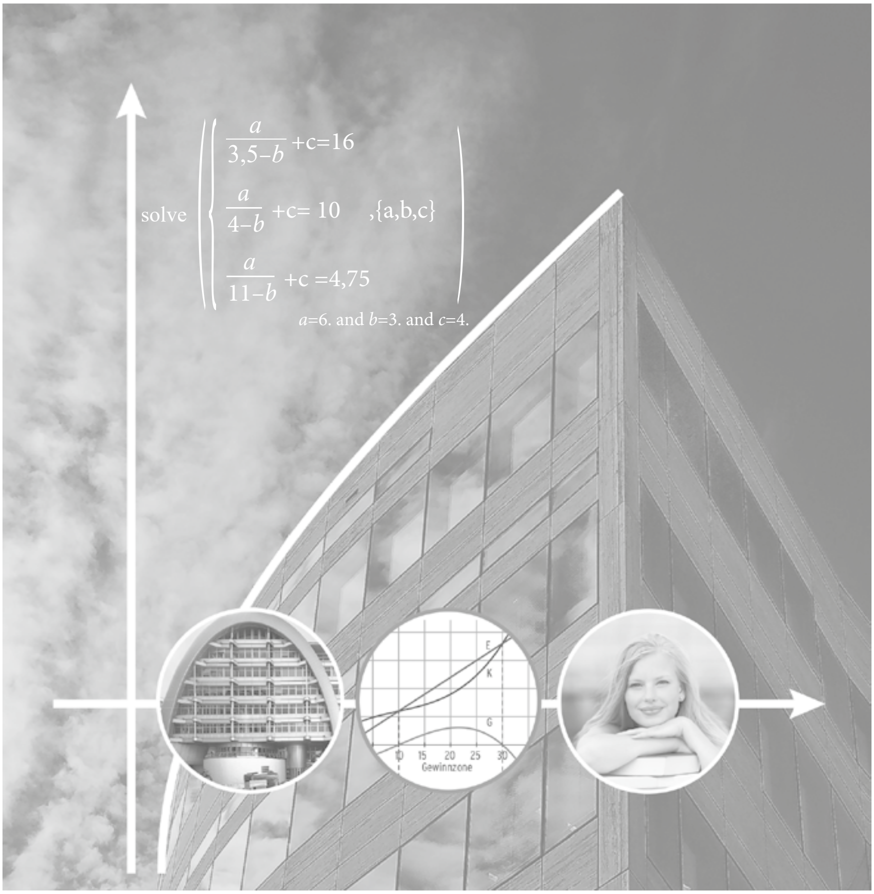
Ott

Abitur 2026 | eA – *CAS*

Nach den Vorgaben des Kerncurriculum 2018

Aufgabensammlung zur zentralen Abiturprüfung
Mathematik an Beruflichen Gymnasien
– Wirtschaft, Gesundheit und Soziales

Niedersachsen



Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap

Der Verfasser:

Roland Ott
Oberstudienrat

Umschlag: Kreis rechts: www. adpic.de

* * * * *

Quellennachweis der Prüfungsaufgaben: Niedersächsisches Kultusministerium

20. Auflage 2025

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 0223-20
ISBN 978-3-8120-1181-5

Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung wurde der neuen Prüfungsordnung für Berufliche Gymnasien in Niedersachsen 2026 angepasst. Sie richten sich an Schülerinnen und Schüler zur Vorbereitung auf das Abitur an Beruflichen Gymnasien mit den Fachrichtungen Wirtschaft sowie Gesundheit und Soziales im Kurs mit erhöhtem Anforderungsniveau (eA). Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung 2026 in Niedersachsen sind die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (BS, 2012) und das Kerncurriculum Mathematik für das berufliche Gymnasium (KC, 2018).
Aufgrund von Vereinbarungen der Länder im Zusammenhang mit der Entwicklung der gemeinsamen Abituraufgabenpools werden in Niedersachsen ab der Abiturprüfung im Jahr 2026 einige inhaltsbezogenen Kompetenzen zusätzlich vorausgesetzt. Diese sind vollumfänglich berücksichtigt:

