eines festverzinslichen Wertpapiers ergab sich nach Addition von Stückzinsen zum Kurswert ein ausmachender Betrag von 78522,22 EUR. Daten des Wertpapiers:

Nennwert 80 000,00 EUR
 Zinssatz 2,5 % p. a., 30/360
 Zeitraum 09. 11. (einschließlich) bis 30. 11. (einschließlich)

Wie hoch war der Kurswert?

- 316** Berechnen Sie Zinsen und Tilgung für ein Hypothekendarlehen!

Jahr	Darlehen	Zinsen 3,5 % p. a.	Tilgung 4 %
1.	10000,00 EUR	?	? (vom ursprünglichen Darlehen)
2.	? EUR	?	?
3.	? EUR	?	?

- 317** Auf folgenden Wertpapierbesitz werden die Jahreszinsen berechnet und auf einem Festgeldkonto für 3 Monate zu 0,75 % p. a. verzinst:

Industrieobligationen 4 500 000,00 EUR, 1,25 % p. a., act/act

Wie hoch sind die Zinsen für die Wertpapiere einschließlich der Zinsen auf dem Festgeldkonto?

- 318** Ein Darlehen von 30 000,00 EUR wird mit 9 % p. a. verzinst. Es war vom 12. 08. – 04. 11. ausgeliehen.

Wie hoch war der Rückzahlungsbetrag einschließlich Zinsen?

- 319** Einem Kunden wurde am 10. 02. ein Kredit über 8500,00 EUR eingeräumt, den er am 17. 02. voll in Anspruch nahm. Am 20. 03. zahlte er 1 500,00 EUR und am 29. 04. 2 000,00 EUR zurück.

Wie hoch sind Restschuld und Zinsen am 30. 06.? (Zinssatz 9 % p. a.)

3.2 Berechnung des Kapitals, des Zinssatzes und der Zeit

Ebenso wie man die Zinsen errechnen kann, wenn die drei übrigen Größen der Zinsformel gegeben sind, lassen sich auch K, p oder t bestimmen, wenn die drei anderen Größen bekannt sind.

Grundformel:

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

Daraus ergibt sich durch Umformen der Gleichung:

$$K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot K}$$

320 Ergänzen Sie die fehlenden Werte!

Kapital	Zinssatz	Laufzeit	Zinsen
1 240,00 EUR	4,5 % p.a.	21.07. – 19.08.	? EUR
? EUR	3 % p.a.	24.11. – 06.12.	4,50 EUR
? EUR	5 % p.a.	03.03. – 03.08.	20,20 EUR
2 450,00 EUR	1,5 % p.a.	?	9,80 EUR
1 550,00 EUR	2,5 % p.a.	?	9,15 EUR
775,00 EUR	? % p.a.	14.09. – 20.10.	3,30 EUR

321 Die halbjährlichen Zinsen für 7 %ige Hypothekendarlehen betragen 304,50 EUR. Wie hoch war der Nennwert?

322 6 500,00 EUR waren zu $8\frac{1}{2}$ % p.a. ausgeliehen. Die Rückzahlung erfolgte am 24.05. Die fälligen Zinsen betragen 84,41 EUR.

An welchem Tag wurde der Kredit aufgenommen?

323 Zu welchem Satz wurde ein Guthaben von 7 500,00 EUR verzinst, das vom 13.03. – 15.05. angelegt war und 15,50 EUR Zinsen erbrachte?

324 Errechnen Sie die fehlenden Größen des folgenden Tilgungsplans!

Jahr	Darlehen	Zinsen zu ? % p.a.	Tilgung ? % des ursprünglichen Darlehens
1.	7 500,00 EUR	?	?
2.	7 400,00 EUR	555,00 EUR	?
3.	?	?	?

325 Der Kaufpreis eines Ferienhauses beträgt 120 000,00 EUR. Zum Kauf stehen 30 000,00 EUR Eigenkapital zur Verfügung. Der Rest der Kaufsumme soll durch eine I. und II. Hypothek finanziert werden. Die Zinsbelastung soll 350,00 EUR pro Monat nicht übersteigen. Es ist eine I. Hypothek von 40 000,00 EUR vorgesehen, die zu 6 % p.a. verzinslich ist.

