Patyna

Mathematik

für das Berufliche Gymnasium in Niedersachsen

Kerncurriculum und Bildungsstandards

Qualifikationsphase – Schwerpunkt Wirtschaft
Analysis

Arbeitsheft

Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasserin:

Marion Patyna

Die in diesem Buch zitierten Internetseiten wurden vor der Veröffentlichung auf rechtswidrige Inhalte untersucht. Rechtswidrige Inhalte wurden nicht gefunden.

Stand: Februar 2023

Umschlag: Hintergrund: ECE, Ernst-August-Galerie, Hannover,
Kreis rechts oben: Candy Box – Fotolia.com, Kreis mitte: Colourbox.de,
Kreis links: Syda Productions – Colourbox.de, Grafik: Colourbox.de

* * * * *

3. Auflage 2023

Gesamtherstellung:
Merkur Verlag Rinteln Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr.: 2686-03
ISBN 978-3-8120-2686-4

Vorwort

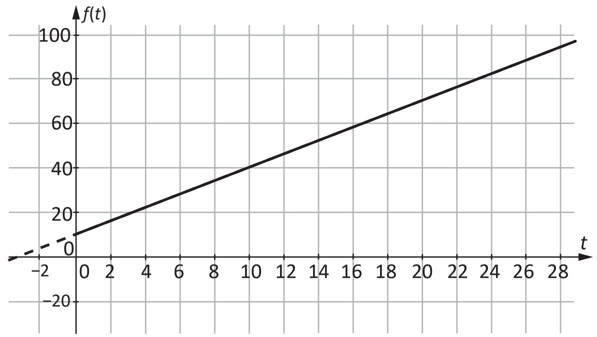
Das vorliegende Arbeitsheft ergänzt den zweiten Band der Buchreihe für den Mathematikunterricht mit dem Schwerpunkt Wirtschaft am Beruflichen Gymnasium in Niedersachsen. Die Grundlage für dieses Arbeitsheft bildet das neue *Kerncurriculum (KC)* von 2018, das wiederum auf den *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife* aus dem Jahr 2012 basiert.

Die Autorin berücksichtigt bei der Erstellung dieses Arbeitsheftes die **inhaltsbezogenen** und die **prozessbezogenen Kompetenzen** der Einführungsphase, die die Schülerinnen und Schüler gemäß KC am Beruflichen Gymnasium erwerben sollen. Die Gliederung entspricht dem Aufbau des Buches und soll die Schülerinnen und Schüler dabei unterstützen, **eigenverantwortlich** und **selbstorganisiert** Mathematik zu lernen und **eigenständig** Lernsituationen zu bearbeiten. Die Aufgaben sind so gewählt, dass neben dem Üben von inhaltsbezogenen Kompetenzen auch Vokabeln und Definitionen geübt sowie Vorgehensweisen zum Bearbeiten von Lernsituationen aufgezeigt werden. Die Übungen sind methodisch abwechslungsreich und werden durch digitale Spiele und digitale Übungen ergänzt. Auf diese Weise wird der zielgerichtete Kompetenzaufbau zusätzlich zu den Übungen im Buch unterstützt, sodass die Schülerinnen und Schüler, die am **Zentralabitur Mathematik** teilnehmen werden, umfangreiche Kompetenzen erwerben können, um die Aufgaben des hilfsmittelfreien Teils und des Wahlteils adäquat und sachgerecht zu bearbeiten.

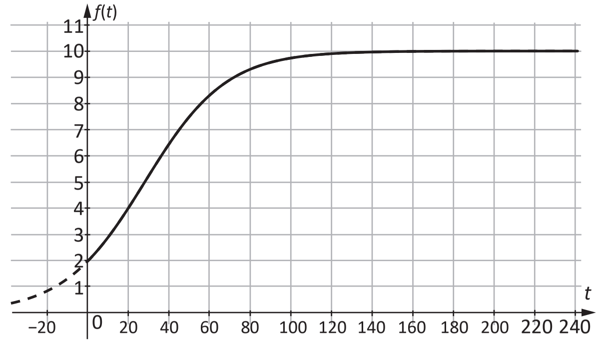
7.3 Ableitungen mithilfe der DGL bestimmen

Geben Sie die Wachstumsart an, ermitteln Sie den Funktionsterm, der die Wachstumsgeschwindigkeit angibt, und ergänzen Sie die Zeichnung um den Graphen der Ableitungsfunktion.