- Grundlegende Kenntnisse zu Umkehrfunktionen bei einfachen Wurzelfunktionen, natürlichen Logarithmusfunktionen und Exponentialfunktionen mit Basis e
- Ziehen mit und ohne Zurücklegen, Anwendung von Binomialkoeffizienten
- Analytische Geometrie

Operatoren, die für das Fach Mathematik besondere Bedeutung haben, werden in der Tabelle Seite 22 erläutert und konsequent in Abiturarbeiten verwendet.
Im ersten Teil des Buches werden nur **neue Aufgabentypen** ohne Hilfsmittel aus den Prüfungsgebieten Analysis und Analytische Geometrie vorgestellt.
Im zweiten Teil werden die **an den Prüfungsmodus 2026** angepassten Abituraufgaben der letzten Jahre seit 2019 vorgestellt und ausführlich gelöst.

Übung ist ein bedeutender Baustein zum Erfolg.

Da die Aufgabensammlung allen Schülerinnen und Schüler bei der Vorbereitung auf das schriftliche Abitur helfen soll, sind zu allen Aufgaben ausführliche Lösungen angegeben.

An verschiedenen Stellen sind Lösungsalternativen aufgezeigt, ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben.

Autoren und Verlag wünschen viel Glück und Erfolg bei der Abiturprüfung.

Inhalt

Anmerkungen von Autor und Verlag:

Urheberrechtliche Gründe verhindern eine Veröffentlichung von einigen wenigen Teilaufgaben der Abiturprüfungen des Landes Niedersachsen in dieser Ausgabe. Aufgabenstellungen und Lösungsvorgaben sind inhaltlich nicht verändert und bei den Lösungsvorgaben handelt es sich um Lösungsvorgaben des Landes Niedersachsen. Hinweise und Alternativen sind gekennzeichnet.

Zentralabitur

Berufliches Gymnasium Wirtschaft, Gesundheit und Soziales

Erhöhtes Anforderungsniveau (eA), CAS

Hinweise für den Prüfling für das Abitur 2026

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik besteht aus zwei Teilen: **Prüfungsteil A** **Prüfungsteil B**

Für das erhöhte Anforderungsniveau (eA) beträgt die gesamte Prüfungszeit 330 Minuten. Zu Prüfungsbeginn stehen den Prüflingen sowohl die Aufgaben des Prüfungsteils A als auch die Aufgaben des Prüfungsteils B zur Bearbeitung zur Verfügung. Die Prüflinge entscheiden selbst über den Zeitpunkt, zu dem sie die Bearbeitung des Prüfungsteils A abgeben und die Hilfsmittel erhalten.
Dieser Zeitpunkt muss auf erhöhtem Anforderungsniveau innerhalb der ersten 100 Minuten nach Prüfungsbeginn liegen.

Prüfungsteil A:

Bearbeitung ohne digitale Mathematikwerkzeuge, ohne Formelsammlung.
Als Hilfsmittel sind nur die üblichen Zeichenmittel zugelassen.

- Maximale Bearbeitungszeit: die ersten 110 Minuten.
- **4 Pflichtaufgaben** (2 aus Analysis und je 1 aus den anderen Sachgebieten)
  + **2 Wahlaufgaben** (je 2 aus jedem Sachgebiet zur Auswahl)
  = **6 Bearbeitungsaufgaben im Prüfungsteil A**
- Bei jeder dieser 6 Aufgaben können fünf Bewertungseinheiten (BE) erreicht werden. 30 BE von insgesamt 100 BE.

Prüfungsteil B:

Nach Abgabe der Unterlagen des Prüfungsteils A werden die Hilfsmittel an den Prüfling ausgegeben.

