Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Kurt Bohner
Lehrauftrag Mathematik am Beruflichen Schulzentrum Wangen (BSW)
Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Ronald Deusch
Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Günther Thun
Studiendirektor in Oldenburg
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Umschlag: Hintergrundbild: Kirill Kedrinski – fotolia.com, Rahmen links: Mike Kiev – Fotolia.com, Rahmen Mitte: Andres Rodriguez – Fotolia.com

* * * * * * * * * *

1. Auflage 2017

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-**1386-4**

Zinsrechnung

Begriffe: $p\,\% = \frac{p}{100}$: Zinssatz

Z: Zinsen K: Kapital t: Laufzeit in Tagen

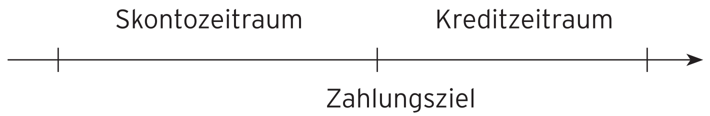
Tageszinsformel: $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

Kapital	Zinssatz p %	Laufzeit in Tagen
$K = \frac{100 \cdot 360 \cdot Z}{p \cdot t}$	$p = \frac{100 \cdot 360 \cdot Z}{K \cdot t}$	$t = \frac{100 \cdot 360 \cdot Z}{K \cdot p}$

Effektivzinssatz in Anwendungen

Skonto bei Kreditaufnahme

Zeitachse:



Rechnungsbetrag
− Skontobetrag
= Überweisungsbetrag

Effektivzinssatz (überschlagmäßig): $p\,\% = \frac{\text{Skontosatz} \cdot 360}{\text{Kreditzeitraum in t}}$

Effektivzinssatz (exakt): $p\,\% = \frac{360 \cdot \text{Skontobetrag}}{\text{Überweisungsbetrag} \cdot \text{Kreditzeitraum in t}}$

Immobilienrendite

Mieteinnahmen pro Jahr
− Aufwendungen pro Jahr
= Jahresüberschuss

Effektivzinssatz: $p\,\% = \frac{\text{Jahresüberschuss}}{\text{eingesetztes Eigenkapital}}$

Darlehen

Effektivzinssatz: $p\,\% = \frac{\text{Summe aller Darlehenskosten}}{\text{Auszahlungsbetrag} \cdot \text{Laufzeit in Jahren}}$

Zinseszinsrechnung

Begriffe:

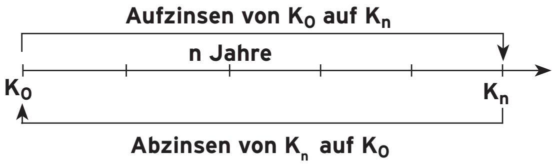
K_n: Endkapital (Kapital nach n Jahren); Endwert

K_0: Anfangskapital; Barwert

$\frac{p}{100}$ = p %: Zinssatz

n: Zeit in Jahren; Laufzeit

Zeitachse:



Zinseszinsformel: $K_n = K_0 q^n$ mit dem Zinsfaktor $q = (1 + \frac{p}{100})$

Barwert:	Laufzeit:	Zinsfaktor:	Zinssatz:
$K_0 = \frac{K_n}{q^n}$	$n = \log_q \left(\frac{K_n}{K_0}\right)$	$q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}$	$\frac{p}{100} = q - 1$

Hinweis: $n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log(q)}$ bzw. $n = \frac{\ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\ln(q)}$

Unterjährige Verzinsung

Begriffe:

$K_{n;\,m}$: Endkapital nach n Jahren und m Zinsperioden pro Jahr

m: Zinsperioden proJahr

$\frac{p\,\%}{m}$: relativer Zinssatz (Periodenzinssatz)

Endwertformel: $K_{n;\,m} = K_0(1 + \frac{p\,\%}{m})^{n \cdot m}$

Effektiver Zinssatz: $p_{eff}\,\% = (1 + \frac{p\,\%}{m})^m - 1$

Exponentialfunktion

Schaubilder von Exponentialfunktionen

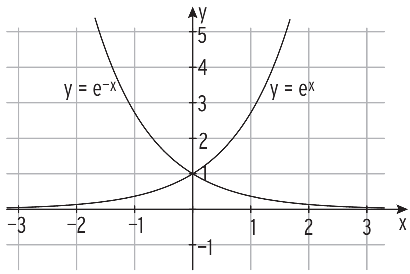
Grundfunktion zur Basis e:

f mit $f(x) = e^x$; $x \in \mathbb{R}$

Grundfunktion zur Basis b:

