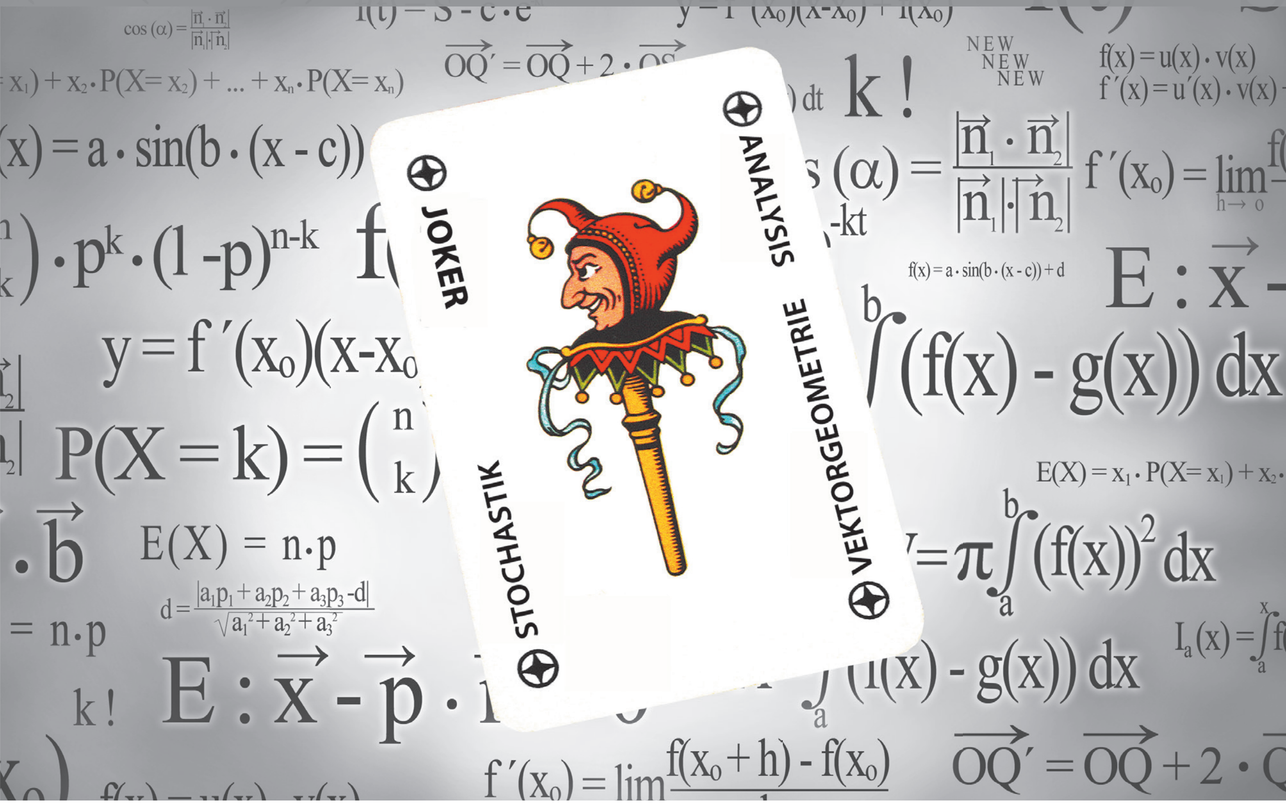
Rosner

Optimale Vorbereitung auf das Abitur in Mathematik

Grundlegendes Anforderungsniveau

Verständliche Zusammenfassungen und Basisübungen mit ausführlichen Lösungen

Berufliches Gymnasium in Baden-Württemberg



Merkur Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Der Verfasser:

Stefan Rosner
Lehrer an der Kaufm. Schule in Schwäbisch Hall
stefan_rosner@hotmail.com

* * * * *

1. Auflage 2023

Gesamtherstellung:

MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de

lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

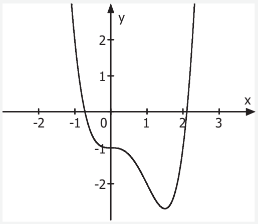
Merkur-Nr. 0381-01
ISBN 978-3-8120-1097-9

