Vorwort

Der vorliegende Band ist ein Lehr- und Arbeitsbuch zum Thema „Beschreibung von Produktionsprozessen durch Matrizen“ für die wirtschaftswissenschaftlichen Gymnasien (WG).
Es richtet sich exakt nach dem aktuellen Bildungsplan von 2021 für die beruflichen Gymnasien (eA) in Baden-Württemberg.

Dabei berücksichtigt das Autorenteam sowohl die im Lehrplan geforderten inhalts- als auch die prozessbezogenen Kompetenzen (modellieren, Werkzeuge und mathematische Darstellungen nutzen, kommunizieren, innermathematische Probleme lösen, Umgang mit formalen und symbolischen Elementen, argumentieren).

Von den Autoren wurde bewusst darauf geachtet, dass die im Bildungsplan aufgeführten Kompetenzen und Zielformulierungen inhaltlich vollständig und umfassend thematisiert werden. Dabei bleibt den Lehrkräften genügend didaktischer Freiraum, eigene Schwerpunkte zu setzen.

Hinweise und Anregungen, die zur Verbesserung beitragen, werden dankbar aufgegriffen.

Die Verfasser

Inhaltsverzeichnis

Beschreibung von Produktionsprozessen durch Matrizen

Mithilfe von Matrizen können Produktionsprozesse beschrieben werden.
Erhält z. B. eine metallverarbeitende Fabrik einen Auftrag, so können mithilfe der Matrizen die notwendigen Mengeneinheiten (ME) an Rohstoffen (Eisen, Kupfer, ...) und der Materialfluss oder auch die Kosten und der Gewinn ermittelt werden.

Qualifikationen & Kompetenzen

- Einstufige und zweistufige Produktionsprozesse beschreiben
- Verflechtungsmatrizen angeben
- Produktions- und Verbrauchsvektoren bestimmen
- Rohstoff- und Herstellkosten ermitteln
- Gewinne berechnen
- Lösungsstrategien entwickeln und vergleichen
- Wirtschaftliche Situationen mathematisch beschreiben

2 Verflechtungsmatrizen

In einem zweistufigen Produktionsprozess werden z. B. aus zwei **Rohstoffen** R_1 und R_2 die **Zwischenprodukte** Z_1, Z_2 und Z_3 und daraus die **Endprodukte** E_1, E_2 und E_3 gefertigt.

Beispiel 1

➲ Die Herstellung von je 1 ME von Zwischenprodukt Z_1 erfordert 2 ME des Rohstoffs R_1 und 1 ME des Rohstoffs R_2. Die Produktion von je 1 ME von Zwischenprodukt Z_2 erfordert 3 ME des Rohstoffs R_1 und 2 ME von R_2. Für je 1 ME von Z_3 benötigt man 4 ME des Rohstoffs R_1 und 6 ME des Rohstoffs R_2. Für die Fertigstellung von je 1 ME des Endproduktes E_1 sind 2 ME von Zwischenprodukt Z_1, 1 ME von Z_2 und 5 ME von Z_3 erforderlich. Aus 1 ME Z_1, 0 ME Z_2 und 1 ME von Z_3 wird 1 ME von E_2 erzeugt. Für die Produktion von E_3 sind pro ME jeweils 1 ME Z_1, 2 ME Z_2 und 3 ME von Z_3 erforderlich.

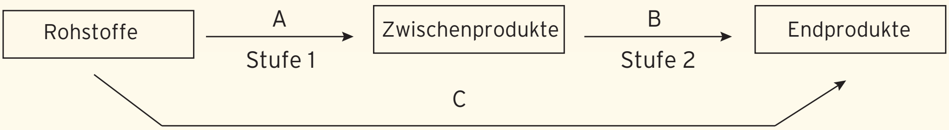
a) Stellen Sie die zugehörigen Stücklisten und die Verflechtungsmatrizen auf.

b) Wie viel ME der Rohstoffe werden für je eine ME der Endprodukte benötigt?

