Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner
Lehrauftrag Mathematik an der Kaufmännischen Schule Schwäbisch Hall
Studium der Mathematik an der Universität Mannheim

* * * * *

Umschlag Bild: © frhuynh - Fotolia.com

3. Auflage 2025
© 2023 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 0389-03
ISBN 978-3-8120-1176-1

Vorwort

Diese Aufgabensammlung richtet sich exakt nach der Prüfungsordnung für berufliche Gymnasien in Baden-Württemberg.
Die Aufgaben dienen zur Vorbereitung auf das Abitur 2026 und decken den gesamten Prüfungsstoff (Analysis, Stochastik, Vektorgeometrie) ab.

Auch zum neuen Prüfungsformat **Problemlösen** sind eine Vielzahl Aufgaben enthalten.
Die Einteilung nach Themengebieten und der Zulässigkeit von Hilfsmitteln ermöglicht ein gezieltes Üben.
Beispielaufgaben im Prüfungsumfang gewährleisten eine optimale Vorbereitung für die Abiturprüfung.

Eine Anzahl geeigneter Abituraufgaben früherer Jahre wurde von den Autoren umgearbeitet, ergänzt und so verändert, dass sie auch in der Frage- und Aufgabenstellung für die Abiturprüfung 2026 relevant sind.
Auch der Miteinbeziehung der IQB-Aufgaben in künftige Abiturjahrgänge wird Rechnung getragen. Die **Originalmusterprüfungsaufgabe** der Abiturkommision ist ebenfalls enthalten.

Da die Aufgabensammlungen allen Schülern und Schülerinnen bei der Vorbereitung auf das schriftliche Abitur helfen sollen, sind zu allen Aufgaben ausführliche Lösungen angegeben.

Die Lösungen zu den Originalprüfungsfragen wurden von den Autoren selbst erstellt. Sie basieren auf den offiziellen Vorgaben und bieten eine fachlich fundierte Hilfestellung zur Bearbeitung der Prüfungsaufgaben.

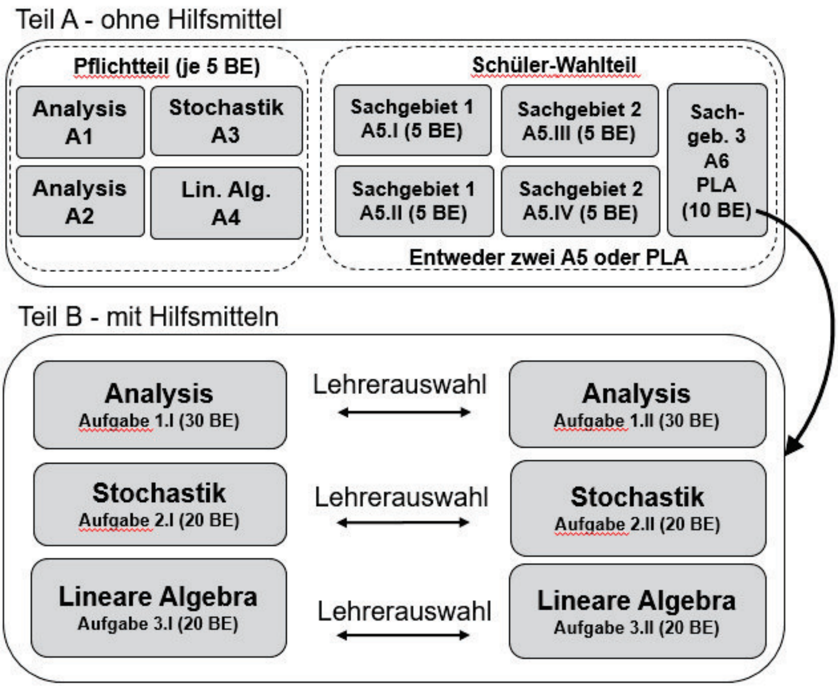
Videos tragen zu einem besseren Verständnis bei. Auf diese kann über eine Kurzadresse oder einen QR-Code zugegriffen werden.
Der Abiturmodus wird ausführlich in einem Video dargestellt.
WTR Bilder dienen der Veranschaulichung.
Autoren und Verlag wünschen viel Glück und Erfolg bei der Abiturprüfung.

Inhaltsverzeichnis

Ablauf der Abiturprüfung 2026 in Mathematik

www.mvurl.de/t8y9

Erhöhtes Anforderungsniveau (eAN) - Übersicht



* Sachgebiete sind Analysis, Stochastik, Lineare Algebra

Erläuterungen:

Teil A (ohne Hilfsmittel)

In diesem Prüfungsteil sind keine Hilfsmittel zugelassen.
Insgesamt sind hier maximal 30 BE (Bewertungseinheiten) erreichbar. Dabei sind 10 BE Schülerwahl. Der Anteil (in BE) an Stochastik, bzw. Linearer Algebra ist jedoch jeweils nicht größer als der Anteil an Analysis.
Im Pflichtteil müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Dies sind die Aufgaben mit den Nummern 1 bis 4. Für die anschließenden Aufgaben besteht eine Schülerauswahl. Es sind dies die Aufgaben mit den Nummern 5 bzw. 6.
Die Schülerinnen und Schüler wählen genau zwei der vier Aufgaben Nr. 5 aus (insgesamt 10 BE). Diese können aus demselben Sachgebiet sein.

Alternativ zu den beiden Aufgaben Nr. 5 kann die Problemlöse-Aufgabe (Nr. 6) mit 10 BE gewählt werden.Diese Problemlöse-Aufgabe deckt dabei das dritte, nicht von den Aufgaben Nr. 5 abgedeckte Sachgebiet ab.
Die Aufgaben der Linearen Algebra können sowohl das Themengebiet Vektorgeometrie als auch das Themengebiet Matrizen enthalten.

Teil B (mit Hilfsmittel)
In diesem Prüfungsteil sind als Hilfsmittel der in BW zugelassene wissenschaftliche Taschenrechner (WTR), sowie die für die beruflichen Schulen (BS) in BW eingeführte Merkhilfe (ohne Handbuch bzw. Einlegeblatt) erlaubt.
Weitere Hilfsmittel sind nicht zulässig.
Für jedes der drei Sachgebiete werden zwei Aufgaben vorgelegt.
Es besteht Auswahl durch die Fachlehrkraft. Aus jedem der drei Sachgebiete wird genau eine Aufgabe ausgewählt.
Im Sachgebiet Analysis sind maximal 30 BE erreichbar. In den Sachgebieten Stochastik und Lineare Algebra sind jeweils maximal 20 BE erreichbar.

Ablauf der schriftlichen Prüfung
Zu Prüfungsbeginn stehen den Schülerinnen und Schülern alle Aufgaben (d.h. Teil A und Teil B der Prüfung) zur Bearbeitung zur Verfügung.
Die Schülerinnen und Schüler entscheiden selbst über den Zeitpunkt der Abgabe der Bearbeitungen zum Teil A. Dieser Zeitpunkt muss im eAN innerhalb der ersten 110 Minuten nach Prüfungsbeginn sein.
Wird vom Prüfling aus Teil A die Option PLA (Aufgabe 6) gewählt, so besteht die Möglichkeit diese Aufgabe in Teil B zu bearbeiten und die zugelassenen Hilfsmittel für die Bearbeitung dieser Aufgabe auch einzusetzen.
Die zugelassenen Hilfsmittel (WTR und Merkhilfe) bekommen die Prüflinge genau dann, wenn die Bearbeitungen von Teil A (ggf. ohne PLA) unwiderruflich abgegeben worden sind. Sie werden den Schülerinnen und Schülern zur Bearbeitung von Teil B (und ggf. der PLA) ausgehändigt.
Die gesamte Arbeitszeit beträgt im eAN 300 Minuten.
Darin enthalten sind 30 Minuten Auswahlzeit (für die Schülerauswahl in Teil A) und max. 110 Minuten für die Bearbeitung von Teil A.

