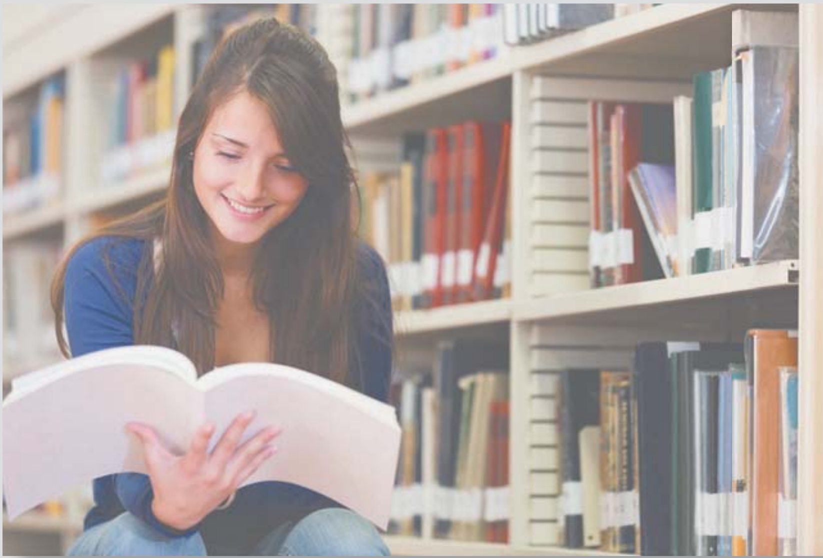
Ott
Bohner
Deusch

Mathematik
kompetenzorientiert
zur Fachhochschulreife



Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Kurt Bohner
Lehrauftrag Mathematik am BS Wangen
Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Ronald Deusch
Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Beratende Tätigkeit:

Sonja Lerche
Lehrauftrag Mathematik am Robert-Schuman-Berufskolleg Dortmund
Studium der Mathematik an der Universität Bochum

*

2. Auflage 2016

Gesamtherstellung: MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln
E-Mail: info@merkur-verlag.de; lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-**0623**-**1**

Vorwort

Vorbemerkungen

Der vorliegende Band „Mathematik, kompetenzorientiert zur Fachhochschulreife“ ist ein Arbeitsbuch für die Höhere Berufsfachschule in NRW und weitere Bildungsgänge, die zur FH-Reife führen. Das Lehrbuch richtet sich exakt nach dem neuen Bildungsplan für die Höhere Berufsfachschule (HöHa), Bereich Wirtschaft und Verwaltung, Mathematik, in Nordrhein-Westfalen vom 5. September 2012.

Dabei berücksichtigt das Autorenteam sowohl die im Lehrplan geforderten inhalts- als auch die prozessbezogenen Kompetenzen (modellieren, Werkzeuge und mathematische Darstellungen nutzen, kommunizieren, innermathematische Probleme lösen, Umgang mit formalen und symbolischen Elementen, argumentieren).

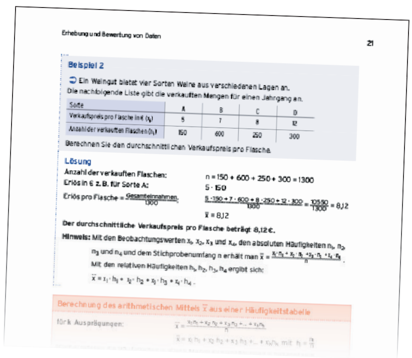
Von den Autoren wurde bewusst darauf geachtet, dass die im Bildungsplan aufgeführten Kompetenzen und Zielformulierungen inhaltlich vollständig und umfassend thematisiert werden. Dabei bleibt den Lehrkräften genügend didaktischer Freiraum, eigene Schwerpunkte zu setzen.

Hinweise und Anregungen, die zur Verbesserung beitragen, werden dankbar aufgegriffen.

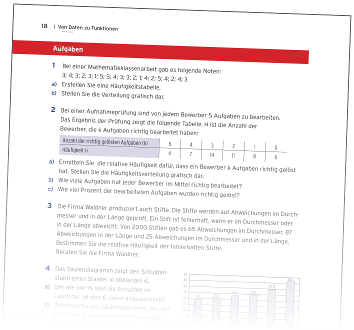
Die Verfasser

Der Aufbau dieses Buches

Der Stoff in den einzelnen Kapiteln wird schrittweise anhand von **Musterbeispielen mit ausführlichen Lösungen** erarbeitet. Dabei legen die Autoren großen Wert auf die Verknüpfung von Anschaulichkeit und sachgerechter mathematischer Darstellung. Die übersichtliche Präsentation und die methodische Aufarbeitung beeinflusst den Lernerfolg positiv und bietet dem Schüler die Möglichkeit, Unterrichtsinhalte selbstständig zu erschließen bzw. sich anzueignen.