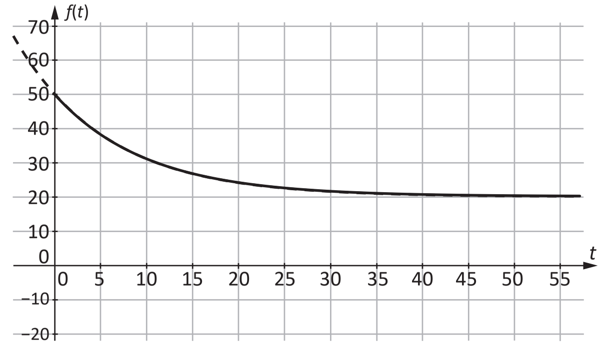
a) $f(t) = 3t + 10$



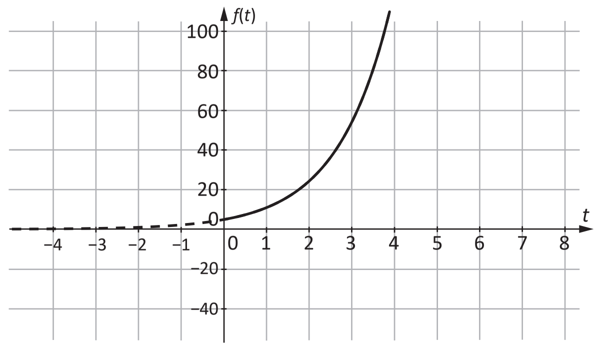
b) $f(t) = \dfrac{10}{1 + \left(\frac{10}{2} - 1\right) \cdot e^{-0{,}05 \cdot t}}$



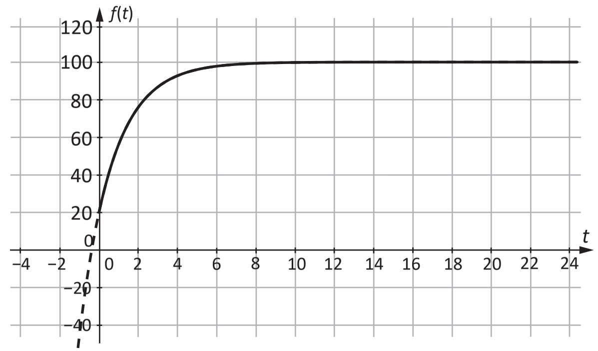
c) $f(t) = 20 + 30 \cdot e^{-0{,}1t}$



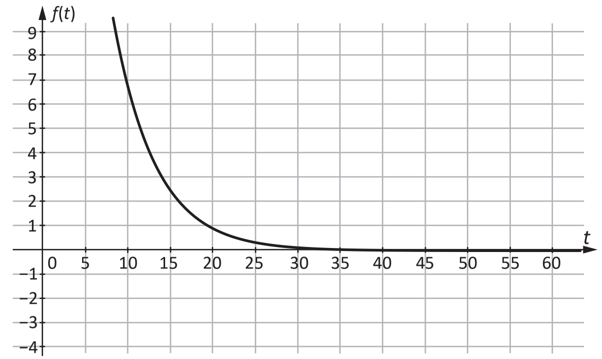
d) $f(t) = 5\,e^{0{,}8t}$



e) $f(t) = 100 - 80\,e^{-0{,}6t}$



f) $f(t) = 50\,e^{-0{,}2t}$



7.4 Übungen: Anwendung der Wachstumsarten

Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgabenstellungen.

a) Das Wachstum von Bakterien wird wie folgt beschrieben:

Der Anfangsbestand liegt bei 400 Mengeneinheiten (ME). Die zugehörige Wachstumsgeschwindigkeit wird durch die Funktion f' mit $f'(t) = 0{,}06\,(1\,000 - f(t))$ modelliert.

Bestimmen Sie die zugehörige Funktionsgleichung, die den Bestand der Bakterien modelliert.
Skizzieren Sie den Graphen, der die Entwicklung des Bestandes darstellt.
Berechnen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit nach 15 Zeiteinheiten (ZE).
Ermitteln Sie den Bestand, wenn die Zunahme der Bakterien 30,71 ME/ZE beträgt.
Bestimmen Sie die prozentuale Änderung des Sättigungsmankos pro ZE.

b) Das Wachstum eines Rosenbaumes wird mithilfe folgender Angaben modelliert:

Anfangsbestand: 0,1 m
Wachstumsgeschwindigkeit: $f'(t) = f(t) \cdot (3 - f(t)) \cdot 0{,}02$

Berechnen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$.
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung, die die Größe des Rosenbaumes modelliert.
Berechnen Sie die Größe des Bäumchens nach 2 Zeiteinheiten (ZE).
Bestimmen Sie, wie schnell das Bäumchen nach 4 ZE wächst.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die Wachstumsgeschwindigkeit maximal ist.
Der Rosenbaum soll mit einer Höhe von 2,5 m verkauft werden.
Bestimmen Sie den Verkaufszeitpunkt.

c) Ein Abiturient hat von seiner Familie 5.000 Euro geschenkt bekommen. Dieses Geld legt er bei einer Bank mit einem Zinssatz von 1,3 % (Zinseszins) an.