Funktionstypen

Ganzrationale Funktion

$f(x) = x^4 - 2x^3 - 1$

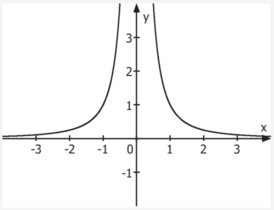
(S. 12)



Potenzfunktionen

$f(x) = \frac{1}{x^2}$

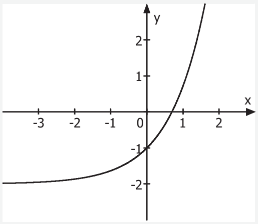
(S. 16)



Exponentialfunktion

$f(x) = e^x - 2$

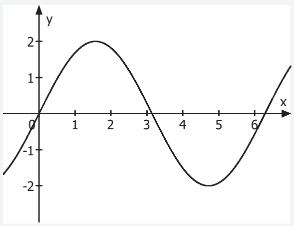
(S. 18)



Trignonometrische Funktion

$f(x) = 2 \cdot \sin(x)$

(S. 20)

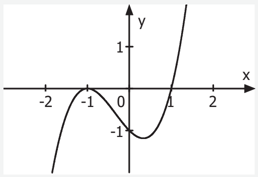


Analysis
Funktionen

Nullstellenansatz

$f(x) = (x+1)^2 \cdot (x-1)$

(S. 14)

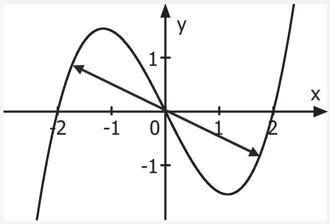


Symmetrie

…zur y-Achse

…zum Ursprung

(S. 24)



Spiegeln, Strecken und Verschieben

(S. 22)

2.2 Gleichungstypen: Konkretes Lösungsvorgehen

1. Polynomgleichungen

Typ 1 **Gegenoperation**	**Typ 2** **Satz vom Nullprodukt**	**Typ 3** **abc - bzw. pq - Formel**
$2x-4=0 \quad \vert +4$ $2x=4 \quad \vert :2$ $x=2$		
$2x^2-4=0 \quad \vert +4$ $2x^2=4$ $x^2=2 \quad \vert \sqrt{}$ $x_1=\sqrt{2}\approx 1{,}41$ $x_2=-\sqrt{2}\approx -1{,}41$	$2x^2-4x=0$ $x\cdot(2x-4)=0$ **S. v. Nullpr.** (S. 36) $x_1=0 \qquad 2x-4=0$ $2x=4$ $x_2=2$	$x^2-8x+15=0$ mit **abc - Formel**: $(a=1;\ b=-8;\ c=15)$ $x_{1/2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $=\dfrac{8\pm\sqrt{8^2-4\cdot 15}}{2}$ $=\dfrac{8\pm 2}{2}$ $x_1=5; \quad x_2=3$ oder mit **pq - Formel**: $x_{1/2}=-\dfrac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2-q}$ (*Bei dieser Formel muss vor dem* x^2 *stets eine* $+1$ *stehen!*)
$2x^3-4=0$ $2x^3=4$ $x^3=2 \quad \vert \sqrt[3]{}$ $x=\sqrt[3]{2}$ $x\approx 1{,}26$	$2x^3-4x=0$ $x\cdot(2x^2-4)=0$ **S. v. Nullpr.** $x_1=0 \qquad 2x^2-4=0$ $2x^2=4$ $x^2=2 \quad \vert \sqrt{}$ $x_2=\sqrt{2}\approx 1{,}41$ $x_3=-\sqrt{2}\approx -1{,}41$	