Jede Lerneinheit schließt mit einer ausreichenden Anzahl von **Aufgaben** ab. Diese sind zur Ergebnissicherung und Übung gedacht, aber auch als Hausaufgaben geeignet. Kompetenzorientierte Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad ermöglichen es dem Schüler, den Stoff zu festigen und zu vertiefen. Beispiele und Aufgaben aus dem Alltag und aus der Wirtschaft stellen einen praktischen Bezug her.



18 I Von Daten zu Funktionen

Aufgaben

1 Bei einer Mathematikklassenarbeit gab es folgende Noten:
3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3
a) Erstellen Sie eine Häufigkeitstabelle.
b) Stellen Sie die Verteilung grafisch dar.

2 Bei einer Aufnahmeprüfung sind von jedem Bewerber 5 Aufgaben zu bearbeiten. Das Ergebnis der Prüfung zeigt die folgende Tabelle. H ist die Anzahl der Bewerber, die k Aufgaben richtig bearbeitet haben:

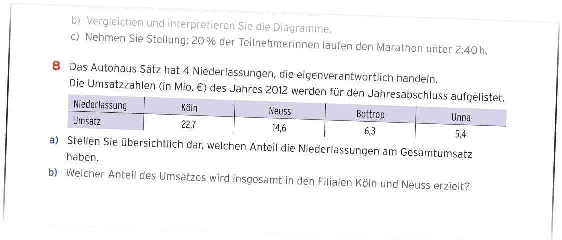
Anzahl der richtig gelösten Aufgaben (k)	5	4	3	2	1	0
Häufigkeit H	4	7	14	11	8	6

a) Ermitteln Sie die relative Häufigkeit dafür, dass ein Bewerber k Aufgaben richtig gelöst hat. Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung grafisch dar.
b) Wie viele Aufgaben hat jeder Bewerber im Mittel richtig bearbeitet?
c) Wie viel Prozent der bearbeiteten Aufgaben wurden richtig gelöst?

3 Die Firma Waldner produziert auch Stifte. Die Stifte werden auf Abweichungen im Durchmesser und in der Länge geprüft. Ein Stift ist fehlerhaft, wenn er im Durchmesser oder in der Länge abweicht. Von 2000 Stiften gab es 65 Abweichungen im Durchmesser, 87 Abweichungen in der Länge und 25 Abweichungen im Durchmesser und in der Länge. Bestimmen Sie die relative Häufigkeit der fehlerhaften Stifte. Beraten Sie die Firma Waldner.

4 Das Säulendiagramm zeigt den Schuldenstand eines Staates in Milliarden €.
a) Um wie viel % sind die Schulden im Laufe der letzten 6 Jahre angewachsen?
b) Zeichnen Sie ein Säulendiagramm, das den ...

Aufgaben mit gehobenem Niveau sind **rot** gekennzeichnet.



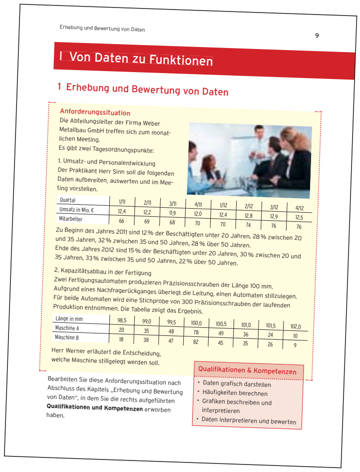
b) Vergleichen und interpretieren Sie die Diagramme.
c) Nehmen Sie Stellung: 20 % der Teilnehmerinnen laufen den Marathon unter 2:40 h.

8 Das Autohaus Sätz hat 4 Niederlassungen, die eigenverantwortlich handeln. Die Umsatzzahlen (in Mio. €) des Jahres 2012 werden für den Jahresabschluss aufgelistet.

Niederlassung	Köln	Neuss	Bottrop	Unna
Umsatz	22,7	14,6	6,3	5,4

a) Stellen Sie übersichtlich dar, welchen Anteil die Niederlassungen am Gesamtumsatz haben.
b) Welcher Anteil des Umsatzes wird insgesamt in den Filialen Köln und Neuss erzielt?

Die **Anforderungssituationen** werden im Anhang ausführlich gelöst.