Umrechnung der Bewertungseinheiten (BE) in Notenpunkte - 100 BE Tabelle																
BE	100 -95	94 -90	89 -85	84 -80	79 -75	74 -70	69 -65	64 -60	59 -55	54 -50	49 -45	44 -40	39 -33	32 -27	26 -20	19 -0
Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

I Hilfsmittelfreier Teil der Abiturprüfung

1 Aufgabensätze Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel **Lösungen Seite 16-19**

(30 Bewertungseinheiten (BE))

Aufgabe 1 Analysis **BE**

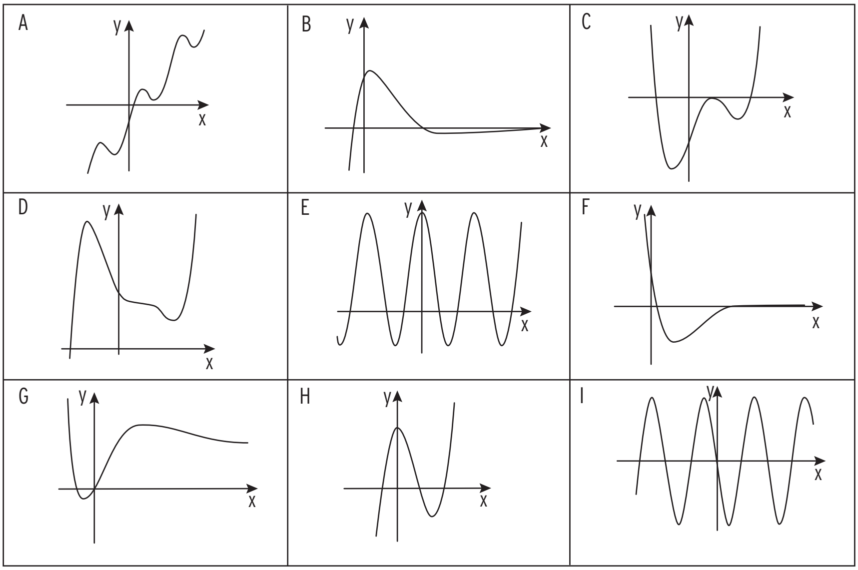
a Erläutern Sie anhand einer Skizze, ob das Integral $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin(x)dx$ größer, kleiner oder gleich Null ist. 2

b Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \cos(2x)$, $x \in \mathbb{R}$. 3
Geben Sie die Periode von f an.
Bestimmen Sie eine Lösung der Gleichung $\cos(2x) = -1$.

$\overline{5}$

Aufgabe 2 Analysis

Die Abbildungen zeigen Schaubilder von drei Funktionen sowie deren zugehörigen ersten und zweiten Ableitungen. Ordnen Sie jeweils dem Schaubild der Funktion das Schaubild ihrer ersten und zweiten Ableitung zu:



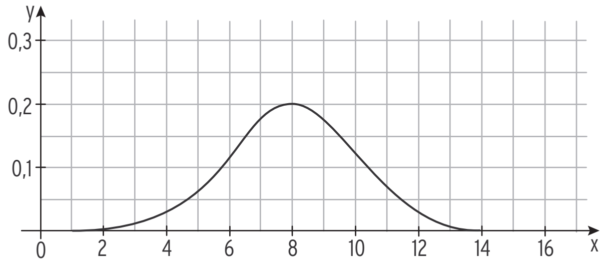
$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 3 Stochastik

BE

Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion der normalverteilten Zufallsgröße A.



a Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass A einen Wert aus dem Intervall [6;10] annimmt, beträgt etwa 68%. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass A einen Wert annimmt, der größer als 10 ist. 2

b Die Zufallsgröße B ist ebenfalls normalverteilt; der Erwartungswert von B ist ebensogroß wie der Erwartungswert von A, die Standardabweichung von B ist größer als die Standardabweichung von A. Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen der Dichtefunktion von B. 3

$\overline{5}$

Aufgabe 4 Lineare Algebra

Gegeben sind die Ebenen E_1 und E_2 mit

E_1: $6x_1 - x_2 - 4x_3 = 12$ und E_2: $-3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -6$.

Die Punkte A(2| 0|0) und B(0| 0| − 3) liegen in beiden Ebenen.

a Begründen Sie, dass die Ebenen E_1 und E_2 nicht identisch sind. 1

b Ermitteln Sie die Koordinaten eines von A und B verschiedenen Punktes, der ebenfalls in beiden Ebenen liegt. 2

c In der Gleichung von E_2 soll genau ein Koeffizient so geändert werden, dass eine Gleichung der Ebene E_1 entsteht. 2

Geben Sie diese Änderung an und begründen Sie Ihre Antwort.

$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Aufgabe 5 (Auswahl I) BE

Für eine Funktion f gilt:

(1) $f'(x) = 0$ für $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$

(2) $f''(-2) = -3$

(3) $f''(1) = 3$

(4) $f(-2) = \frac{19}{3}$

(5) $f(1) = \frac{11}{6}$

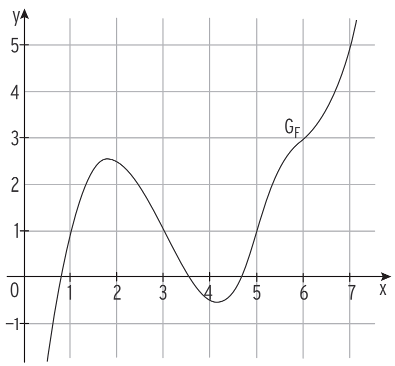
Welche Aussagen lassen sich daraus für das Schaubild von f treffen?

$\overline{5}$

Aufgabe 5 (Auswahl II)

Betrachtet werden die in ℝ definierten Funktionen f und F, wobei F eine Stammfunktion von f ist.