www.mvurl.de/eps4

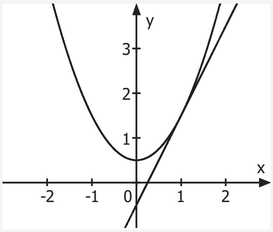
Typ 1 **Gegenoperation**	**Typ 2** **Satz vom Nullprodukt**	**Typ S** **Substitution führt zu** $\dots u^2 + \dots u + \dots = 0$
$2x^4 - 4 = 0 \quad \vert +4$ $2x^4 = 4 \quad \vert :2$ $x^4 = 2 \quad \vert \sqrt[4]{}$ $x_1 = \sqrt[4]{2} \approx 1{,}19$ $x_2 = -\sqrt[4]{2} \approx -1{,}19$	$2x^4 - 4x = 0$ $x \cdot \left(2x^3 - 4\right) = 0$ **S. v. Nullpr.** $x_1 = 0 \qquad 2x^3 - 4 = 0$ $2x^3 = 4$ $x^3 = 2$ $x_2 = \sqrt[3]{2}$ $x_2 \approx 1{,}26$	$x^4 - 8x^2 + 15 = 0$ **Substitution :** $\left(x^4 = u^2;\ \ x^2 = u\right)$ $u^2 - 8u + 15 = 0$ $u_{1/2} = \dfrac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 15}}{2}$ (abc-Formel) $= \dfrac{8 \pm 2}{2}$ $u_1 = 5; \qquad u_2 = 3$ **Rücksubstitution :** $x^2 = 5 \qquad x^2 = 3$ $x_1 = \sqrt{5} \approx 2{,}34 \qquad x_3 = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ $x_2 = -\sqrt{5} \approx -2{,}34 \qquad x_4 = -\sqrt{3} \approx -1{,}73$

2. Exponentialgleichungen

Typ 1 **Gegenoperation**	**Typ 2** **Satz vom Nullprodukt**	**Typ S** **Substitution führt zu** $\dots u^2 + \dots u + \dots = 0$
$e^x = 0{,}5 \quad \vert \ln$ $x = \ln(0{,}5)$ $x \approx -0{,}69$ oder $e^{2x-1} = 0{,}5 \quad \vert \ln$ $2x - 1 = \ln(0{,}5) \quad \vert +1$ $2x = \ln(0{,}5) + 1 \quad \vert :2$ $x = \dfrac{\ln(0{,}5) + 1}{2}$ $x \approx 0{,}153$	$2e^{2x} - e^x = 0$ $e^x \cdot (2e^x - 1) = 0$ **S. v. Nullpr.** $e^x = 0 \qquad 2e^x - 1 = 0$ $x = \ln(0) \qquad e^x = 0{,}5$ keine Lösung $\qquad x = \ln(0{,}5)$ $x \approx -0{,}69$	$e^{2x} - 8e^x + 15 = 0$ **Substitution :** $\left(e^{2x} = u^2;\ \ e^x = u\right)$ $u^2 - 8u + 15 = 0$ $u_{1/2} = \dfrac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 15}}{2}$ (abc-F.) $= \dfrac{8 \pm 2}{2}$ $u_1 = 5; \qquad u_2 = 3$ **Rücksubstitution :** $e^x = 5 \qquad e^x = 3$ $x_1 = \ln(5) \approx 1{,}6 \qquad x_2 = \ln(3) \approx 1{,}1$

Tangente

(S. 44)



Ableitungsregeln
$f(x) =$
$f'(x) =$

(S. 40)

Monotonie

(S. 46)

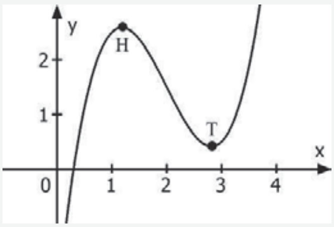
Differenzialrechnung

Krümmung

(S. 47)

Hochpunkte
und
Tiefpunkte

(S. 48)



Extremwertaufgaben
(S. 58)

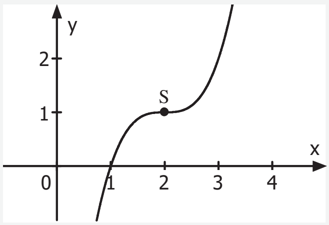
Ermittlung von Funktionsgleichungen
Eine Funktion 4. Grades hat den Hochpunkt H(3|4), den Tiefpunkt...
Wie lautet ihr Funktionsterm?
(S. 54)