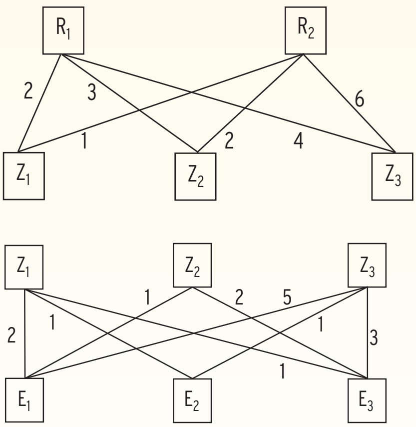
Lösung

a) Darstellung der Verflechtung in **Diagrammen**.

Als **Fertigungsschema**



Als **Verflechtungsdiagramm**



Als **Stückliste (Verflechtungstabelle):**

	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	2	3	4
R_2	1	2	6

	E_1	E_2	E_3
Z_1	2	1	1
Z_2	1	0	2
Z_3	5	1	3

Was man wissen sollte … über einen zweistufigen Produktionsprozess

Darstellung eines zweistufigen Produktionsprozesses

• durch **Stücklisten**:

	Z_1	Z_2	Z_3
R_1			
R_2			

	E_1	E_2	E_3
Z_1			
Z_2			
Z_3			

	E_1	E_2	E_3
R_1			
R_2			

• durch **Verflechtungsmatrizen**:

$A = A_{RZ}$ Rohstoff-Zwischen-produkt-Matrix	$B = B_{ZE}$ Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix	$C = C_{RE}$ Rohstoff-Endprodukt-Matrix

• durch ein **Fertigungsschema**:

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{Rohstoffe}} \arrow[r, "A", "\text{Stufe 1}"'] \arrow[rr, bend right, "C"'] & \boxed{\text{Zwischenprodukte}} \arrow[r, "B", "\text{Stufe 2}"'] & \boxed{\text{Endprodukte}} \end{tikzcd}$$

Die Matrix A beschreibt, wie viel ME der einzelnen Rohstoffe für je eine ME der Zwischenprodukte benötigt werden.
Die Matrix B beschreibt, wie viel ME der einzelnen Zwischenprodukte für je eine ME der Endprodukte benötigt werden.
Die Matrix C beschreibt, wie viel ME der einzelnen Rohstoffe für je eine ME der Endprodukte benötigt werden.

Die **Zeilenzahl von B** muss mit der **Spaltenzahl von A** übereinstimmen.
Die **Zeilenzahl von C** muss mit der **Zeilenzahl von A** übereinstimmen.

Zwischen den Verflechtungsmatrizen gilt der Zusammenhang:

$$A \cdot B = C$$

Merkregel: $(RZ) \cdot (ZE) = (RE)$

Hinweis: Es wird unterstellt, dass die Rohstoffe **nur** über die Produktion der Zwischenprodukte in die Endprodukte eingehen.

3 Produktions- und Verbrauchsvektoren

Beispiel 1

Ein Unternehmen stellt aus drei Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 Zwischenprodukte und daraus die Endprodukte E_1, E_2 und E_3 her. Die nebenstehende Stückliste gibt den Bedarf an Rohstoffen für je 1 ME der Endprodukte an.

	E_1	E_2	E_3
R_1	3	1	2
R_2	2	1	4
R_3	1	2	5

a) Wie viele Rohstoffe werden benötigt, um 2 ME von E_1, 5 ME von E_2 und 3 ME von E_3 herzustellen?

b) Wie viele Endprodukte können aus 27 ME von R_1, 35 ME von R_2 und 40 ME von R_3 hergestellt werden?