Die Abbildung zeigt den Graphen G_F von F.



a Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\int_1^7 f(x)dx$. 2

b Bestimmen Sie den Funktionswert von f an der Stelle 1. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung. 3

$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

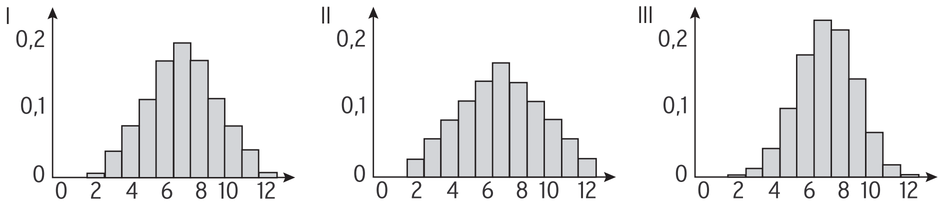
Aufgabe 5 (Auswahl III) **BE**

Gegeben sind die im Folgenden beschriebenen Zufallsgrößen X und Y:

- Ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind, wird zweimal geworfen. X gibt die dabei erzielte Augensumme an.
- Aus einem Behälter mit 60 schwarzen und 40 weißen Kugeln wird zwölfmal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Y gibt die Anzahl der entnommenen schwarzen Kugeln an.

a Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit $P(X = 4)$ mit der Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$ übereinstimmt. 2

b Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und Y werden jeweils durch eines der folgenden Diagramme I, II und III dargestellt. Ordnen Sie X und Y jeweils dem passenden Diagramm zu und begründen Sie Ihre Zuordnung. 3



$\overline{5}$

Aufgabe 5 (Auswahl IV)

a Eine Laplace-Münze wird dreimal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal Zahl und einmal Bild? 2

b Ein Würfel wird 20-mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal die Augenzahl 3? Geben Sie eine Term an. 1

c Die Zufallsvariable X hat folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: 2

x_i	− 3	− 1	0	5
$P(X = x_i)$	0,2	u	w	0,2

Der Erwartungswert von X beträgt 0,2.

Berechnen Sie u und w.

$\overline{5}$

Problemlöseaufgaben

Aufgaben Stochastik 10 Bewertungseinheiten

Aufgabe 8

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte.

Max und Moritz würfeln gegeneinander.
Sie haben drei verschiedene sechsseitige Würfel, deren Seiten mit folgenden Zahlen beschriftet sind:

Würfel A: 2, 2, 2, 2, 5, 5
Würfel B: 1, 1, 4, 4, 4, 4
Würfel C: 3, 3, 3, 3, 3, 3

Max darf sich zunächst einen Würfel aussuchen, mit welchem er später ein Mal würfelt. Dann darf sich Moritz einen von den verbliebenen zwei Würfeln aussuchen, mit welchem er später ein Mal würfelt. Wer die höhere Zahl wirft, gewinnt.
Welcher Spielteilnehmer hat die größten Chancen zu gewinnen?
Beschreiben und begründen Sie die Strategie, die hierfür gewählt werden sollte.

Problemlöseaufgaben

Aufgaben Lineare Algebra 10 Bewertungseinheiten

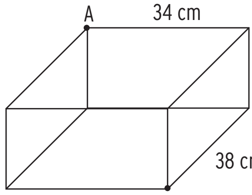
Lösungen Seite 38-41

Aufgabe 1 Vektorgeometrie (Lineare Algebra)

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Quadrat mit vier Dreiecken dargestellt. Die beiden dunkelgrauen Dreiecke (links und rechts) haben den gleichen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des hellgrauen Dreiecks.

Aufgabe 2

Eine Spinne befindet sich im Punkt A und möchte auf einer geschlossenen Schachtel nach B krabbeln. Sie kann Flächen queren oder Kanten entlang krabbeln.
Ermitteln Sie die Länge des kürzesten Weges.



Aufgabe 3

Die Eckpunkte $A(2 \mid 0 \mid 0)$, $B(2 \mid 2 \mid 0)$, $C(0 \mid 2 \mid 0)$, $D(0 \mid 0 \mid 0)$ und die Spitze $S(1 \mid 1 \mid 2)$ bilden eine Pyramide.
In der Pyramide soll eine Glocke eingebaut werden. Die Position der Glocke wird im Modell mit Q bezeichnet. Der Abstand von Q zu den Eckpunkten A, B, C und D soll jeweils dreimal so groß sein wie der Abstand von Q zur Spitze S.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes Q.

Aufgabe 4

Gegeben ist ein Dreieck mit den Eckpunkten $A(3 \mid 3 \mid 3)$, $B(3 \mid 5 \mid 3)$, $C(9 \mid 5 \mid 3)$.
Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes D, sodass das Volumen der Pyramide ABCD gleich 10 ist.

Problemlöseaufgaben

Aufgaben Lineare Algebra

Aufgabe 5

Ein Flugzeug befindet sich im Landeanflug. Dieser wird modelliert durch g

mit g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -48 \\ -48 \\ 3{,}1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -0{,}2 \end{pmatrix}$; $0 \leq t \leq 15$.

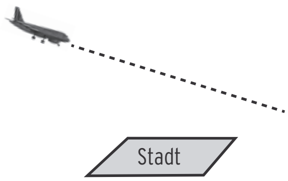
Hierbei ist t die Zeit in Minuten (t = 0 ist der Beginn des Landeanflugs) und die Längeneinheit ist Kilometer (km).

Die x_3-Koordinate ist die Flughöhe über dem Meeresspiegel.

Vor der Landung wurde eine Stadt überflogen. Diese Stadt wird modelliert durch das Rechteck ABCD. Es sind A(0 | 0 | 0,2) und C(11 | 4 | 0,2). Das Rechteck liegt in der Ebene mit der Gleichung $x_3 = 0{,}2$ und seine Seiten sind parallel zur x_1 -Achse bzw. x_2 -Achse.

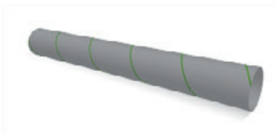
Aus Sicherheitsgründen muss das Flugzeug stets mindestens 300 m über der Stadt fliegen (siehe Abbildung).

Prüfen Sie, ob das Flugzeug diese Mindesthöhe über der Stadt einhält.



Aufgabe 6

Gegeben ist ein Zylinder mit einer Länge von 10 cm und einem Durchmesser von 2 cm.



Mit einem Stift ist eine spiralförmige Linie auf die runde Außenfläche des Zylinders gezeichnet, wie in der Abbildung dargestellt.

Die Linie beginnt an einem Ende des Zylinders und endet genau auf der gegenüberliegenden Seite. Sie umrundet den Zylinder also genau 5 Mal.

Berechnen Sie die Länge der Linie.

Problemlöseaufgaben

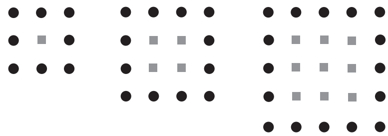
Aufgaben Analysis — 10 Bewertungseinheiten

Lösungen Seite 42-48

Aufgabe 1

Yannick legt Plättchen nach dem nebenstehenden Muster.

Bei welchem Schritt gibt es genau 136 mehr eckige als runde Plättchen?

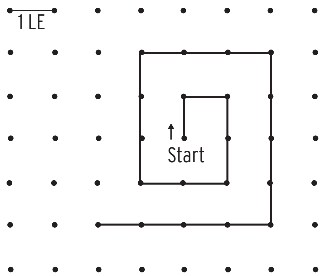


Aufgabe 2

In der Skizze sind die ersten beiden Windungen einer „Quadrat-Spirale“ dargestellt.

Eine Windung beginnt und endet stets im linken unteren Punkt.

Welche Windung hat eine Länge von 94 LE?



Aufgabe 3

Gegeben sind die Funktionen f mit $f(x) = x^3 + 4$ mit Schaubild K_f und g mit $g(x) = x^3$ mit Schaubild K_g. Berechnen Sie die Gleichung der gemeinsamen Tangente, also einer Geraden, welche beide Schaubilder berührt.

Aufgabe 4

Die Verbindungsgerade der beiden Punkte $P(\pi \mid \pi^2)$ und $Q(v \mid v^2)$ verläuft durch $S(0 \mid 1)$. Ermitteln Sie v.