Graphisches Ableiten
N E W
N E W
N E W

(S. 52)

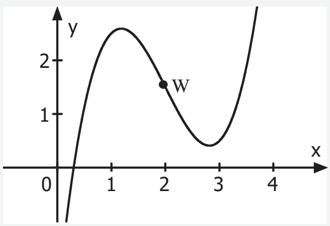
Sattelpunkte

(S. 50)



Wendepunkte

(S. 49)



4 Integralrechnung

4.1 Integrationsregeln („Aufleitungsregeln“)

Nr.	Beispiel	Vorgehen
	Elementarregeln	
1	$f(x) = x^5$ $F(x) = \frac{1}{6}x^6$ $f(x) = x^2$ $F(x) = \frac{1}{3}x^3$	$f(x) = x^{Exponent}$ $F(x) = \frac{1}{Exponent+1} \cdot x^{Exponent+1}$ (Potenzregel)
2	$f(x) = e^x$ $F(x) = e^x$	*Abschreiben*
3	$f(x) = \sin(x)$ $F(x) = -\cos(x)$	$\sin \rightarrow -\cos \rightarrow -\sin \rightarrow \cos \rightarrow \sin$ (*Gegen den Uhrzeigersinn!*)
4	$f(x) = \cos(x)$ $F(x) = \sin(x)$	
	Vorgehensregeln	
5	$f(x) = \mathbf{2} \cdot x^2$ $F(x) = \mathbf{2} \cdot \frac{1}{3}x^3 = \frac{2}{3}x^3$	*„Zahlen“ mit $\cdot$ oder $:$ „bleiben“* (Faktorregel)
6	$f(x) = x^2 + \mathbf{2}$ $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \mathbf{2x}$	*„Zahlen“ mit $+$ oder $-$ „erhalten ein x“*
7	$f(x) = x^2 - 4x$ $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$	*$+$ und $-$ Zeichen unterteilen die Funktion in Teilfunktionen, welche einzeln aufgeleitet werden* (Summenregel)

http://mvurl.de/xtxi

Nr.	Beispiel	Vorgehen
		Produktregel
8	$f(x)=x^2\cdot e^x$ $\mathrm{F}(x)=?$	Die Produktregel zum Aufleiten (partielle Integration) wird im Abitur nicht verlangt.

		Anwendungen der Kettenregel
9	$f(x)=e^{2x+3}$ $\mathrm{F}(x)=e^{2x+3}\cdot\frac{1}{2}$	$f(x)\ =e^{\mathit{Exponent}}$ $\mathrm{F}(x)\ =e^{\mathit{Exponent}}\cdot\frac{1}{\mathit{Exponent\ abgeleitet}}$
10	$f(x)=\sin(2x+3)$ $\mathrm{F}(x)=-\cos(2x+3)\cdot\frac{1}{2}$	$f(x)\ =\sin(\mathit{Klammerinhalt})$ $\mathrm{F}(x)\ =-\cos(\mathit{Klammerinhalt})\cdot\frac{1}{\mathit{Klammerinhalt\ abgeleitet}}$
11	$f(x)=\cos(2x+3)$ $\mathrm{F}(x)=\sin(2x+3)\cdot\frac{1}{2}$	$f(x)\ =\cos(\mathit{Klammerinhalt})$ $\mathrm{F}(x)\ =\sin(\mathit{Klammerinhalt})\cdot\frac{1}{\mathit{Klammerinhalt\ abgeleitet}}$
12	$f(x)=(2x+3)^5$ $\mathrm{F}(x)=\frac{1}{6}\cdot(2x+3)^6\cdot\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{12}\cdot(2x+3)^6$	$f(x)\ =(\mathit{Klammerinhalt})^{\mathit{Exponent}}$ $\mathrm{F}(x)\ =\frac{1}{\mathit{Exponent}+1}\cdot(\mathit{Klammerinhalt})^{\mathit{Exponent}+1}\cdot\frac{1}{\mathit{Klammerinhalt\ abgeleitet}}$

Annahme: *Klammerinhalt* bzw. *Exponent* ist linear („enthält nur x, also kein x^2, e^x, ...“)

Hinweis: Integrationskonstante

Eine Funktion hat nur eine Ableitungsfunktion, aber **unendlich viele Stammfunktionen**, da der hintere Summand $\boldsymbol{c}$ (Integrationskonstante) beim Ableiten verschwindet.