Erhebung und Bewertung von Daten 9

I Von Daten zu Funktionen

1 Erhebung und Bewertung von Daten

Anforderungssituation

Die Abteilungsleiter der Firma Weber Metallbau GmbH treffen sich zum monatlichen Meeting.
Es gibt zwei Tagesordnungspunkte:

1. Umsatz- und Personalentwicklung
Der Praktikant Herr Sinn soll die folgenden Daten aufbereiten, auswerten und im Meeting vorstellen.

Quartal	1/11	2/11	3/11	4/11	1/12	2/12	3/12	4/12
Umsatz in Mio. €	12,4	12,2	11,9	12,0	12,4	12,8	12,9	12,5
Mitarbeiter	66	69	68	70	70	74	76	76

Zu Beginn des Jahres 2011 sind 12 % der Beschäftigten unter 20 Jahren, 28 % zwischen 20 und 35 Jahren, 32 % zwischen 35 und 50 Jahren, 28 % über 50 Jahren.
Ende des Jahres 2012 sind 15 % der Beschäftigten unter 20 Jahren, 30 % zwischen 20 und 35 Jahren, 33 % zwischen 35 und 50 Jahren, 22 % über 50 Jahren.

2. Kapazitätsabbau in der Fertigung
Zwei Fertigungsautomaten produzieren Präzisionsschrauben der Länge 100 mm. Aufgrund eines Nachfragerückganges überlegt die Leitung, einen Automaten stillzulegen. Für beide Automaten wird eine Stichprobe von 300 Präzisionsschrauben der laufenden Produktion entnommen. Die Tabelle zeigt das Ergebnis.

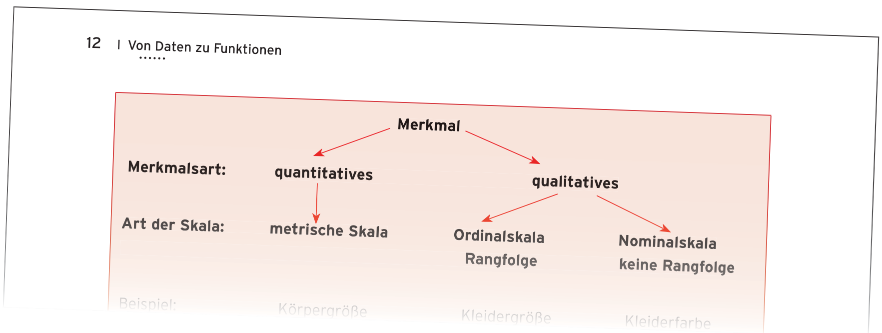
Länge in mm	98,5	99,0	99,5	100,0	100,5	101,0	101,5	102,0
Maschine A	20	35	48	78	49	36	24	10
Maschine B	18	38	47	82	45	35	26	9

Herr Werner erläutert die Entscheidung, welche Maschine stillgelegt werden soll.

Bearbeiten Sie diese Anforderungssituation nach Abschluss des Kapitels „Erhebung und Bewertung von Daten", in dem Sie die rechts aufgeführten **Qualifikationen und Kompetenzen** erworben haben.

Qualifikationen & Kompetenzen
- Daten grafisch darstellen
- Häufigkeiten berechnen
- Grafiken beschreiben und interpretieren
- Daten interpretieren und bewerten

Definitionen, Festlegungen, Merksätze und mathematisch wichtige **Grundlagen** sind in Rot gekennzeichnet.



Inhaltsverzeichnis

I Von Daten zu Funktionen

1 Erhebung und Bewertung von Daten

Anforderungssituation

Die Abteilungsleiter der Firma Weber Metallbau GmbH treffen sich zum monatlichen Meeting.
Es gibt zwei Tagesordnungspunkte:

1. Umsatz- und Personalentwicklung
Der Praktikant Herr Sinn soll die folgenden Daten aufbereiten, auswerten und im Meeting vorstellen.

Quartal	1/11	2/11	3/11	4/11	1/12	2/12	3/12	4/12
Umsatz in Mio. €	12,4	12,2	11,9	12,0	12,4	12,8	12,9	12,5
Mitarbeiter	66	69	68	70	70	74	76	76

Zu Beginn des Jahres 2011 sind 12 % der Beschäftigten unter 20 Jahren, 28 % zwischen 20 und 35 Jahren, 32 % zwischen 35 und 50 Jahren, 28 % über 50 Jahren.
Ende des Jahres 2012 sind 15 % der Beschäftigten unter 20 Jahren, 30 % zwischen 20 und 35 Jahren, 33 % zwischen 35 und 50 Jahren, 22 % über 50 Jahren.

2. Kapazitätsabbau in der Fertigung
Zwei Fertigungsautomaten produzieren Präzisionsschrauben der Länge 100 mm.
Aufgrund eines Nachfragerückganges überlegt die Leitung, einen Automaten stillzulegen.
Für beide Automaten wird eine Stichprobe von 300 Präzisionsschrauben der laufenden Produktion entnommen. Die Tabelle zeigt das Ergebnis.