Aufgabe 5

Gegeben sind folgende Eigenschaften einer Funktion:

1. $f(2) = f(4)$ 2. $f'(3) = 0$ 3. $f'(2) \approx 4{,}7$
4. $\int_0^4 f(x)\,dx \geq \int_0^1 f(x)\,dx > \int_0^2 f(x)\,dx$

Finden Sie einen Funktionsterm, der alle Bedingungen erfüllt. Begründen Sie.

Aufgabe 6

"Wenn jemand schon relativ schnell fährt, dann bringt es immer weniger Zeitersparnis, wenn man noch schneller fährt."

Beurteilen Sie diese Behauptung aus mathematischer Sicht.

II Teil B der Abiturprüfung mit Hilfsmittel

Übungsaufgaben im Prüfungsumfang

Teil 2 Analysis

Auszug aus der Merkhilfe

5 Analysis

Änderungsrate

Durchschnittliche / Mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_1]$ $\qquad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$

Momentane / Lokale Änderungsrate (Ableitung) an der Stelle x_0 $\qquad f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Ableitungsregeln

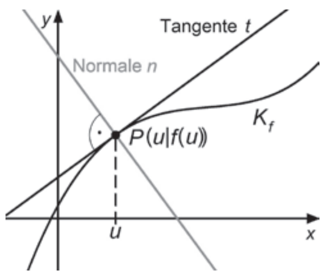
Summenregel	$f(x) = u(x) + v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
Faktorregel	$f(x) = a \cdot u(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = a \cdot u'(x)$
Kettenregel	$f(x) = u(v(x))$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$
Produktregel	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Spezielle Ableitungen / Stammfunktionen mit $C \in \mathbb{R}$

$f(x) = x^k$	$f'(x) = k \cdot x^{k-1}$	$F(x) = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C$ mit $k \neq -1$
$f(x) = e^{bx}$	$f'(x) = b \cdot e^{bx}$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot e^{bx} + C$ mit $b \in \mathbb{R}^*$
$f(x) = \sin(bx)$	$f'(x) = b \cdot \cos(bx)$	$F(x) = -\frac{1}{b} \cdot \cos(bx) + C$ mit $b \in \mathbb{R}^*$
$f(x) = \cos(bx)$	$f'(x) = -b \cdot \sin(bx)$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot \sin(bx) + C$ mit $b \in \mathbb{R}^*$

Tangente und Normale

Tangentensteigung	$m_t = f'(u)$
Tangentengleichung	$y = f'(u)(x - u) + f(u)$
Normalensteigung	$m_n = \frac{-1}{f'(u)}$
Normalengleichung	$y = \frac{-1}{f'(u)}(x - u) + f(u)$



Auszug aus der Merkhilfe

Merkhilfe Mathematik für die Sekundarstufe II an beruflichen Schulen in Baden-Württemberg

Untersuchung von Funktionen und ihren Schaubildern

Symmetrie	K_f ist symmetrisch zur y-Achse K_f ist symmetrisch zum Ursprung	$f(-x)=f(x)$ für alle x $f(-x)=-f(x)$ für alle x
Monotonie	f steigt monoton im Intervall J f fällt monoton im Intervall J	$f'(x)\ge 0$ im Intervall J $f'(x)\le 0$ im Intervall J
Krümmung	K_f ist im Intervall J linksgekrümmt K_f ist im Intervall J rechtsgekrümmt	$f''(x)\ge 0$ im Intervall J $f''(x)\le 0$ im Intervall J
Hochpunkt	K_f hat den Hochpunkt $H\left(x_0 \mid f(x_0)\right)$	$f'(x_0)=0$ und VZW +/- von $f'(x)$ bei x_0 oder $f''(x_0)<0$
Tiefpunkt	K_f hat den Tiefpunkt $T\left(x_0 \mid f(x_0)\right)$	$f'(x_0)=0$ und VZW -/+ von $f'(x)$ bei x_0 oder $f''(x_0)>0$
Wendepunkt	K_f hat den Wendepunkt $W\left(x_0 \mid f(x_0)\right)$	$f''(x_0)=0$ und VZW von $f''(x)$ bei x_0 oder $f'''(x_0)\ne 0$

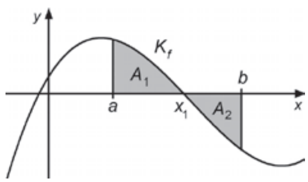
Berechnung bestimmter Integrale

$\int_a^b f(x)\,dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$, wobei F eine Stammfunktion von f ist.

Flächenberechnung

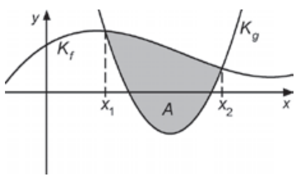
$$A_1=\int_a^{x_1} f(x)\,dx$$

$$A_2=-\int_{x_1}^{b} f(x)\,dx$$



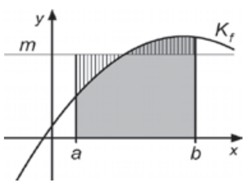
$$A=\int_{x_1}^{x_2}(f(x)-g(x))\,dx$$

falls $f(x)\ge g(x)$ für $x\in[x_1;x_2]$



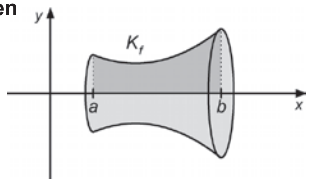
Mittelwert

$$m=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$



Rotationsvolumen

$$V=\pi\cdot\int_a^b (f(x))^2\,dx$$



Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht vollständig erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

Mathematik Abitur Teil B: Mit Hilfsmittel

Hinweis: In der Abiturprüfung 2026 hat die Analysis-Aufgabe nur noch 30 Bewertungseinheiten (BE)

Lösungen Seite 76 - 87

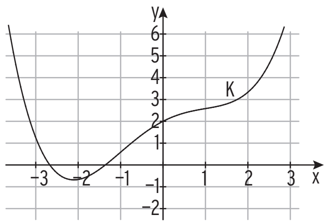
Aufgabe 1 - Aufgabe mit 40 Punkten **BE**

1.1 Das Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades geht durch den Punkt $S(0 \mid 2)$ und hat den Wendepunkt $W(1 \mid \frac{31}{12})$. Die Gerade im Kurvenpunkt $P(-3 \mid \frac{5}{4})$ hat die Steigung $\frac{1}{5}$ und schneidet das Schaubild senkrecht. 5

Stellen Sie ein LGS zur Bestimmung des Funktionsterms auf.

1.2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + x + 2;\ x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von f heißt K .

1.2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte von K. 6
Zeigen Sie: Die Tangente an K im Schnittpunkt mit der y-Achse ist parallel zu der Geraden durch die Wendepunkte.



1.2.2 Die Gerade mit der Gleichung $y = x + 2$ schließt mit K zwei Flächenstücke ein. Berechnen Sie den Inhalt eines der beiden Flächenstücke. 6
Markieren Sie die berechnete Fläche in einer Skizze.

1.3 C ist das Schaubild der Funktion h mit

$$h(x) = 3\sin(x - 3);\ \ x \in \mathbb{R}.$$

Wie entsteht das Schaubild C aus dem Schaubild der Funktion k mit $k(x) = \sin(x)$? 5
Geben Sie zwei Schnittpunkte mit der x-Achse, einen Hoch- und einen Tiefpunkt von C an.