Lösung

Für die Produktion von **je einer ME** E_1 braucht man 3 ME R_1,
je einer ME E_2 braucht man 1 ME R_1,
je einer ME E_3 braucht man 2 ME R_1.

a) Für die Produktion von **2** ME von E_1, **5** ME von E_2 und **3** ME von E_3

- braucht man $(3 \cdot \mathbf{2} + 1 \cdot \mathbf{5} + 2 \cdot \mathbf{3})$ ME R_1, also **17 ME** R_1.
- braucht man $(2 \cdot \mathbf{2} + 1 \cdot \mathbf{5} + 4 \cdot \mathbf{3})$ ME R_2, also **21 ME** R_2.
- braucht man $(1 \cdot \mathbf{2} + 2 \cdot \mathbf{5} + 5 \cdot \mathbf{3})$ ME R_3, also **27 ME** R_3.

In Matrixschreibweise: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = C_{RE} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ 21 \\ 27 \end{pmatrix}$

Für die Herstellung von 2 ME von E_1, 5 ME von E_2 und 3 ME von E_3 werden 17 ME von R_1, 21 ME von R_2 und 27 ME von R_3 benötigt.

b) Aus den Rohstoffen werden x_1 ME von E_1, x_2 ME von E_2 und x_3 ME von E_3 produziert.
Dann gilt für 27 ME R_1: $3 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 27$
für 35 ME R_2: $2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 35$
und für 40 ME R_3: $1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 = 40$

Lineares Gleichungssystem für x_1, x_2, x_3: $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 27 \\ 2 & 1 & 4 & 35 \\ 1 & 2 & 5 & 40 \end{array}\right)$

Auflösung des linearen Gleichungssystems (Zeile 3 und Zeile 1 werden getauscht):

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & 40 \\ 2 & 1 & 4 & 35 \\ 3 & 1 & 2 & 27 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & 40 \\ 0 & 3 & 6 & 45 \\ 0 & -5 & -13 & -93 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & 40 \\ 0 & 3 & 6 & 45 \\ 0 & 0 & -9 & -54 \end{array}\right)$$

Lösung: $x_1 = 4$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$.

Es können 4 ME von E_1, 3 ME von E_2 und 6 ME von E_3 hergestellt werden.

Produktionsvektor für die Endprodukte: $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

Was man wissen sollte … über Verflechtungsmatrizen, Verbrauchs- und Produktionsvektoren

Matrizengleichung

$A \cdot \vec{z} = \vec{r}$	$B \cdot \vec{x} = \vec{z}$	$C \cdot \vec{x} = \vec{r}$

- Fragestellung

Für	$A \cdot \vec{z} = \vec{r}$	$B \cdot \vec{x} = \vec{z}$	$C \cdot \vec{x} = \vec{r}$
ist **gegeben:**	$\vec{z}$	$\vec{x}$	$\vec{x}$
und **gesucht:**	$\vec{r}$	$\vec{z}$	$\vec{r}$

Lösung

durch **Einsetzen** des gegebenen Vektors.

Berechnung von	$A \cdot \vec{z}$	$B \cdot \vec{x}$	$C \cdot \vec{x}$

ergibt den gesuchten Verbrauchs- oder Produktionsvektor.

- Fragestellung

Für	$A \cdot \vec{z} = \vec{r}$	$B \cdot \vec{x} = \vec{z}$	$C \cdot \vec{x} = \vec{r}$
ist **gegeben:**	$\vec{r}$	$\vec{z}$	$\vec{r}$
und **gesucht:**	$\vec{z}$	$\vec{x}$	$\vec{x}$

Lösung

Einsetzen des gegebenen Vektors ergibt ein **lineares Gleichungssystem**

für	z_1, z_2, z_3	x_1, x_2, x_3	x_1, x_2, x_3

Auflösung ergibt den gesuchten Verbrauchs- oder Produktionsvektor.