Bestimmen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit nach 4 Jahren und erläutern Sie Ihr Ergebnis.

Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem sich das Geld verdoppelt hat.

d) Ein Wachstumsprozess mit dem Anfangsbestand von 600 Mengeneinheiten (ME) kann mit der DGL $f(t) = 0{,}04\,(2\,000 - f(t))$ beschrieben werden.

Ermitteln Sie die Gleichung der zugrundeliegenden e-Funktion, die die Entwicklung des Bestandes in ME in Abhängigkeit der Zeit (ZE) modelliert.

Berechnen Sie den Bestand und das Sättigungsmanko nach 20 ZE.

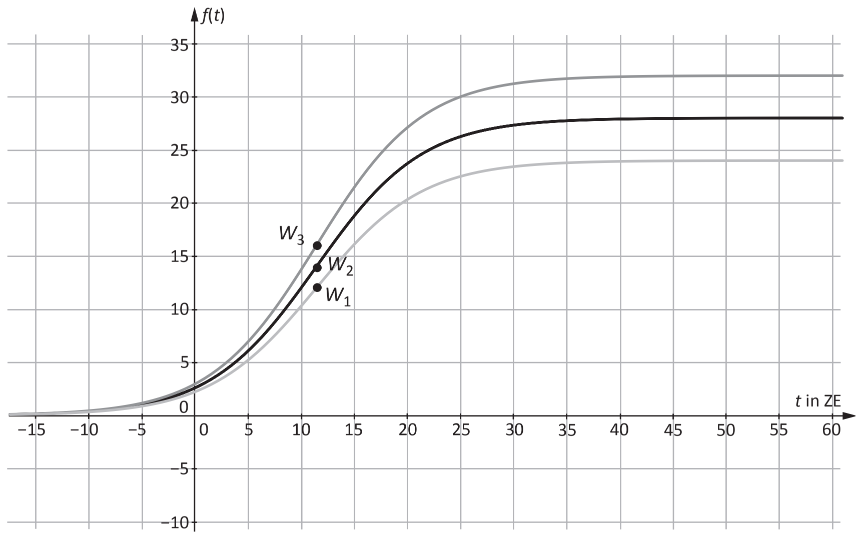
Bestimmen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit nach 20 ZE.

Skizzieren Sie den Graphen von f und f' in ein geeignetes Koordinatensystem.

7.5 Scharen

Untersuchen Sie die Auswirkungen des Parameters auf die Sättigungsgrenze und die jeweils eingezeichneten Punkte.

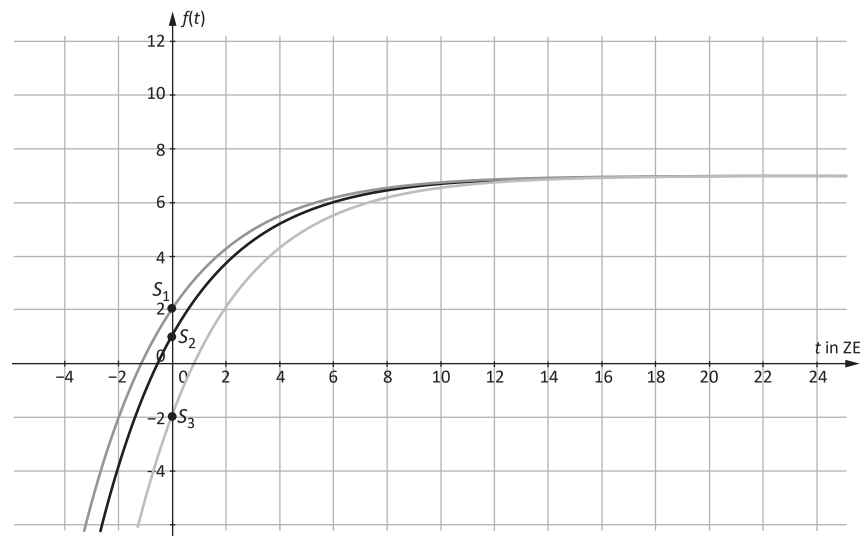
a) $f(t) = \dfrac{g}{1 + 10 \cdot e^{-0{,}2t}}$



Wendepunkt bestimmen:

Graphen und Parameterauswirkung beschreiben:

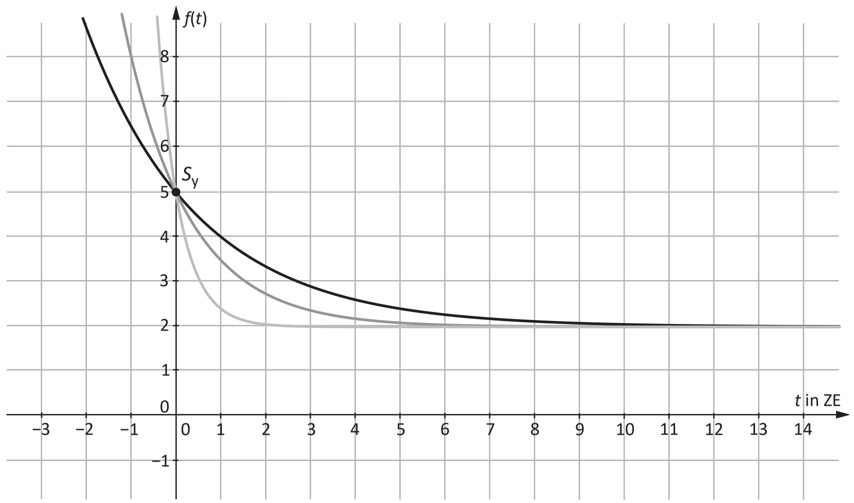
b) $f(t) = 7 - a \cdot e^{-0{,}3t}$



Schnittpunkt mit der Ordinatenachse bestimmen:

Graphen und Parameterauswirkung beschreiben:

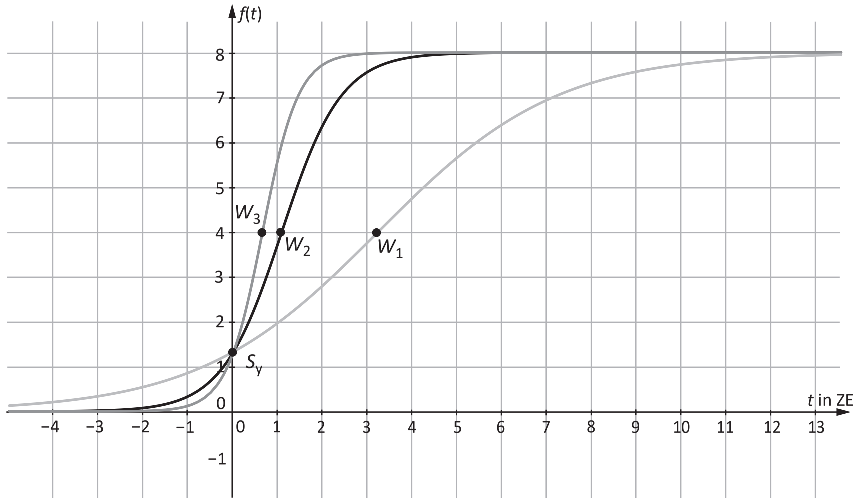
c) $f(t) = 2 + 3 \cdot e^{k \cdot t}$



Schnittpunkt mit der Ordinatenachse bestimmen:

Graphen und Parameterauswirkung beschreiben:

d) $f(t) = \dfrac{8}{1 + 5 \cdot e^{-b \cdot t}}$



Wendepunkt bestimmen:

Schnittpunkt mit der Ordinatenachse bestimmen:

Graphen und Parameterauswirkung beschreiben:

7.6 Strukturlegen – Vokabeln lernen

Schneiden Sie die Begriffe aus. Die Begriffe, die Sie im Zusammenhang mit dem Thema „Wachstumsprozesse“ fehlerfrei definieren können, kommen auf einen Stapel. Lesen Sie im Lehrbuch die Definitionen für die Begriffe nach, die Sie nicht fehlerfrei erklären können. Wenn Sie alle Begriffe definieren können, sortieren Sie die Begriffe inhaltlich, legen Sie ein Assoziationsbild aus allen Begriffen und kleben es auf.

Exponentielles Wachstum	Zerfall/negatives Wachstum
Explizite Darstellung	Begrenztes Wachstum
Wachstumsgeschwindigkeit	Wachstumsfaktor
Sättigungsmanko	Logistisches Wachstum
$f(t) = \frac{g}{1 + a \cdot e^{-b \cdot t}} = \frac{g}{1 + \left(\frac{g}{f(0)} - 1\right) \cdot e^{-k \cdot g \cdot t}}$	Wachstumskonstante
Sättigungsgrenze	$f(t) = g - a \cdot b^t = g - a \cdot e^{(\ln b) \cdot t} = g - a \cdot e^{k \cdot t}$
Prozentuale Entwicklung	Natürlicher Logarithmus (ln)
$f(t) = mt + b$	Anfangsbestand
DGL (Differentialgleichung)	$f(t) = a \cdot b^t = a \cdot e^{(\ln b) \cdot t} = a \cdot e^{k \cdot t}$
Zinseszins	Rekursive Darstellung
e-Funktion	Lineares Wachstum