Mathematik Abitur Teil B: Mit Hilfsmittel

Analysis

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

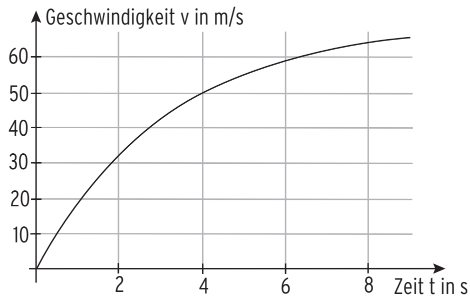
BE

2.1 Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 3e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$.

2.1.1 Das Schaubild von g, die beiden Koordinatenachsen und die Gerade mit der Gleichung $x = 2{,}5$ begrenzen eine Fläche. Zeigen Sie, für den Inhalt dieser Fläche gilt $A = 3 - 3 \cdot e^{-2{,}5}$. 4

2.1.2 Die Fläche aus 2.1.1 rotiert um die x-Achse. Dabei entsteht ein Rotationskörper. Der Rotationskörper wird so durchbohrt, dass die Bohrachse mit seiner Symmetrieachse übereinstimmt. Diese Bohrung hat den Durchmesser 1. Welches Volumen hat der Restkörper? 5

3 Bei einem Beschleunigungsrennen (Drag Race) versuchen die Teilnehmer mit ihren Rennwagen eine kurvenfreie Strecke in möglichst kurzer Zeit zurückzulegen. Der Bordcomputer des Fahrzeuges eines Teilnehmers nahm den in der Abbildung dargestellten Geschwindigkeitsverlauf auf.



Dieser Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Zeit lässt sich durch die Funktion v mit $v(t) = -70 \cdot e^{-0{,}313t} + 70$; $0 \leq t \leq 8{,}75$ modellieren. Verwenden Sie für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben dieses Modell.

3.1 Nach wieviel Sekunden hat das Fahrzeug eine Geschwindigkeit von 100 km/ h erreicht? 4

3.2 Nach 8,75 Sekunden fährt das Fahrzeug durch das Ziel. Ermitteln Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit des Fahrzeugs. Welche Länge hat die Rennstrecke? 5

40

III Musterprüfungsaufgaben zur Abiturprüfung am beruflichen Gymnasium ab 2024

Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

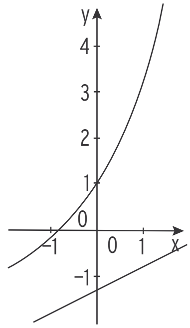
Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 1 Analysis — **Bewertungseinheiten (BE)**

1 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x$.

a Begründen Sie, dass der Graph von f und der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$ keinen gemeinsamen Punkt besitzen. 2

b Für eine positive reelle Zahl c wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion g_c mit $g_c(x) = \frac{1}{2}x - c$ betrachtet.
Die Abbildung zeigt die Graphen von f und g_c.
Die beiden Graphen schließen mit der y-Achse und der Gerade mit der Gleichung x = 1 eine Fläche mit dem Inhalt 3 ein.
Berechnen Sie c. 3



$\overline{5}$

Pflichtteil Aufgabe 2 Analysis

2 Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = x^3 + x$; $x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild von f ist K.

a Zeigen Sie, dass K keine waagrechte Tangente besitzt. 3
Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an K mit der Steigung 1.

b Eine der folgenden Abbildungen zeigt das Schaubild einer Stammfunktion von f. Begründen Sie, welche dies ist. 2

Abbildung 1

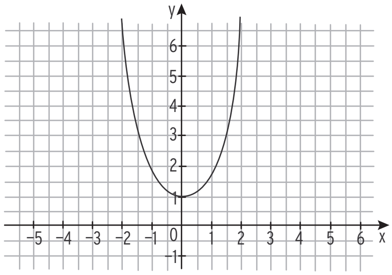
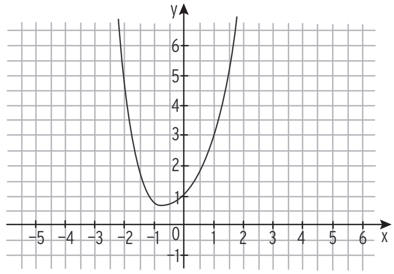


Abbildung 2



$\overline{5}$

Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

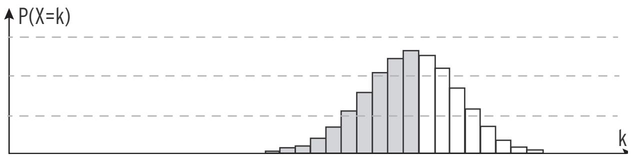
Pflichtteil Aufgabe 3

Stochastik **Bewertungseinheiten (BE)**

3 Gegeben sind die binomialverteilten Zufallsgrößen X und Y.
X hat die Parameter n = 40 und $p_X = 0{,}65$.

a Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit P(X = 30) berechnet werden kann. 1

b Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X. 2



Für einen Wert von k stellen die grau markierten Säulen die Wahrscheinlich keit $P(X \leq k)$ dar. Ermitteln Sie diesen Wert von k.

c Die Zufallsgröße Y hat ebenfalls den Parameter n = 40. Geben Sie alle Werte von p_Y mit $0 < p_Y < 1$ an, für die die Wahrscheinlichkeit P(Y = 10) größer ist als die Wahrscheinlichkeit P(Y = 30). 2

5

Pflichtteil Aufgabe 4

Vektorgeometrie

4 Gegeben sind die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$
und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.

a Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von g und h an. Zeigen Sie, dass g und h senkrecht zueinander verlaufen. 2

b Die Ebene E enthält die Geraden g und h. Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. 3

5

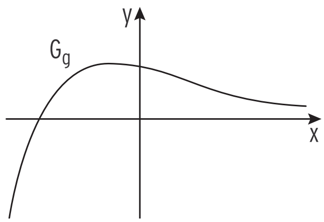
Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Wahlteil Aufgabe 5

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

5 **(Auswahl I)**
Die Abbildung zeigt den Graphen G_g einer in $\mathbb{R}$ definierten, differenzierbaren Funktion g. Betrachtet wird eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f, für deren
erste Ableitungsfunktion $f'(x) = e^{g(x)}$ gilt.



a Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Extrempunkt hat. 2

b Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Wendepunkt hat. 3

5

Wahlteil Aufgabe 5

Analysis

5 **(Auswahl II)**

Für ein festes $b > 0$ ist die Funktion p festgelegt durch 5
$p(x) = \frac{1}{4}\,x(x + 2)(x - b)\ ;\ x \in \mathbb{R}$.

Beurteilen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche der Aussagen falsch sind.

(1) Es gilt: $p(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$.

(2) Der Graph von p besitzt einen Hochpunkt mit positiver x-Koordinate.

(3) Es existiert genau ein Wert für b, so dass der Graph jeder Stammfunktion

von p symmetrisch zur y-Achse ist.