Merkregel

$A \cdot \vec{z} = \vec{r}$

$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \\ \\ \\ Z_1\ Z_2\ Z_3 \end{array} & \begin{array}{c} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \\ \hline \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \end{array}$$

$$(RZ) \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$$

$B \cdot \vec{x} = \vec{z}$

$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \\ \\ \\ E_1\ E_2\ E_3 \end{array} & \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \\ \hline \begin{array}{c} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}\begin{array}{c} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{array} \end{array}$$

$$(ZE) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix}$$

$C \cdot \vec{x} = \vec{r}$

$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \\ \\ \\ E_1\ E_2\ E_3 \end{array} & \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \\ \hline \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \end{array}$$

$$(RE) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$$

4 Kosten

Beispiel 1

Ein Betrieb produziert aus den drei Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 die Produkte P_1 und P_2. Der Materialfluss in Mengeneinheiten (ME) ist der Tabelle (Stückliste) zu entnehmen.
Die Rohstoffkosten betragen 7 GE (Geldeinheiten) für 1 ME R_1, 3 GE für 1 ME R_2 und 2 GE für 1 ME R_3. Berechnen Sie die gesamten Rohstoffkosten für die Produktion von 120 ME von P_1 und 80 ME von P_2.

	P_1	P_2
R_1	4	6
R_2	0	8
R_3	5	3

Lösung

Berechnung der **Rohstoffkosten** für zum Beispiel 1 ME von P_1:
In 1 ME von P_1 sind enthalten

Kosten für 1 ME	R_1	R_2	R_3		
				R_1	4
				R_2	0
				R_3	5
	7	3	2		$7 \cdot 4 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 5 = 38$

$$(7\ \ 3\ \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = 38$$

Die Rohstoffkosten für 1 ME von P_1 betragen 38 GE.
Berechnung der **Rohstoffkosten** für zum Beispiel 1 ME von P_2:
In 1 ME von P_2 sind enthalten

Kosten für 1 ME	R_1	R_2	R_3		
				R_1	6
				R_2	8
				R_3	3
	7	3	2		$7 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 3 = 72$

$$(7\ \ 3\ \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix} = 72$$

Die Rohstoffkosten für 1 ME von P_2 betragen 72 GE.
Multiplikation von links mit dem Kostenvektor $\vec{k}$ (als Zeilenvektor) ergibt die Rohstoffkosten für je eine ME der Produkte.

$$(7\ \ 3\ \ 2) \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 8 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = (38\ \ 72)$$

Für die Herstellung von **1 ME** von $\mathbf{P_1}$ betragen die Rohstoffkosten 38 GE,
für **1 ME** von $\mathbf{P_2}$ betragen die Rohstoffkosten 72 GE.

Rohstoffkosten für die Produktion von 120 ME von P_1 und 80 ME von P_2:
Multiplikation von Rohstoffkosten je ME P_1 und je ME P_2 mit dem Produktionsvektor ergibt die **Gesamtrohstoffkosten** (eine Zahl).

Kosten für 1 ME	P_1	P_2		
			P_1	120
			P_2	80
	38	72		$38 \cdot 120 + 72 \cdot 80 = 10\,320$

In Matrixschreibweise: $\underbrace{(38\ \ 72)}_{\text{Rohstoffkostenvektor } \vec{k}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 120 \\ 80 \end{pmatrix}}_{\text{Produktionsvektor } \vec{x}} = \underbrace{10\,320}_{\text{Gesamtrohstoffkosten}}$

Gesamtrohstoffbedarf: $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 8 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 960 \\ 640 \\ 840 \end{pmatrix}$; Gesamtrohstoffkosten: $(7\ \ 3\ \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 960 \\ 640 \\ 840 \end{pmatrix} = 10\,320$

Gewinnermittlung

Beispiel 1

In einer Großkonditorei werden täglich drei verschiedene Torten gebacken. Dafür werden aus den drei Zutaten Ei, Mehl, Butter zwei verschiedene Teige und eine Creme hergestellt. Den Materialbedarf in Mengeneinheiten (ME) zeigen folgende Tabellen (Bei den Torten ist 1 ME dasselbe wie 1 Torte):

	Torte 1	Torte 2	Torte 3
Teig 1	2	2	1
Teig 2	1	1	1
Creme	2	1	2

	Torte 1	Torte 2	Torte 3
Ei	19	18	19
Mehl	10	10	9
Butter	15	17	19

Die Großkonditorei kalkuliert mit folgenden Kosten (in Geldeinheiten GE):

$\vec{k}_R = (0{,}1\ \ 0{,}2\ \ 0{,}6)$ Kosten für je eine ME der Zutaten,

$\vec{k}_Z = (0{,}8\ \ 1{,}0\ \ 0{,}6)$ Fertigungskosten je ME Teig/Creme,

$\vec{k}_E = (3\ \ 5\ \ 7)$ Fertigungskosten je Torte.