Allg.: $\mathrm{F}(x)=\frac{1}{3}x^3+\boldsymbol{c}$

$$\mathrm{F}(x)=\frac{1}{3}x^3 \qquad \mathrm{F}(x)=\frac{1}{3}x^3+2 \qquad \mathrm{F}(x)=\frac{1}{3}x^3-3$$

$$\nwarrow \qquad \uparrow \qquad \nearrow$$

$$f(x)=x^2$$

$$\downarrow$$

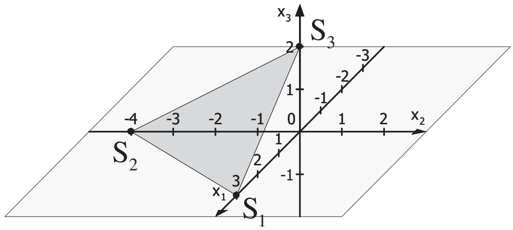
$$f'(x)=2x$$

4.2 Spurpunkte und Spurgeraden einer Ebene

Auch beim Einzeichnen einer Ebene in das Koordinatensystem orientiert man sich an den:
Spurpunkten (Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen) und den
Spurgeraden (Schnittgeraden mit den Koordinatenebenen).

Am Beispiel : $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ (mit $r, s \in \mathbb{R}$).

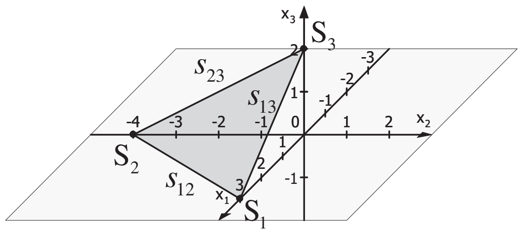
Vorgehen: Berechnung des Spurpunktes mit der …		
… x_1 - Achse	**… x_2 - Achse**	**… x_3 - Achse**
Schritt 1: Bedingungen anhand der Ebenengleichung notieren.		
$x_2 = 0$ $x_3 = 0$	$x_1 = 0$ $x_3 = 0$	$x_1 = 0$ $x_2 = 0$
$-4+4r+4s = 0 \quad (1)$ $2s = 0 \quad (2)$	$3r = 0 \quad (1)$ $2s = 0 \quad (2)$	$3r = 0 \quad (1)$ $-4+4r+4s = 0 \quad (2)$
Schritt 2: LGS ordnen und **lösen.**		
$4r+4s = 4 \quad (1)$ $2s = 0 \quad (2)$ Lösungen: $r = 1;\ s = 0$	$3r = 0 \quad (1)$ $2s = 0 \quad (2)$ Lösungen: $r = 0;\ s = 0$	$3r = 0 \quad (1)$ $4r+4s = 4 \quad (2)$ Lösungen: $r = 0;\ s = 1$
Schritt 3: Einsetzen in die Geradengleichung.		
$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow S_1(3\vert 0\vert 0)$	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow S_2(0\vert -4\vert 0)$	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow S_3(0\vert 0\vert 2)$



http://mvurl.de/l7kf

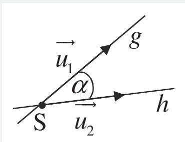
Vorgehen: Berechnung der Spurgerade mit der …		
… x_1x_2 - Ebene	**… x_1x_3 - Ebene**	**… x_2x_3 - Ebene**