5

Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Wahlteil Aufgabe 5

Stochastik **Bewertungseinheiten (BE)**

5 **(Auswahl III)**
Die Zufallsgrößen X und Y können jeweils die Werte 3, 4 und 5 annehmen.

a Für die Zufallsgröße X gilt: $P(X = 3) = \frac{1}{3}$ und $P(X = 4) = \frac{1}{4}$. 2
Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

b Für die Zufallsgröße Y gilt: $P(Y = 3) = \frac{1}{3}$, $P(Y = 4) \geq \frac{1}{6}$ und $P(Y = 5) \geq \frac{1}{6}$. 3

Bestimmen Sie alle Werte, die für den Erwartungswert von Y infrage kommen.
$\overline{5}$

Wahlteil Aufgabe 5

Stochastik

5 **(Auswahl IV)**
Bei einem Zufallsexperiment können die Ereignisse A und B eintreten. 5
Die Wahrscheinlichkeit, dass A eintritt, beträgt $\frac{1}{3}$.

Der Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B)$ ist $\frac{3}{5}$.

Der Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_{\overline{B}}(\overline{A})$ ist $\frac{5}{9}$.

Stellen Sie den Sachverhalt in zwei unterschiedlichen Baumdiagrammen dar, tragen Sie die gegebenen Wahrscheinlichkeiten ein und ermitteln Sie den Wert von P(B).

$\overline{5}$

Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

Teil A PLA

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.

Wahlteil Aufgabe 6

Vektorgeometrie **Bewertungseinheiten (BE)**

6 Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise.

Durch Vertauschen (Permutation) der Koordinaten eines Punktes P(2|4|6) entstehen neue Punkte.

Formulieren Sie zwei Annahmen über die Lage der Punkte und untersuchen Sie, ob Ihre Annahmen zutreffen.

10

Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

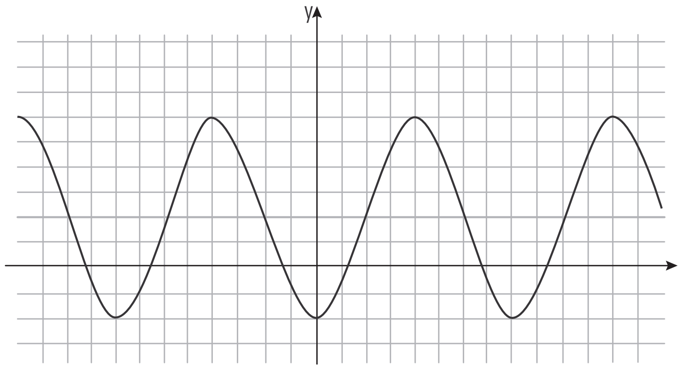
Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

1.1 Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 2\sin(\frac{\pi}{2}(x-1)) + 1$; $x \in \mathbb{R}$.
Der Graph von g ist G.

a Die folgende Abbildung zeigt G. 3
Skalieren Sie die Koordinatenachsen.
Geben Sie ohne Rechnung die Koordinaten von zwei benachbarten Wendepunkten von G an.



b Beschreiben Sie durch welche Transformationen G aus dem Graphen von h mit $h(x) = \sin(x)$; $x \in \mathbb{R}$ erzeugt wird. 3

1.2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = -e^{\ln(2)x} + 2$; $x \in \mathbb{R}$.
Der Graph von f ist K_f.
Gegeben ist zudem die Gerade g mit der Gleichung $y = -\frac{3}{2}x + 1$.

a Begründen Sie, dass für f die Darstellung $f(x) = -2^x + 2$, gilt und geben Sie die Nullstelle von f an. 2

b Zeichnen Sie K_f und g in ein Koordinatensystem mit $-2{,}1 \leq x \leq 2{,}5$ ein. 3

Musterprüfungsaufgabe 1 Mathematik eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

c Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_0^2 (1 + \frac{3}{2}x - e^{\ln(2)x})dx$ 5

und interpretieren Sie das Integral im geometrischen Zusammenhang bzgl. K_f und g.

d Eine Gerade k geht durch den Punkt Q(0| 1) und einen weiteren Punkt von K_f. Ermitteln Sie alle Werte, die die Steigung von k annehmen kann. 2

e Für $0 \leq x \leq 1$ wird f durch eine quadratische Funktion p angenähert. Der Übergang des Graphen von p zu K_f soll im Punkt (1|f(1)) stetig und im Punkt (0|f(0)) knickfrei sein. 4
Bestimmen Sie den Wert, um den sich die Funktionswerte von f und p an der Stelle x = 0,5 unterscheiden.

1.3 Die Kontur eines Glases wird durch die Funktion w mit $w(x)= \frac{16}{5}\sqrt{x} - \frac{3}{4}x + \frac{1}{5}$;$0 \leq x \leq 10$, modelliert. Dabei entspricht eine Längeneinheit einem Zentimeter in der Realität.

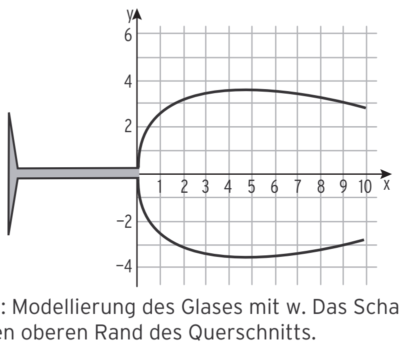


Abb.1: Modellierung des Glases mit w. Das Schaubild von w ist den oberen Rand des Querschnitts.

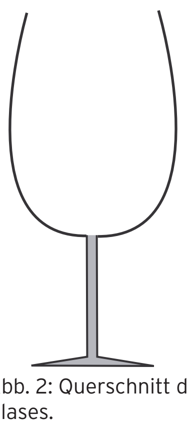


Abb. 2: Querschnitt des Glases.

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

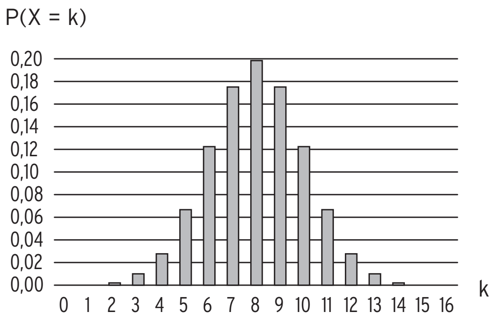
Teil A ohne Hilfsmittel Pflichtteil Aufgabe 3 BE

Stochastik

Eine Urne enthält 15 weiße und 15 rote Kugeln. Aus dieser wird 16-mal mit Zurücklegen gezogen.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.



a Geben Sie den Erwartungswert von X an. 1

b Bestimmen Sie mit Hilfe von Werten aus der Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(6 \leq X \leq 7)$. 2

c Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der gezogenen roten Kugeln an. Erläutern Sie, warum die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ebenfalls durch die Abbildung oben dargestellt werden kann. 2

$\overline{5}$

Teil A ohne Hilfsmittel Pflichtteil Aufgabe 4

Lineare Algebra

Gegeben sind die Punkte $A(1 \mid 3 \mid 3)$, $B(9 \mid -1 \mid -5)$, $C(3 \mid 5 \mid -5)$ und $M(5 \mid 1 \mid -1)$.

a Weisen Sie folgende Sachverhalte nach: 2

(1) Der Punkt M ist Mittelpunkt der Strecke AB.

(2) Die Vektoren $\overrightarrow{AM}$ und $\overrightarrow{MC}$ schließen einen rechten Winkel ein.

b Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes, der doppelt so weit vom Punkt M entfernt ist wie vom Punkt C. 3

$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

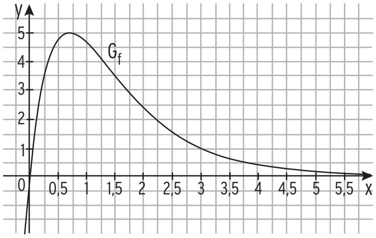
Wahlteil Aufgabe 5

Analysis (Auswahl I) BE

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion

$f\colon x \mapsto e^{-x} - e^{-2x}$.