Länge in mm	98,5	99,0	99,5	100,0	100,5	101,0	101,5	102,0
Maschine A	20	35	48	78	49	36	24	10
Maschine B	18	38	47	82	45	35	26	9

Herr Werner erläutert die Entscheidung, welche Maschine stillgelegt werden soll.

Bearbeiten Sie diese Anforderungssituation nach Abschluss des Kapitels „Erhebung und Bewertung von Daten“, in dem Sie die rechts aufgeführten **Qualifikationen und Kompetenzen** erworben haben.

Qualifikationen & Kompetenzen

- Daten grafisch darstellen
- Häufigkeiten berechnen
- Grafiken beschreiben und interpretieren
- Daten interpretieren und bewerten

1.1 Erfassung und Darstellung von Daten

„Die Statistik hat eine erhebliche Bedeutung für eine staatliche Politik, die den Prinzipien und Richtlinien des Grundgesetzes verpflichtet ist …" (Volkszählungsurteil des BVerfG).
In der **beschreibenden Statistik** werden **Daten erhoben, aufbereitet und analysiert**.
Die erhobenen Daten werden geordnet und übersichtlich dargestellt.
Dadurch bekommt man einen ersten Überblick, erkennt Zusammenhänge und Strukturen.
Die Struktur einer Verteilung wird durch Lagemaße (z. B. Mittelwert) und Streumaße (z. B. Standardabweichung) beschrieben.

1.1.1 Grundbegriffe der beschreibenden Statistik

Bei der Aufnahme in das Berufskolleg werden Daten wie Name, Geschlecht, Alter, Note in Mathematik, … erhoben.

Der nebenstehende Auszug ist ein Teil der **Urliste.** Alle erfassten Schülerinnen und Schüler bilden die **Grundgesamtheit der statistischen Erhebung.** Die Schülerinnen und Schüler sind **Merkmalsträger** für die **Merkmale** „Geschlecht", „Alter" und „Mathe-Note".

Name	Geschlecht	Alter	M-Note
Abt	w	16	3
Bernhardt	m	15	2
Bodenmiller	m	16	3
Boneberg	w	16	3
Fuchs	w	16	2
Gleich	w	16	4
Glück	w	16	3
Halau	m	16	2
Hege	w	15	3
Kienel	w	16	3
Kierock	w	16	1
Picken	m	17	2
…			

Die Merkmale kommen in verschiedenen **Ausprägungen** vor.

Merkmal	**Merkmalsausprägung**
Geschlecht	m, w
Alter	15, 16, 17
Mathe-Note	1, 2, 3, 4

Bei der Datenerhebung werden Merkmale erfasst, die verschiedene Ausprägungen haben.
Es gibt **quantitative und qualitative Merkmale.**

Merkmalsarten

Merkmalsart	Merkmal	Merkmalsausprägung	Erhebung durch
qualitativ	Farbe	rot, gelb, grün	Befragen
	Geschlecht	männlich, weiblich	
	Beliebtheit eines Politikers	−5 bis 5	
quantitativ	Körpergröße	1,50 m bis 1,90 m	Messen Zählen
	Geschwindigkeit	0 bis 200 $\frac{km}{h}$	
	Trainingszeit	10 Min. bis 2 Std.	

Erläuterung: Bei den Merkmalen *Farbe* und *Geschlecht* gibt es keine Reihenfolge oder Rang (keine Hierarchie), es ist kein Vergleich möglich. Man spricht in diesem Fall von einem **qualitativen Merkmal.**
Bei den Merkmalen *Körpergröße* und *Geschwindigkeit* lassen sich die Merkmalsausprägungen vergleichen und Differenzen bilden. Es handelt sich um ein **quantitatives Merkmal.**

Merkmalsskalen

Um ein Merkmal für eine Erhebung messen oder erfragen zu können, muss eine sinnvolle Anzahl von Ausprägungen festgelegt sein. Die Ausprägungen bilden eine **Skala**.
Qualitative Merkmale werden in eine Ordinalskala oder eine Nominalskala gebracht.

Beispiele für eine Nominalskala

Merkmal	Merkmalsausprägung	Erhebung durch
Farbe	rot, gelb, grün	
Familienstand	ledig, verheiratet, geschieden, verwitwet	Befragen
Branche	Chemie, Elektro, Metall, sonstige	

Die Merkmalsausprägungen sind nur Namen oder Bezeichnungen, die der Kennzeichnung dienen. Bei einer Nominalskala sind die Ausprägungen unterscheidbar.
Es gibt **keine Rangfolge** und die Ausprägungen lassen sich nicht vergleichen.