- Verbleibende Zeit der gesamten Prüfungszeit von 330 Minuten
- Die Prüflinge wählen aus jedem der 3 Sachgebiete jeweils eine von zwei Aufgaben aus.

Analysis 30 BE	Stochastik 20 BE	Lineare Algebra/Analytische Geometrie 20 BE
1A; 1B	2A; 2B	3A; 3B

- Erlaubte Hilfsmittel: Zeichenmittel; eingeführter CAS-Rechner (mit Handbuch); eingeführte Formelsammlung.

1 Prüfungsteil A: Hilfsmittelfreier Teil der Abiturprüfung

Aufgaben zum Prüfungsteil A

Analysis

Lösungen ab Seite 13

Neue Aufgaben relevant für das Abitur 2026

Aufgabe 1

a) Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion g mit $g(x) = 3x^2 - x + \frac{1}{x}$ für $x \neq 0$.

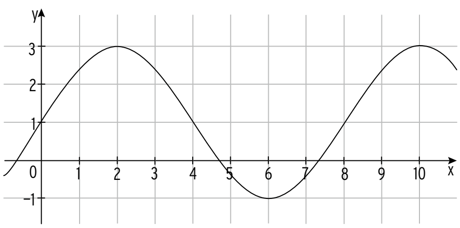
b) Berechnen Sie den Wert des Integrals als $\int_{-1}^{1} \left(\sqrt{2} \cdot x\right)^2 \, dx$.

c) Im Folgenden ist e die Eulersche Zahl und h die Funktion mit $e^{h(x)} = x$ für $x > 0$.

Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel: $h'(x) = \frac{1}{x}$ für $x > 0$.

Aufgabe 2

Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Schaubildes einer Funktion f.



Begründen Sie anhand der Abbildung, welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

(1) $f'(1) > 0$

(2) $\int_{1}^{3} f(x)\, dx \geq 6$

(3) Für jede Stammfunktion F von f gilt: $F(4) = F(0)$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion f^{-1} von f. Geben Sie D und W von f^{-1} an.

a) $f(x) = 3x - 2;\ x \geq 1$

b) $f(x) = x^2 + 4x;\ x \geq -2$

c) $f(x) = 4e^{-3x} - 1;\ x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion f. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion f^{-1} von f. Geben Sie D und W von f^{-1} an.

a) $f(x) = \frac{1}{2}\ln(3x + 2)$

b) $f(x) = -\ln(1 - 2x) + 4$

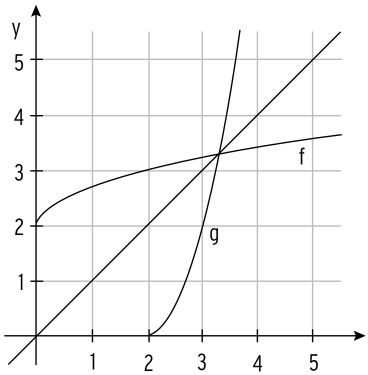
Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 5\ln(x-3)$; $x \in D_f$.
Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D_f.
Wie entsteht der Graf von f aus dem Grafen von g mit $g(x) = \ln(x)$?

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion f^{-1} von f mit maximalen Defintions- und Wertebereich.

Aufgabe 6

Ermitteln Sie die Funktionsterme der dargestellten Funktionen f und g.



Stochastik

Lösungen Seite 15

Aufgabe 1

In einer Schwimmgruppe, zu der 20 Kinder gehören, haben 9 Kinder das Schwimmabzeichen Bronze.