G_f schneidet die x-Achse an der Stelle $x_1 = 0$ und hat einen Hochpunkt an der Stelle x_H.



a Weisen Sie rechnerisch nach, dass x_1 die einzige Nullstelle von f ist. 2

b Entscheiden Sie mit Hilfe der Abbildung, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung. 3

(1) $f''(0{,}5) > 0$

(2) $\int_0^2 f(x)\,dx < 2 \cdot f(x_H)$

$\overline{5}$

Analysis (Auswahl II)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (x - 1)$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Ihr Graph ist K_f.

a Geben Sie die Nullstellen von f an. 1

b Betrachtet wird die Tangente an K_f im Schnittpunkt von K_f mit der y-Achse. 4

Zeigen Sie, dass diese Tangente mit K_f einen gemeinsamen Punkt auf der x-Achse hat.

$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

Wahlteil Aufgabe 5 **BE**

Lineare Algebra (Auswahl III)

Gegeben sind die beiden 2×2-Matrizen A und B sowie der Vektor $\vec{v}$.

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \; \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

a Zeigen Sie rechnerisch, dass B eine inverse Matrix zu A ist. 2

b Geben Sie im Kontext eine mögliche Fragestellung an, die durch die Lösung des folgenden Gleichungssystems beantwortet werden kann. 3

$2v_1 - v_2 = 1$

$-3v_1 + v_2 = 2$

$\overline{5}$

Lineare Algebra (Auswahl IV)

Für eine reelle Zahl a ist die Gerade g durch g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

Außerdem wird die Ebene E beschrieben durch E: $x_1 + x_2 = 3$.

a Bestimmen Sie den Wert von a so, dass sich g und E orthogonal schneiden. 2

b Für a = 1,5 schneidet g die x_1-Achse im Punkt P und die Ebene E im Punkt S(1 | 2 | 3). Zudem ist der Punkt Q (1 | 2 | 0) bekannt. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQS. 3

$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A Problemlöseaufgabe (PLA)

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.

Wahlteil Aufgabe 6 BE

Stochastik

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise.

Drei zufällig mit derselben Wahrscheinlichkeit gewählte, verschiedene Eckpunkte eines regelmäßigen Fünfecks (d. h. alle Seiten sind gleich lang, alle Innenwinkel betragen 108°) werden zu einem Dreieck verbunden. 10

Untersuchen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Mittelpunkt des Fünfecks innerhalb des Dreiecks liegt.

$\overline{10}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

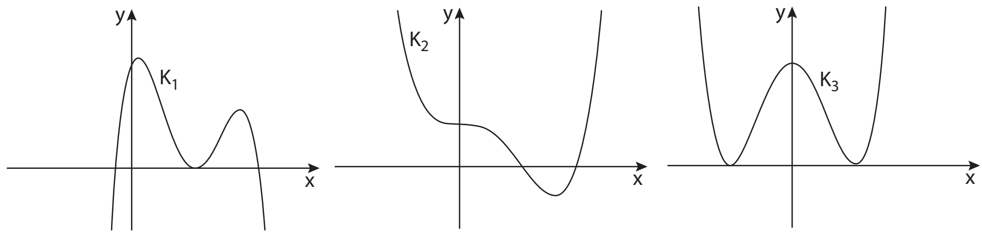
Teil B (mit Hilfsmitteln)

Analysis

Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I **Bewertungseinheiten (BE)**

1.1 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$.
Ihr Graph ist K.

a Einer der drei Graphen stellt K dar. 6
Beurteilen Sie für jeden Graph, ob es sich um K handeln kann.



b Berechnen Sie die Koordinaten aller Punkte, an denen K eine waagrechte Tangente hat. 5
Geben Sie für jeden dieser Punkte an, ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt.

c Weisen Sie nach, dass f bei x = 2 eine Nullstelle hat. 1

Neben dem Wendepunkt W(2 | 0) besitzt K einen weiteren Wendepunkt S(0 | f(0)). Der Punkt $P(1 \mid \frac{4}{3})$ liegt oberhalb des Graphen von f.

d Weisen Sie nach, dass sich die beiden Wendetangenten im Punkt P schneiden. 6

e Das Dreieck PSW wird von K in zwei Teile geteilt. 4
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Teilfläche oberhalb von K.

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Analysis Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I

1.2 Die CO_2-Konzentration der Atmosphäre wird seit 1958 durchgehend gemessen. Dabei sind die jährlichen Durchschnittswerte der Jahre 2012 bis 2022 in folgender Tabelle eingetragen. Die CO_2-Konzentration wird in Millionstel (ppm, „parts per million") angegeben.

Jahr	CO_2 (ppm)
2012	394,06
2013	396,74
2014	398,81
2015	401,01
2016	404,41
2017	406,76
2018	408,72
2019	411,65
2020	414,21
2021	416,41
2022	418,53

Quelle:
Dr. Pieter Tans, NOAA/GML and Dr. Ralph Keeling, Scripps Institution of Oceanography
URL: https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/data.html, heruntergeladen am 15.05.2023

a Bestimmen Sie die durchschnittliche Änderungsrate der CO_2-Konzentration im Zeitraum 2012 bis 2022. 2

b Ermitteln Sie ein mathematisches Modell für den gegebenen Verlauf der CO_2-Konzentration. Geben Sie dazu eine geeignete Funktionsgleichung an. Begründen Sie Ihre Auswahl. 6

c Berechnen Sie die CO_2-Konzentration, die laut Ihrem Modell im Jahr 2100 zu erwarten ist. 2

d Deuten Sie im Sachzusammenhang, warum ein mathematisches Modell, das auf Messungen innerhalb der Jahre 2012 bis 2022 beruht, nicht grundsätzlich für eine Vorhersage der CO_2-Konzentration im Jahr 2100 verwendet werden kann. 3

Lösungen Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 3

Stochastik

www.mvurl.de/42wg

a $\mu = 8$ (hier liegt die höchste Einzelwahrscheinlichkeit vor)

b $P(6 \le X \le 7) = P(X = 6) + P(X = 7) \approx 0{,}12 + 0{,}175 = 0{,}295$

c Da gleich viele weiße wie rote Kugeln in der Urne sind, sind auch die Wahrscheinlichkeiten, eine rote bzw. eine weiße Kugel zu ziehen, immer gleich groß. Damit ergibt sich bei derselben Anzahl an Versuchen dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Pflichtteil Aufgabe 4

Lineare Algebra

www.mvurl.de/sizk

a (1) $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OM}$

oder: $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \overrightarrow{MB}$, damit ist M Mittelpunkt von AB.