Welchen Satz darf die II. Hypothek nicht übersteigen, damit die vorgesehene Zinsbelastung nicht überschritten wird?

326 Ein Sparer will einen bestimmten Sparbetrag so anlegen, dass er vierteljährlich einen Zinsertrag von 250,00 EUR zur Verfügung hat.

Welche Sparsumme muss er einzahlen bei einem Zinssatz von 2 % p.a.? (Ohne Abgeltungsteuer)

327 In einer Anzeige einer Tageszeitung wird ein privater Kreditgeber gesucht, der bereit ist, ein Darlehen von 4 500,00 EUR für 4 Monate zu gewähren. Der Kreditnehmer ist bereit, 5 500,00 EUR zurückzuzahlen.

Welchen Zinssatz bezahlt der Darlehensnehmer?

328 Für einen am 19.04. aufgenommenen Kredit ($8\frac{1}{2}$ % p.a. Sollzinsen) in Höhe von 13 000,00 EUR wurden 510,00 EUR Zinsen berechnet.

An welchem Tag wurde er zurückgezahlt?

- 329** Die Zinsen für ein Festgeld betragen bei einem Zinssatz von 3 % p. a. 354,17 EUR (Festlegungszeit vom 05.03. – 25.08.).
Wie viel EUR waren angelegt? (Ohne Abgeltungsteuer)
- 330** Ein Kreditinstitut hat ein Wohnhaus auf einer Versteigerung zum Preis von 960 000,00 EUR erworben. Der monatliche Netto-Mietertrag beträgt 2 300,00 EUR.
Wie verzinst sich das angelegte Kapital?
- 331** Ein Kreditinstitut nahm auf dem Geldmarkt 160 000,00 EUR auf. Einschließlich Zinsen zahlte es 160 791,67 EUR zurück (Zinssatz $2\frac{3}{8}\%$ p. a.).
Errechnen Sie die Laufzeit und das Datum der Aufnahme! (Rückzahlung am 17.04.)
- 332** Für eine Kontoüberziehung vom 10.08. – 05.10. zahlte ein Kunde bei einem Nettosatz von 10 % p. a. 56,80 EUR Zinsen.
Der Betrag der Überziehung ist zu errechnen!
- 333** Zur Finanzierung von Einkäufen hat ein Importeur zwei Darlehen aufgenommen: das erste über 10 000,00 EUR zu einem Satz von 6 % p. a., das zweite über 6 000,00 EUR zu 8 % p. a. Insgesamt bezahlt er 245,00 EUR Zinsen. Das erste Darlehen läuft vom 10.08. – 03.11.
Ermitteln Sie die Laufzeit des zweiten Darlehens! Wann ist es zurückzuzahlen, wenn es 20 Tage nach dem ersten aufgenommen wurde?
- 334** Ein Bankangestellter hat ein Darlehen in Höhe von $1\frac{1}{2}$ Monatsgehältern aufgenommen, das in 9 Monatsraten zu 120,00 EUR vom Gehalt einbehalten wird (Verzinsung vom 15.03. – 15.12. auf den gesamten Darlehensbetrag). Er wird mit 24,75 EUR für Zinsen belastet.
Welcher Zinssatz wurde zugrunde gelegt?
- 335** Ein Sparkonto mit vertraglicher Kündigung wird zu 2 % p. a. verzinst. Bei Abhebung ohne Kündigung ist auf den abgehobenen Posten ein Sollzins zu entrichten, der $\frac{1}{4}$ über dem vergüteten Satz liegt. Die gesamte Zinsbelastung für die Zeit vom 15.07. – 31.12. betrug 51,25 EUR.
Über welchen Betrag lautete die Abhebung?
- 336** Die Zahlungsbedingungen eines Lieferanten lauten: „Zahlbar innerhalb 10 Tagen unter Abzug von 2 % Skonto, innerhalb von 30 Tagen netto“. Dies bedeutet, die Rechnung muss erst am 30. Tag nach dem Rechnungsdatum beglichen werden. Erfolgt die Zahlung aber innerhalb der ersten 10 Tage nach dem Rechnungsdatum, kann der Käufer die Rechnungssumme um 2 % kürzen.
- Für welchen Zeitraum gewährt der Lieferant Kredit?
 - Welchem Jahreszinssatz entspricht der obige Skonto-Prozentsatz?