Schritt 1: Benötigte **Spurpunkte** notieren.		
$S_1(3\|0\|0)$ und $S_2(0\|-4\|0)$	$S_1(3\|0\|0)$ und $S_3(0\|0\|2)$	$S_2(0\|-4\|0)$ und $S_3(0\|0\|2)$
Schritt 2: Gerade durch Spurpunkte **aufstellen.**		
$s_{12}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0-3 \\ -4-0 \\ 0-0 \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow\ s_{12}:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ (mit $r \in \mathbb{R}$)	$s_{13}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0-3 \\ 0-0 \\ 2-0 \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow\ s_{13}:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (mit $r \in \mathbb{R}$)	$s_{23}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0-0 \\ 0-(-4) \\ 2-0 \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow\ s_{23}:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ (mit $r \in \mathbb{R}$)



5 Schnittwinkel

Schnittwinkel: Gerade – Gerade

Gerade g mit Richtungsvektor $\overrightarrow{u_1}$ und **Gerade** h mit Richtungsvektor $\overrightarrow{u_2}$	**Formel**	**senkrecht** ($\alpha = 90°$)
	$\cos(\alpha) = \frac{\lvert \overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2} \rvert}{\lvert \overrightarrow{u_1} \rvert \cdot \lvert \overrightarrow{u_2} \rvert}$	falls $\overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0$

Beispiel: Schnittwinkel zwischen $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (mit $r \in \mathbb{R}$) und

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ (mit $s \in \mathbb{R}$).

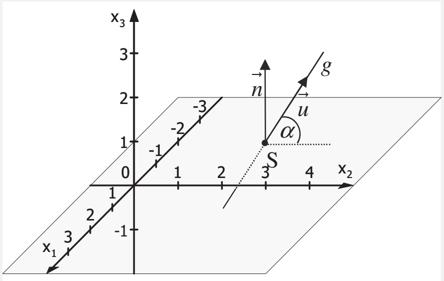
Lösung

$$\cos(\alpha) = \frac{\left| \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right|} = \frac{\left|(-2) \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot (-3)\right|}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{\left|-8\right|}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{14}} = \frac{8}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{14}}$$

WTR (Einstellung: *deg*): $\cos^{-1}\left(\frac{8}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{14}} \right) \Rightarrow \alpha \approx 40{,}89°$

http://mvurl.de/n2ej

Schnittwinkel: Gerade – Koordinatenebene

Gerade g mit Richtungsvektor $\vec{u}$ und **Koordinatenebene** mit senkrechtem Vektor $\vec{n}$	**Formel**	**senkrecht** ($\alpha = 90°$)
	$\sin(\alpha) = \dfrac{\lvert \vec{u} \cdot \vec{n} \rvert}{\lvert \vec{u} \rvert \cdot \lvert \vec{n} \rvert}$	falls $\vec{u} = k \cdot \vec{n}$ (mit $k \in \mathbb{R}$) (Vielfache)

Beispiel : Schnittwinkel zwischen $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ (mit $r \in \mathbb{R}$) und der x_1x_2-Ebene.

Lösung

Der Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ steht senkrecht auf die x_1x_2-Ebene.

$$\sin(\alpha) = \frac{\left| \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|} = \frac{\lvert 4 \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 1 \rvert}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{21}}$$

WTR: $\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{21}} \right) \Rightarrow \alpha \approx 12{,}60°$

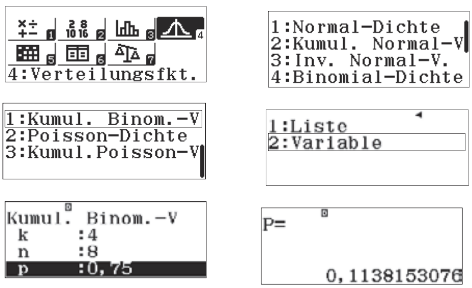
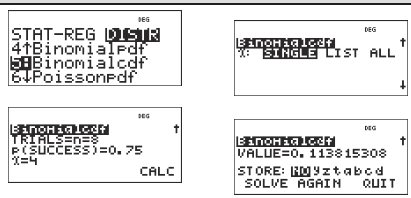
4.3 Aufgabentypen zur Binomialverteilung