(2) $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

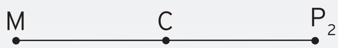
$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} = 4 \cdot (-2) + (-2) \cdot 4 + (-4) \cdot (-4) = 0$

b $\overrightarrow{OP_1} = \overrightarrow{OM} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{MC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \\ -11 \end{pmatrix} \Rightarrow P_1\left(\frac{11}{3} \,\middle|\, \frac{11}{3} \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right)$

Skizze:

Hinweis (Alternativlösung):

$\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OM} + 2 \cdot \overrightarrow{MC} \Rightarrow P_2\,(1 \mid 9 \mid -9)$



Lösungen Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

Wahlteil Aufgabe 5

Analysis (Auswahl I)

www.mvurl.de/bv6z

a Bedingung: $f(x) = 0 \Leftrightarrow e^{-x} - e^{-2x} = 0$

Ausklammern: $e^{-x} \cdot (1 - e^{-x}) = 0$

Nullprodukt: $e^{-x} = 0$ (keine Lösung)

$1 - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow 1 = e^{-x} \Rightarrow x_1 = 0$

b (1) Der Graph von f ist an der Stelle $x = 0{,}5$ rechtsgekrümmt, daher ist die zweite Ableitung hier negativ. Aussage ist also falsch.

(2) $A_1 = \int_0^2 f(x)\,dx$ entspricht dem Inhalt zwischen G_f und der x-Achse auf $[0; 2]$.

$A_2 = 2 \cdot f(x_H)$ entspricht dem Inhalt eines Rechtecks mit der Breite 2 und der Höhe $f(x_H)$.

Anhand der Abbildung erkennt man, dass A_2 größer als A_1 ist.

Die Aussage ist also wahr.

Analysis (Auswahl II)

www.mvurl.de/capl

a Bedingung: $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4) \cdot (x - 1) = 0$

Nullprodukt: $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \vee x - 1 = 0$

Lösungen: $x_1 = -2$; $x_2 = 2$; $x_3 = 1$

b $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (x - 1) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

Ableitung: $f'(x) = 3x^2 - 2x - 4$

Schnittpunkt mit y-Achse: $f(0) = 4 \Rightarrow S_y(0 \mid 4)$; Steigung: $f'(0) = -4$

Tangentengleichung: $t(x) = -4x + 4$

Der gemeinsame Punkt muss sich in einer positiven Nullstelle von f befinden. Es gilt: $t(1) = 0 = f(1)$, der gemeinsame Punkt ist also $(1 \mid 0)$.

Lösungen Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Wahlteil Aufgabe 5

Lineare Algebra (Auswahl III)

www.mvurl.de/lywd

a $A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$

b Wie lauten die Koordinaten eines Vektors $\vec{v}$, wenn das Produkt $A \cdot \vec{v}$ den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ergibt?

Bestimmen Sie $\vec{v}$, so dass $A \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ gilt.

Lineare Algebra (Auswahl IV)

www.mvurl.de/b31n

a Ein Normalenvektor der Ebene E lautet $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Für a = 0 entspricht der Richtungsvektor von g diesem Normalenvektor.

g und E schneiden sich orthogonal für a = 0.

b Einsetzen von a = 1,5 und Berechnung der Koordinaten von P:

Bedingung: $x_2 = 0 \Leftrightarrow 2 + t = 0 \Rightarrow t = -2$ (alternativ über $x_3 = 0$)

$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow P(-1 \mid 0 \mid 0)$

$\overrightarrow{PQ}$ liegt in der x_1x_2-Ebene. S liegt senkrecht über Q. Das Dreieck ist also rechtwinklig mit einem rechten Winkel in Q.

$A = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{PQ}\right| \cdot \left|\overrightarrow{QS}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot 3 = 3 \cdot \sqrt{2}$

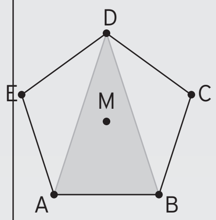
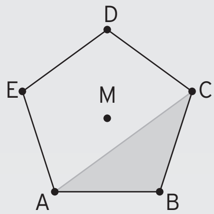
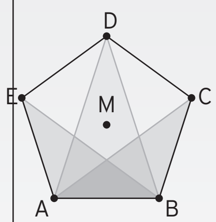
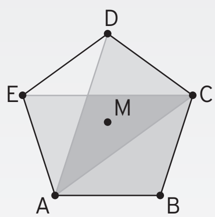
Hinweis: E verläuft parallel zur x_3-Achse durch Q und S

und z.B. durch (3| 0 | 0) oder (0 | 3 | 0).

Lösungen Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 6 - Problemlöseaufgabe (PLA)

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informationen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen	Problem in eigene Worte fassen oder anhand Skizze darstellen: • Wie sieht ein regelmäßiges Fünfeck aus, in welchem drei von fünf Eckpunkten zu einem Dreieck verbunden sind, dessen Seiten Diagonalen des Fünfecks entsprechen? • Beispiele:  
Durch-führung	• „Einlassen" auf das Problem • Untersuchung von Beispielen/ Spezialfällen • Vermutungen äußern • Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen • (allgemeine) Strukturen finden • Vermutungen testen/überprüfen • evtl. Vermutungen ergänzen/anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren	Wie viele Möglichkeiten gibt es, drei Eckpunkte des Fünfecks als Eckpunkte eines Dreiecks auszuwählen? Es gibt $5 \cdot 4 \cdot 3$ Kombinationen, drei Eckpunkte aus 5 Punkten auszuwählen. Für jede gewählte Kombination gibt es $3 \cdot 2 \cdot 1$ verschiedene Reihenfolgen. Dies führt auf: $n = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \binom{5}{3} = 10$ **z. B.: Untersuchung von Spezialfällen (Strategie 1)** Mit drei nebeneinander liegenden Punkten findet man die Dreiecke ABC, BCD, CDE, ADE und ABE, bei denen M nicht innerhalb des Dreiecks liegt. Dies sind 5 Fälle.   Mit zwei Punkten nebeneinander und einem gegenüber findet man die Dreiecke ABD, BCE, ACD, BDE und ACE, bei denen M innerhalb des Dreiecks liegt. Dies sind ebenfalls 5 von 10 Fälle.

Lösungen Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 6 - Problemlöseaufgabe (PLA)

<table>
<tr><th>Kriterien</th><th>Indikatoren</th><th>Erwartungshorizont</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>ODER z. B.: Systematisches Probieren (Strategie 2)
<table>
<tr><th>Eckpunkte des Dreiecks</th><th>Mittelpunkt innerhalb?</th></tr>
<tr><td>ABC</td><td>nein</td></tr>
<tr><td>ABD</td><td>ja</td></tr>
<tr><td>ABE</td><td>nein</td></tr>
<tr><td>ACD</td><td>ja</td></tr>
<tr><td>ACE</td><td>ja</td></tr>
<tr><td>ADE</td><td>nein</td></tr>
<tr><td>BCD</td><td>nein</td></tr>
<tr><td>BCE</td><td>ja</td></tr>
<tr><td>BDE</td><td>ja</td></tr>
<tr><td>CDE</td><td>nein</td></tr>
</table>
Erkenntnis: In 5 von 10 Fällen liegt der Mittelpunkt innerhalb des Dreiecks.</td></tr>
<tr><td>Rückblick</td><td>• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen/ reflektieren
• bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren
• alternative Lösungswege suchen/ formulieren
• ...</td><td>Folgerung: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 0,5 bzw. 50 %.
Die Strategien führen jeweils direkt zur gesuchten Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, wobei dieser Wert eine „Laplace-Wahrscheinlichkeit“ darstellt.

www.mvurl.de/9bvp</td></tr>
<tr><td>Darstellung</td><td>• übersichtlich
• strukturiert
• verständlich
• nachvollziehbar
• ...</td><td></td></tr>
</table>