Beispiele für eine Ordinalskala

Merkmal	Merkmalsausprägung	Erhebung durch
Schulnoten	sehr gut, gut, … , ungenügend	
Kleidergrößen	S, M, L	Vergleichen
Beliebtheit eines Politikers	−5 bis 5	

Bei dieser Skala ist sinnvolles Ordnen möglich, es gibt eine natürliche **Rangordnung** (Reihenfolge) für die Ausprägungen. Man kann die Ausprägungen vergleichen.

Beispiele für eine metrische Skala

Merkmal	Merkmalsausprägung	Erhebung durch
Anzahl der Geschwister	0; 1; 2; 3; 4	
Platzziffer bei einem Wettbewerb	1; 2; 3	
Alter in Jahren	17; 18,5	Zählen
Gewicht in kg	40; 46,8; 7,43; 0,05	Messen
CO_2-Ausstoß in g	130; 132,4; 144,85	
Leuchtdauer in Stunden	1500; 2000; 3000; …	

	Merkmal		
Merkmalsart:	**quantitatives**	**qualitatives**	
Art der Skala:	**metrische Skala**	**Ordinalskala** **Rangfolge**	**Nominalskala** **keine Rangfolge**
Beispiel:	Körpergröße	Kleidergröße	Kleiderfarbe

Aufgaben

1 Bestimmen Sie die Art der Skala bei der Beurteilung der folgenden Merkmale:

a) Anzahl der Insassen in einem Pkw bei der Verkehrszählung
b) Reisegeschwindigkeit bei Flugzeugen
c) Einteilung von Bediensteten einer Firma nach ihrem Bruttogehalt
d) Ölverbrauch in einem Einfamilienhaus pro Jahr
e) Einteilung von Schülern nach ihrer Nationalität
f) Einteilung der Schüler des Gymnasiums nach Wohnort
g) Schultypen
h) Temperaturangaben in °C
i) Zugriffszeiten auf Daten beim PC
j) Fassungsvermögen von Binnenschiffen
k) Bewertung beim Eiskunstlauf
l) Sehstärke in Dioptrien
m) Intelligenzquotient

2 Ordnen Sie den gegebenen Merkmalen a) bis k) eine Skala zu:

a) Blutdruck b) Seitenzahl eines Romans c) Besucherzahl im Stadion
d) Konfession e) Stimmenanteile bei einer Wahl f) Klassenstärke
g) Anzahl der Geburten einer Frau h) Körpergewicht
i) Schulnoten j) Schuhgröße k) Dauer des Krankenhausaufenthaltes in Tagen.

3 In einer Umfrage werden 1000 Studenten zu folgenden Themen befragt:

(1) Wie lange besuchen Sie täglich soziale Netzwerke?
(2) Wie wichtig sind Ihnen die sozialen Netzwerke?
(3) Was schätzen Sie an Facebook besonders?
(4) Verfügen Sie über eine Flatrate, ja oder nein?

Geben Sie für diese Stichprobe

a) die Grundgesamtheit,
b) die Merkmalsträger,
c) die Merkmale und deren Ausprägungen an.
d) Welche Merkmale sind quantitativ, welche qualitativ?

4 Ordnen Sie die folgenden Begriffe in einer Tabelle nach Merkmalen und den zugehörigen Merkmalsausprägungen.

Kinderzahl | italienisch | Hauptschule | keine | Lehrer | blond | Körpergröße | Benzinverbrauch je 100 km | gering | hoch | katholisch | Staatsangehörigkeit | Gymnasium | Beruf | Kraftfahrer | 120 cm bis 165 cm | Haarfarbe | eins, zwei, ... | Schultyp | Personen je km^2 | Konfession | Bevölkerungsdichte

5 Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Die Merkmalsausprägungen von quantitativen Merkmalen können in einem bestimmten Intervall alle reellen Zahlen annehmen.

b) Die Ordinalskala stellt die einfachste Form des Messens dar. Sie dient hauptsächlich zur Klassifizierung der Merkmalswerte.

6 Führen Sie eine Mitschülerbefragung
durch. Erheben Sie die Merkmale Geschlecht, Alter, Schuhgröße, Körpergröße, Konfession, Mathe- und BWI-Note.
Ordnen Sie die Merkmale nach Merkmalsart. Erläutern Sie Ihre Zuordnung.
Geben Sie eine Skala für jedes Merkmal an. Lassen sich Zusammenhänge zwischen einzelnen Merkmalen erkennen?