Aufgabentypen ($n=8;\ p=0{,}75$)	**Beispiel 1:** Ein Basketballspieler trifft einen Freiwurf mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 %. Er wirft 8 Mal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für ...
1. „genau *k* Treffer“ $\mathbf{P(X=k)}$	a) ... genau 4 Treffer? $P(X=4)\approx 0{,}0865$
2. „höchstens *k* Treffer“ $\mathbf{P(X\leq k)}$	b) ... höchstens 4 Treffer“? $P(X\leq 4)\approx 0{,}1138$
3. „mindestens *k* Treffer“ $\mathbf{P(X\geq k)=1-P(X\leq k-1)}$	c) ... mindestens 4 Treffer? $P(X\geq 4)=1-P(X\leq 3)\approx 1-0{,}0273\approx 0{,}9727$ ↓ (Gegenereignis: „Höchstens 3 Treffer“)
4. „mindestens *k* und höchstens“ *h* Treffer“ $\mathbf{P(k\leq X\leq h)}$ $\mathbf{=P(X\leq h)-P(X\leq k-1)}$	d) ... mindestens 4 und höchstens 7 Treffer? $P(4\leq X\leq 7)=P(X\leq 7)-P(X\leq 3)$ $\approx 0{,}8999-0{,}0273\approx 0{,}8726$

1. Aufgabentyp mit **Binomialverteilung** $\mathbf{P(X=k)}$

2., **3.** und **4. Aufgabentyp** mit **kumulierter Binomialverteilung** $\mathbf{P(X\leq k)}$

Eingabe in WTR (Beispiel: 2. Aufgabentyp: $n=8;\ p=0{,}75;\ P(X\leq 4)$)

<table>
<tr><th>CASIO FX-87DE X</th><th>TI-30X Plus MultiView</th></tr>
<tr><td>
</td>
<td>
</td></tr>
</table>

www.mvurl.de/cr3k

Beispiel

Erfahrungsgemäß sind 12 % der produzierten Smartphones eines Herstellers defekt. Ein Kunde erhält ein Paket mit 20 Smartphones des Herstellers.

Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die Anzahl an defekten Smartphones.

Anzahl	Aufgabentyp	Lösung
Genau 3	1	$P(X=3)\approx 0{,}2242$
Höchstens 4	2	$P(X\le 4)\approx 0{,}9173$
5 oder 6	1	$P(X=5)+P(X=6)\approx 0{,}0567+0{,}0193=0{,}076$
Mindestens 6	3	$P(X\ge 6)=1-P(X\le 5)\approx 1-0{,}974\approx 0{,}026$
Mehr als 5	3	$P(X>5)=1-P(X\le 5)\approx 1-0{,}974\approx 0{,}026$
Weniger als 8	2	$P(X<8)=P(X\le 7)\approx 0{,}9986$
Mindestens 4, höchstens 8.	4	$P(4\le X\le 8)=P(X\le 8)-P(X\le 3)\approx 0{,}9998-0{,}7873\approx 0{,}2125$
Mehr als 2, aber weniger als 6	4	$P(2<X<6)=P(X\le 5)-P(X\le 2)\approx 0{,}974-0{,}5631\approx 0{,}4109$

4.4 Die JOKER-Liste für schwierige Aufgabentypen

In den Abiturprüfungen zeichnen sich **anspruchsvolle Aufgaben** zur Binomialverteilung oft dadurch aus, dass eben nicht „nur“, bei gegeben Werten für n, p und k nach der Wahrscheinlichkeit P gefragt wird, sondern, dass **„rückwärts“** aus gegebenen Werten von P auf n, p oder k geschlossen werden muss, indem verschiedene Werte **am WTR ausprobiert** werden.
Zudem sind die Aufgaben oft in Anwendungen„eingekleidet“.

Die nachfolgende **Joker-Liste** soll Ihnen bei diesen Aufgaben helfen, indem sie Ihnen Struktur gibt und den Fokus auf die wesentlichen Werte lenkt.