$f(x) = b^x$; $x \in \mathbb{R}$; $b > 0 \wedge b \neq 1$

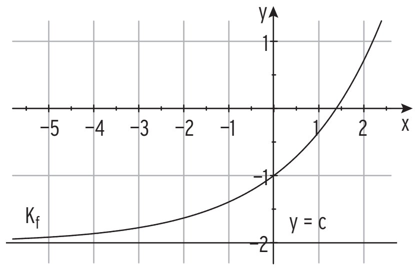
Waagrechte Asymptote: $y = 0$



K_f: $f(x) = ab^x + c$; $x \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$, $b > 0 \wedge b \neq 1$

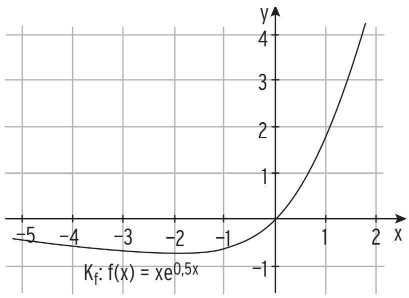
K_f: $f(x) = ae^{kx} + c$; $x \in \mathbb{R}$; $a, k \neq 0$

Waagrechte Asymptote: $y = c$



K_f: $f(x) = c \cdot x^n \cdot e^{mx}$; $x \in \mathbb{R}$; $c, m \neq 0$; $n \in \mathbb{N}^*$

Waagrechte Asymptote: $y = 0$



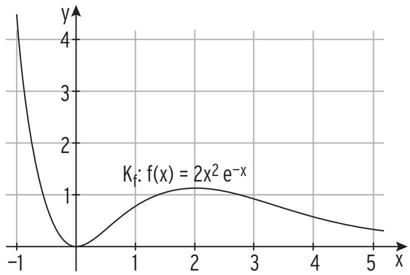
Hinweis:

Asymptote mit y = 0

für $x \to -\infty$ falls $m > 0$

bzw.

für $x \to \infty$ falls $m < 0$.



Umformungen

$e^{\ln(x)} = x$ $\quad$ $\ln(e^x) = x$ $\quad$ $\ln(e^{kx}) = kx$

Beachten Sie: $\ln(1) = 0$ $\quad$ $\ln(e) = 1$

$\ln(e^2) = 2$ $\quad$ $\ln(\frac{1}{e}) = -1$

Umrechnung von Basis b in Basis e: $b^x = e^{\ln(b) \cdot x}$

Exponentialgleichung

Lösungsverfahren

- **Logarithmieren:**

$e^{bx} = c\,;\ b \neq 0;\ c > 0$

$bx = \ln(c)$

$x = \frac{\ln(c)}{b}$

- **Ausklammern und Satz vom Nullprodukt:**

$e^{2x} - ae^x = 0$

$e^x(e^x - a) = 0$

$e^x - a = 0 \qquad (e^x \neq 0)$

Gleichung in Produktform:

$e^{2x}(ax^2 + bx + c) = 0$

$ax^2 + bx + c = 0 \qquad (e^{2x} \neq 0)$

Wachstum

Exponentielles Wachstum

$f(t) = ab^t\,;\ t \geq 0$

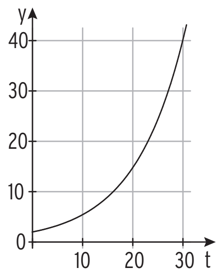
$f(t) = ae^{k \cdot t};\ t \geq 0$

Wachstumskonstante: $k > 0$

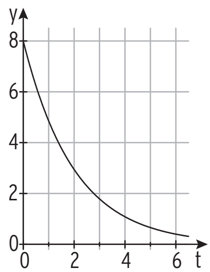
Zerfallskonstante: $k < 0$

Anfangsbestand: $a = f(0)$

Wachstum



Zerfall



Halbwertszeit t_H (für $k < 0$): $t_H = -\frac{\ln(2)}{k}$

Verdoppelungszeit t_V (für $k > 0$): $t_V = \frac{\ln(2)}{k}$

t_H und t_V sind unabhängig vom Anfangsbestand f(0).