7 Bestimmen Sie zu den Merkmalen einer Studentenbefragung in Düsseldorf zur Wohnsituation jeweils die Merkmalsart und die Art der Skala.

a) Geschlecht
b) Semesterzahl
c) Studienrichtung
d) Zufriedenheit mit der Wohnung
e) Wohnfläche
f) Monatliche Miete
g) Monatliches Einkommen

1.1.2 Häufigkeiten und grafische Darstellung

Absolute und relative Häufigkeit

Eine Häufigkeitsverteilung dient zur statistischen Beschreibung von Daten.

An einer Kreuzung werden innerhalb einer halben Stunde 125 Fahrzeuge gezählt. Davon sind 18 Fahrzeuge Lkw. Die **absolute Häufigkeit** der Lkw ist somit 18.
Dies sagt wenig darüber aus, wie groß der Anteil der Lkw am Verkehr auf dieser Kreuzung ist. Um ein brauchbares Maß für diesen Anteil zu bekommen, benötigt man die relative Häufigkeit.
Die **relative Häufigkeit** ist der Quotient $\frac{18}{125} = 0{,}144 = 14{,}4\,\%$,
d. h., ca. 14 % der vorbeigefahrenen Fahrzeuge waren Lkw.

Beispiel

Ein Schüler erkundigt sich bei einer Zulassungsstelle nach der Anzahl der zugelassenen Autos, sortiert nach Automarken. Er erstellt eine **Häufigkeitstabelle.**

Automarke	Ford	VW	Mercedes	andere	Summe
abs. Häufigkeit H_i	2810	3211	1398	2081	n = 9500
rel. Häufigkeit h_i	$\frac{2810}{9500} \approx 0{,}29$	$\frac{3211}{9500} \approx 0{,}34$	$\frac{1398}{9500} \approx 0{,}15$	$\frac{2081}{9500} \approx 0{,}22$	$\frac{9500}{9500} = 1$
rel. Häufigkeit h_i in %	29 %	34 %	15 %	22 %	100 %

Für das Merkmal Automarke hat man in diesem Beispiel 4 Merkmalsausprägungen (Ford, VW, Mercedes, andere). Die 1. Merkmalsausprägung kommt 2810-mal vor, d.h. die absolute Häufigkeit ist $H_1 = 2810$. Die Summe der absoluten Häufigkeiten beträgt 9500. Mit dem Stichprobenumfang n = 9500 ergibt sich die relative Häufigkeit $h_1 = \frac{H_1}{n} = \frac{2810}{9500} = 0{,}29$.

Festlegung

Unter der **absoluten Häufigkeit** H_i einer Merkmalsausprägung versteht man die Anzahl der Fälle, in denen die Ausprägung eintritt.
Ist n die Anzahl der Durchführungen (Stichprobenumfang), so ist $h_i = \frac{H_i}{n}$ die relative Häufigkeit der i-ten Merkmalsausprägung.

$$\textbf{Relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit der i-ten Merkmalsausprägung}}{\text{Stichprobenumfang}}$$

Eigenschaften der relativen Häufigkeit:

- Für die **relative Häufigkeit** gilt: $0 \le h_i \le 1$.
- Die **Summe** der relativen Häufigkeiten ist 1 bzw. 100 %.

Beispiel 1

➡ Eine Umfrage unter Schülern nach der Wichtigkeit einer gut ausgestatteten Bibliothek ergab folgendes Ergebnis:

Antwort	sehr wichtig (1)	wichtig (2)	geht so (3)	unwichtig (4)	keine Antwort (5)
Anzahl	203	48	11	2	94

a) Bestimmen Sie die relativen Häufigkeit, mit der die Schüler die Wichtigkeit beurteilen.

b) Wie viel Prozent aller Schüler besuchen wohl selten die Bibliothek?

Lösung

a) Die Summe aller Befragten beträgt $n = 203 + 48 + 11 + 2 + 94 = 358$.

Allgemein gilt für die relative Häufigkeit: $h_i = \frac{H_i}{n} = \frac{\text{Anzahl}}{358}$.

x_i	1	2	3	4	5
Absolute Häufigkeit H_i	203	48	11	2	94
Relative Häufigkeit h_i in %	56,7	13,4	3,1	0,6	26,3

b) Gesamtzahl der „seltenen Besucher“: $11 + 2 + 94 = 107$

Anteil der „seltenen Besucher“: $\frac{107}{358} = 0{,}2989 = 29{,}89\,\%$

Etwa 30 % aller Schüler besuchen wohl selten die Bibliothek.