Beispiel

a) Ein Glücksrad hat 18 gleich große Felder. Einige davon sind rot eingefärbt.
Das Glücksrad wird 40 Mal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 16 Mal die Farbe Rot kommt, beträgt etwa 12,6 %. Wie viele Felder sind rot eingefärbt?

Joker - Liste

☒ BV	oder	☐ kum. BV
über Gegenereignis		☐ ja ☒ nein
$n=40$	oder	☐ gesucht
$p=$ **?**	oder	☒ gesucht
$k=16$	oder	☐ gesucht
$\mathrm{P}\approx 0{,}126$	oder	☐ gesucht

Vorgehen

X : Anzahl der Treffer

verschiedene Werte von p probieren, bis $\mathrm{P}\approx 0{,}126$ gilt.

$p=\frac{7}{18}$: $\mathrm{P}(X=16)\approx 0{,}126$

A: Es sind 7 Felder rot eingefärbt.

b) Ein Basketballspieler trifft einen Freiwurf mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 %.
Er wirft 30 Mal. Bei welcher Trefferanzahl überschreitet die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er höchstens diese Trefferanzahl erreicht, zum ersten Mal 95 %?

Joker - Liste

☐ BV	oder	☒ kum. BV
über Gegenereignis		☐ ja ☒ nein
$n=30$	oder	☐ gesucht
$p=0{,}75$	oder	☐ gesucht
$k=$ **?**	oder	☒ gesucht
$\mathrm{P}>0{,}95$	oder	☐ gesucht

Vorgehen

k erhöhen, bis 95 % überschritten wird.

$\mathrm{P}(X\le 24)\approx 0{,}797<0{,}95$

$\mathrm{P}(X\le 25)\approx 0{,}902<0{,}95$

$\mathrm{P}(X\le 26)\approx 0{,}963>0{,}95$

A: Bei mindestens 26 Treffern.

www.mvurl.de/8g8z

c) Ein Flugzeug hat 100 Plätze. Es werden jedoch mehr als 100 Tickets verkauft, da durchschnittlich nur 90 % der buchenden Personen auch zum Flug erscheinen.
Wie viele Tickets dürfen höchstens verkauft werden, sodass die vorhandenen Plätze mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 % ausreichen?

Joker - Liste		
☐ BV	oder	☒ kum. BV
über Gegenereignis		☐ ja / ☒ nein
$n = ?$	oder	☒ gesucht
$p = 0,9$	oder	☐ gesucht
$k = 100$	oder	☐ gesucht
$P > 0,95$	oder	☐ gesucht

Vorgehen

X: Anzahl der Fluggäste

n erhöhen, bis 95 % unterschritten wird.

$n = 106 \quad P(X \le 100) \approx 0,960 > 0,95$

$n = 107 \quad P(X \le 100) \approx 0,919 < 0,95$

A: Es dürfen höchstens 106 Tickets verkauft werden.

d) An einer Umfrage nimmt erfahrungsgemäß nur jede fünfte angesprochene Person teil. Ermitteln Sie die Anzahl der Personen, die mindestens angesprochen werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95%, mindestens 1000 Personen zu bekommen, die an der Umfrage teilnehmen. (Abiturprüfung 2022)

Bedingung: $P(X \ge 1000) \ge 0,95$ (X: Anzahl der Teilnehmer)

$1 - P(X \le 999) \ge 0,95$

$0,05 \ge P(X \le 999)$

Joker - Liste		
☐ BV	oder	☒ kum. BV
über Gegenereignis		☒ ja / ☐ nein
$n = ?$	oder	☒ gesucht
$p = \frac{1}{5}$	oder	☐ gesucht
$k = 999$	oder	☐ gesucht
$P \le 0,05$	oder	☐ gesucht

Vorgehen

n erhöhen, bis 0,05 unterschritten wird

$n = 5234: \ P(X \le 999) \approx 0,0505 \ge 0,05$

$n = 5235: \ P(X \le 999) \approx 0,0498 \le 0,05$

A: Es müssen mindestens 5235 Personen angesprochen werden.