Die täglichen Fixkosten liegen bei 1200 GE.

Wie hoch sind die variablen Herstellkosten, wenn 100 Torten 1, 150 Torten 2 und 120 Torten 3 produziert werden?

Welche Kosten entfallen auf jede dieser Torten durchschnittlich? Wie hoch ist der Gewinn, wenn Torte 1 für 30 GE, Torte 2 für 35 GE und Torte 3 für 30 GE verkauft werden?

Lösung

Es gilt: **Variable Herstellkosten je ME der Endprodukte:**

$$\vec{k}_v = \vec{k}_R \cdot C + \vec{k}_Z \cdot B + \vec{k}_E$$

$$\vec{k}_v = (0{,}1\ \ 0{,}2\ \ 0{,}6) \cdot \begin{pmatrix} 19 & 18 & 19 \\ 10 & 10 & 9 \\ 15 & 17 & 19 \end{pmatrix} + (0{,}8\ \ 1{,}0\ \ 0{,}6) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} + (3\ \ 5\ \ 7)$$

$$\vec{k}_v = (12{,}9\ \ 14\ \ 15{,}1) + (3{,}8\ \ 3{,}2\ \ 3{,}0) + (3\ \ 5\ \ 7)$$

$$\vec{k}_v = (19{,}7\ \ 22{,}2\ \ 25{,}1)$$

Variable Herstellkosten für den Auftrag: $K_v = \vec{k}_v \cdot \vec{x}$

$$K_v = (19{,}7\ \ 22{,}2\ \ 25{,}1) \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \\ 120 \end{pmatrix} = 8312$$

Die variablen Herstellkosten betragen 8312 GE.

Gesamtkosten: $K = K_v + K_{fix} = 8312 + 1200 = 9512$

Durchschnittliche Kosten pro Torte: $\frac{9512}{370} = 25{,}71$

Auf jede dieser 370 Torten entfallen etwa 26 GE an Kosten.

Einnahmen (Erlöse): $E = (30\ \ 35\ \ 30) \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \\ 120 \end{pmatrix} = 11\,850$

Gewinn: $G = E - K = 11\,850 - 9512 = 2338$

Der Gewinn beträgt 2338 GE.

Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse

1 Berechnen Sie.

a) $(40\ \ 10\ \ 22)\begin{pmatrix}12{,}30\\4{,}50\\18{,}40\end{pmatrix}$

b) $(0{,}3\ \ 1\ \ 0{,}2)\begin{pmatrix}1&2&4\\1&2&5\\1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}100\\50\\120\end{pmatrix}$

2 Eine Spielzeugfabrik stellt aus drei verschiedenen Kunststoffgranulaten K_1, K_2 und K_3 drei Bauteile B_1, B_2 und B_3 her. Diese werden in drei verschiedene Spielsets S_1, S_2, und S_3 verpackt. Den Materialbedarf in Mengeneinheiten (ME) zeigen folgende Tabellen:

	B_1	B_2	B_3
K_1	2	0	2
K_2	1	2	2
K_3	1	2	0

	S_1	S_2	S3
B_1	1	1	0
B_2	1	0	2
B3	0	4	3

a) Erstellen Sie eine Tabelle, die den Granulatbedarf für die Spielsets zeigt.

b) Ein Auftrag über 10 ME S_1, 12 ME S_2 und 17 ME S_3 soll möglichst schnell ausgeführt werden können. Wie viele ME an Kunststoffgranulaten muss der Betrieb dazu vorrätig haben?

c) Ein Kunde bestellt 20 ME S_1, 30 ME S_2 und 100 ME S_3. Die variablen Herstellkosten je Spielset betragen 10 GE für S_1, 8 GE für S_2 und 12,5 GE für S_3.
Die Fixkosten betragen 200 GE.
Für welchen Preis je Spielset wird Kostendeckung erzielt, wenn der Preis für die Spielsets jeweils gleich sein soll?