Grafische Darstellungen einer Häufigkeitsverteilung

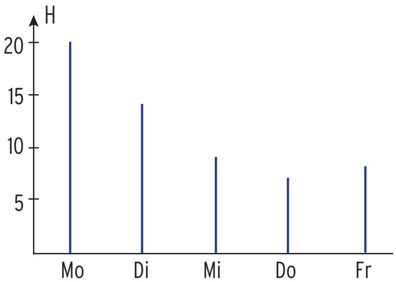
Beispiel 2

➡ Die Revisionsabteilung der Uhlmann AG registriert die krankheitsbedingten Fehltage in einer Arbeitswoche.
Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung grafisch dar.

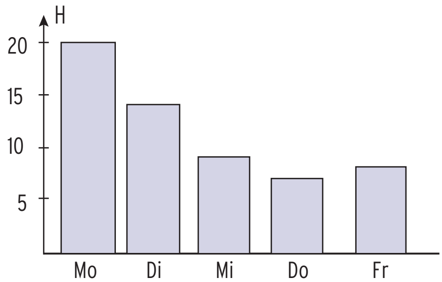
	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Fehltage	20	14	9	7	8

Lösung

als **Stabdiagramm**



als **Säulendiagramm**

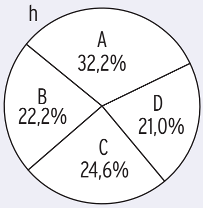


Auf der y-Achse werden die absoluten Häufigkeiten H abgetragen; auf der x-Achse die Ausprägungen.

Hinweis: Auf der y-Achse können auch die relativen Häufigkeiten h abgetragen werden.

Beispiel 3

Das Kreisdiagramm zeigt die Umsatzverteilung der verschiedenen Teilbetriebe im vergangenen Jahr. Berechnen Sie den Umsatz in Mio. €, wenn der Gesamtumsatz bei 134 Mio. € liegt.



Lösung

Das **Kreisdiagramm** enthält die **relativen Häufigkeiten** der einzelnen Teilbetriebe.

Umsatz von A: 32,2 % von 134: $\frac{32{,}2}{100} \cdot 134 = 43{,}148$

Der Umsatz von Teilbetrieb A beträgt 43,148 Mio. €.

Umsatz von B: 22,2 % von 134: $\frac{22{,}2}{100} \cdot 134 = 29{,}748$

Der Umsatz von Teilbetrieb B beträgt 29,748 Mio. €.

Umsatz von C: 24,6 % von 134: $\frac{24{,}6}{100} \cdot 134 = 32{,}964$

Der Umsatz von Teilbetrieb C beträgt 32,964 Mio. €.

Umsatz von D: 21,0 % von 134: $\frac{21{,}0}{100} \cdot 134 = 28{,}14$

Der Umsatz von Teilbetrieb D beträgt 28,14 Mio. €.

	A	B	C	D
h in %	32,2	22,2	24,6	21,0
U in Mio. €	43,148	29,748	32,964	28,14

Histogramm

Beispiel 4

Die Altersstruktur des Lehrerkollegiums der Friedrich-List-Schule ist wie folgt:

Alter	26 bis 35	36 bis 45	46 bis 55	56 bis 65
Häufigkeit	16	28	36	24

Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung in einem Histogramm dar.

Lösung

Bei einem Histogramm werden **Häufigkeiten** durch Flächen (Rechtecke) repräsentiert.

Die Tabelle enthält 4 Klassen der Breite 10.

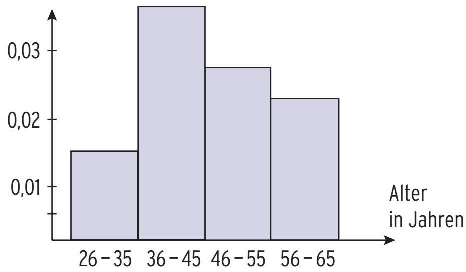
Gleiche Klassenbreite bedeutet Rechtecke mit der gleichen Grundseite.

Der Rechtecksinhalt entspricht der zugehörigen relativen Häufigkeit.

Alter	26 bis 35	36 bis 45	46 bis 55	56 bis 65
rel. Häufigkeit	$\frac{16}{104}$	$\frac{28}{104}$	$\frac{36}{104}$	$\frac{24}{104}$
Häufigkeitsdichte $= \frac{\text{rel. Häufigkeit}}{\text{Klassenbreite}}$	$\frac{\frac{16}{104}}{10} \approx 0{,}015$	$\frac{\frac{28}{104}}{10} \approx 0{,}027$	$\frac{\frac{36}{104}}{10} \approx 0{,}035$	$\frac{\frac{24}{104}}{10} \approx 0{,}023$

An der y-Achse wird die Rechtseckshöhe, die **Häufigkeitsdichte** abgetragen.