3.3 Das Kapital ist um die Zinsen vermehrt oder vermindert

Wenn das Kapital um die Zinsen vermehrt oder vermindert ist, lässt sich die Zinsformel nicht ohne Weiteres anwenden, da das **reine Kapital** ohne den Zinszuschlag bzw. -abschlag gesucht wird. Hierzu ist es notwendig, den Jahreszinsfuß in einen Zinsfuß umzuwandeln, der der Verzinsungsdauer entspricht.

Beispiel 1: Zinsrechnung vom vermehrten Kapital – K^+

Ein Kunde hebt sein Kapital, das er vor 60 Tagen eingezahlt hat, einschließlich 4 % p. a. Zinsen ab. Er erhält 1 526,00 EUR ausgezahlt. Wie hoch war seine Einzahlung?

Für die Berechnung des Kapitals (= 100 %) ergibt sich:

$$\begin{array}{l} \text{In 360 Tagen – 4\% Zinsen} \\ \text{In 60 Tagen – ?\% Zinsen} \end{array} \quad \frac{4 \cdot 60}{360} = \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

Also ist das um den Zins vermehrte Kapital gleich

$$100 + \frac{2}{3} = 100\frac{2}{3}\%$$

Daraus ergibt sich für die Berechnung des Kapitals (= 100%)

$$\begin{array}{l} 100\frac{2}{3}\% - 1526,00 \text{ EUR} \\ 100\% - ? \text{ EUR} \end{array} \quad \frac{1526 \cdot 100 \cdot 3}{302} = \underline{\underline{1515,89 \text{ EUR}}}$$

Beispiel 2: Zinsrechnung vom verminderten Kapital – K^-

Ein Kunde erhält nach Abzug von 7 % p. a. Zinsen einen Betrag von 2 456,25 EUR ausgezahlt. Die Ausleihezeit beträgt 90 Tage. Wie hoch ist das Darlehen?

$$\begin{array}{l} 360 \text{ Tage} - 7\% \\ 90 \text{ Tage} - ?\% \end{array} \quad \frac{7 \cdot 90}{360} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}\%$$

$$\begin{array}{l} 98\frac{1}{4}\% - 2456,25 \text{ EUR} \\ 100\% - ? \text{ EUR} \end{array} \quad \frac{2456,25 \cdot 100 \cdot 4}{393} = \underline{\underline{2500,00 \text{ EUR}}}$$

Es können hier auch die abgewandelten Formeln von Seite 20 angewandt werden.

$$K = \frac{K^+ \cdot 100}{100 + \frac{p \cdot t}{360}}$$

$$K = \frac{K^- \cdot 100}{100 - \frac{p \cdot t}{360}}$$

- 337** Ein Festgeld, das vom 09.04.–27.09. angelegt war, wurde einschließlich Zinsen mit 3721,38 EUR zurückgezahlt.
Der Anlagebetrag ist zu errechnen! (Zinssatz 3 % p. a.) (Ohne Abgeltungsteuer)
- 338** Welche Zinsen wurden für ein Bankdarlehen berechnet, das nach Abzug des Zinsbetrages mit 9559,77 EUR ausgezahlt wurde, wenn ein Zinssatz von 6 % p. a. vereinbart war (Laufzeit vom 03.07.–21.10.)?
- 339** Der Schuldsaldo eines Kontos (Zinsen für die Zeit vom 08.03.–30.06. eingerechnet) betrug 9889,36 EUR. Der Sollzins wurde mit 9 % p. a. angesetzt.
Zu berechnen sind der Saldo vor der Zinsberechnung und die Zinsbelastung per 30.06.!
- 340** Ein Guthaben wuchs vom 28.04.–10.07. bei einem Zinssatz von $4\frac{3}{4}\%$ p. a. auf 240,26 EUR an.
Wie hoch sind Zinsen und ursprüngliches Guthaben? (Ohne Abgeltungsteuer)