3 Die Großbäckerei Korn verarbeitet Weizenmehl, Roggenmehl, Mineralwasser und sonstige Rohstoffe zu den drei Zwischenprodukten Weißbrotteig, Schwarzbrotteig und Mischteig, aus denen die drei Endprodukte Baguette, Bauernbrot und Brötchen gemäß folgender Tabellen hergestellt werden:

	Baguette	Bauernbrot	Brötchen
Weizenmehl	15	8	11
Roggenmehl	12	6	6
Mineralwasser	9	7	7

	Baguette	Bauernbrot	Brötchen
Weißbrotteig	2	2	3
Schwarzbrotteig	1	0	2
Mischteig	5	3	1

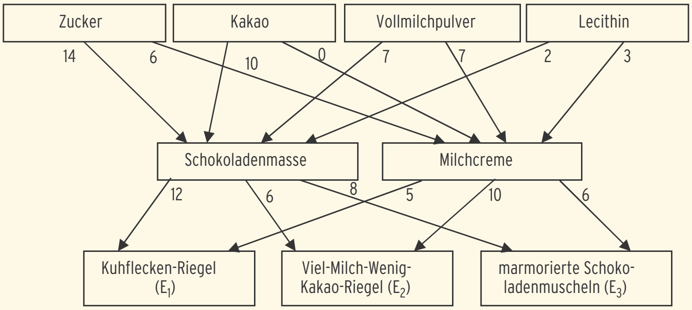
a) Im Lager befinden sich noch 3240 ME Weizenmehl, 2280 ME Roggenmehl und 2160 ME Mineralwasser. Wie viele ME der Backwaren können hergestellt werden, wenn alle Lagerbestände aufgebraucht werden sollen?

b) Zeigen Sie: $M = \frac{1}{15}\begin{pmatrix}-6&7&4\\9&-13&-1\\3&4&-2\end{pmatrix}$ ist die Inverse der Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix.

Berechnen Sie, wie viele ME Weizenmehl für je eine ME Weißbrotteig, Schwarzbrotteig und Mischteig benötigt werden.

Lehrbuch Seite 11

2 Verflechtungsdiagramm



Das Element b_{12} der Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix ist 6. Es gibt an, dass zur Herstellung einer ME „Viel-Milch-Wenig-Kakao-Riegel“ 6 ME Schokoladenmasse benötigt werden.

Lehrbuch Seite 17

1 $A \cdot B = C = \begin{pmatrix} 14 & 13 & 19 \\ 20 & 19 & 27 \\ 27 & 27 & 35 \end{pmatrix}$

Für 1 ME E_1 werden 14 ME R_1, 20 ME R_2 und 27 ME R_3 benötigt.

Für 1 ME E_2 werden 13 ME R_1, 19 ME R_2 und 27 ME R_3 benötigt.

Für 1 ME E_3 werden 19 ME R_1, 27 ME R_2 und 35 ME R_3 benötigt.

Lehrbuch Seite 18

2 $A = A_{RZ}$; $B = B_{ZE}$; $C = C_{RE}$

Zusammenhang: $A \cdot B = C$ $\quad A = C \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ mit $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -0{,}5 \end{pmatrix}$

Für 1 ME Z_1 braucht man 2 ME R_1, 1 ME R_2 und 3 ME R_3.

Für 1 ME Z_2 braucht man 1 ME R_1, 1 ME R_2 und 1 ME R_3.