Bei einem Histogramm beträgt die **Summe der Inhalte der Rechtecksflächen 1.**



Beachten Sie

Ein Histogramm ist eine grafische Darstellung einer Häufigkeitsverteilung.
Es besteht aus mehreren, direkt aneinander angrenzenden Säulen.
Die Summe der Inhalte der Rechtecksflächen beträgt 1.

Beispiel 5

Auf einer Flasche Olivenöl ist eine Füllmenge von 500 ml angegeben (Nennwert). Die Abweichungen vom Nennwert sind in folgender Tabelle festgehalten:

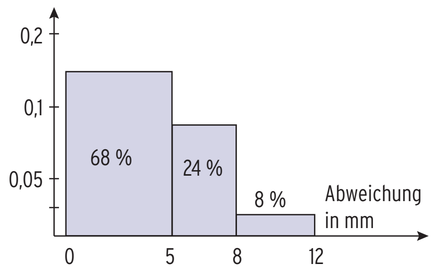
Abweichung in ml	0 bis unter 5	5 bis unter 8	8 bis unter 12
Häufigkeit in %	68	24	8

Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung in einem Histogramm dar.

Lösung

Bestimmung der Rechteckshöhen, da **unterschiedliche** Klassenbreiten vorliegen.

Klassenbreite	5	3	4
Häufigkeit	0,68	0,24	0,08
Häufigkeitsdichte	$\frac{0{,}68}{5}$ = 0,14	$\frac{0{,}24}{3}$ = 0,08	$\frac{0{,}08}{4}$ = 0,02



Beachten Sie

Bei **verschiedenen Klassenbreiten** ist darauf zu achten, dass die Flächeninhalte den Häufigkeiten entsprechen:

Häufigkeitsdichte (Rechteckshöhe) $= \frac{\text{Klassenhäufigkeit}}{\text{Klassenbreite}}$

Aufgaben

1 Bei einer Mathematikklassenarbeit gab es folgende Noten:
3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

a) Erstellen Sie eine Häufigkeitstabelle.

b) Stellen Sie die Verteilung grafisch dar.

2 Bei einer Aufnahmeprüfung sind von jedem Bewerber 5 Aufgaben zu bearbeiten. Das Ergebnis der Prüfung zeigt die folgende Tabelle. H ist die Anzahl der Bewerber, die k Aufgaben richtig bearbeitet haben:

Anzahl der richtig gelösten Aufgaben (k)	5	4	3	2	1	0
Häufigkeit H	4	7	14	11	8	6

a) Ermitteln Sie die relative Häufigkeit dafür, dass ein Bewerber k Aufgaben richtig gelöst hat. Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung grafisch dar.

b) Wie viele Aufgaben hat jeder Bewerber im Mittel richtig bearbeitet?

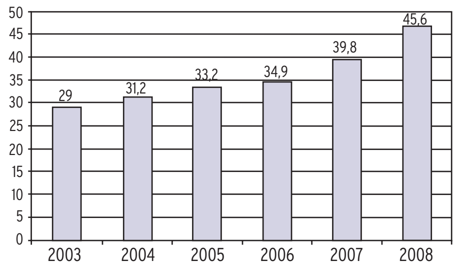
c) Wie viel Prozent der bearbeiteten Aufgaben wurden richtig gelöst?

3 Die Firma Waldner produziert auch Stifte. Die Stifte werden auf Abweichungen im Durchmesser und in der Länge geprüft. Ein Stift ist fehlerhaft, wenn er im Durchmesser oder in der Länge abweicht. Von 2000 Stiften gab es 65 Abweichungen im Durchmesser, 87 Abweichungen in der Länge und 25 Abweichungen im Durchmesser und in der Länge.
Bestimmen Sie die relative Häufigkeit der fehlerhaften Stifte.
Beraten Sie die Firma Waldner.

4 Das Säulendiagramm zeigt den Schuldenstand eines Staates in Milliarden €.

a) Um wie viel % sind die Schulden im Laufe der letzten 6 Jahre angewachsen?

b) Zeichnen Sie ein Säulendiagramm, das den jährlichen Schuldenzuwachs beschreibt. Welche Aussagen lassen sich machen?



5 Die Tabelle zeigt die Defizitquote der BRD der letzten Jahre in %.

Jahr	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Quote	−3,1	−3,8	−4,2	−3,8	−3,3	−1,6	+0,2	−0,1	−3,1	−4,1	−0,8

a) Recherchieren Sie die Quote für 2012 und für das Jahr 2000.

b) Interpretieren Sie die Daten. In welchen Jahren wird die Vorgabe der EU eingehalten?

c) Nennen Sie Gründe für die starken Schwankungen.