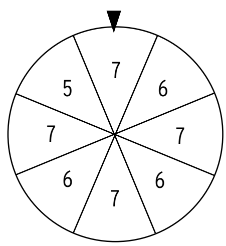
a) Zwei Kinder der Schwimmgruppe werden zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese beiden Kinder das Schwimmabzeichen Bronze haben. 2 Punkte

b) Geben Sie die Bedeutung des folgenden Terms im Sachzusammenhang an: 3 Punkte

$$\frac{\binom{9}{2}\cdot\binom{11}{4}}{\binom{20}{6}}$$

Aufgabe 2

Ein Glücksrad mit acht gleich großen Sektoren ist wie abgebildet beschriftet. Das Glücksrad wird zweimal gedreht.



a) Interpretieren Sie den Term $(\frac{3}{8})^2$ im Sachzusammenhang. 2 Punkte

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen ungerade ist. 3 Punkte

Aufgabe 3

Eine Gärtnerei, die Tulpen in den Farben Gelb, Orange und Rot züchtet, stellt Sträuße mit jeweils 15 Tulpen zusammen.

a) Einer der Sträuße soll Tulpen in zwei verschieden Farben enthalten. Die Anzahl der Möglichkeiten, diesen Strauß zusammenzustellen, kann mit dem Term $\binom{3}{2} \cdot 14$ berechnet werden. Beschreiben Sie für jeden der beiden Faktoren die Bedeutung im Sachzusammenhang. 2 Punkte

b) In einem der Sträuße sollen zu jeder der drei Farben mindestens vier und höchstens sechs Tulpen enthalten sein. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, diesen Strauß zusammenzustellen. 3 Punkte

Aufgabe 4

Ein Chor besteht aus zwölf Frauen und neun Männern; eine der Frauen leitet den Chor. An einer Preisverleihung dürfen zwei Mitglieder des Chors teilnehmen.

a) Zunächst geht man davon aus, dass die Leiterin des Chors an der Preisverleihung teilnimmt und das zweite Mitglied zufällig ausgewählt wird. Geben Sie für diesen Fall die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass das zweite Mitglied eine Frau ist. 1 Punkt

Da die Leiterin an der Preisverleihung nicht teilnehmen kann, werden zwei der anderen Mitglieder zufällig ausgewählt.

b) Begründen Sie ohne zu rechnen, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Frauen ausgewählt werden, größer ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Männer ausgewählt werden. 1 Punkt

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Frau und ein Mann ausgewählt werden. 3 Punkte

Aufgabe 5

In einem Behälter befinden sich drei blaue und zwei rote Kugeln.

a) Zwei Kugeln werden zufällig entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit da für, dass die beiden Kugeln unterschiedliche Farben haben. 2 Punkte

b) Die beiden entnommenen Kugeln werden in den Behälter zurückgelegt. Anschließend entnehmen zwei Spielerinnen dem Behälter abwechselnd jeweils eine Kugel zufällig. Die Spielerin, die zuerst eine rote Kugel entnimmt, gewinnt. Weisen Sie nach, dass diejenige Spielerin, die die erste Kugel entnimmt, einen Vorteil hat. 3 Punkte

Aufgabe 6

In einem Spielwarengeschäft erhält jedes Kind im Rahmen einer Werbeaktion einen kleinen, blickdicht verpackten Ball. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Ball eine Glitzerfärbung hat, beträgt 40%.

a) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Gruppe von drei Kindern jedes Kind einen Ball mit Glitzerfärbung erhält, kleiner als 10% ist. 2 Punkte

b) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $\left(\frac{3}{5}\right)^4 + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \frac{2}{5}$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. 3 Punkte

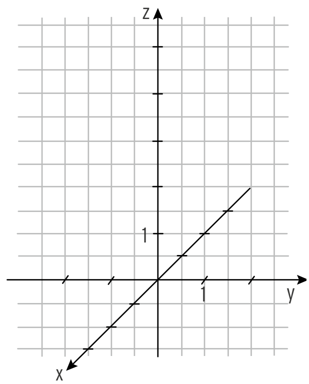
Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Lösungen ab Seite 16

Neue Aufgaben relevant für das Abitur 2026

Aufgabe 1

Gegeben sind die Punkte $A(2 \mid -2 \mid 1)$, $B(-2 \mid 2 \mid 1)$ und $C(-2 \mid -2 \mid 5)$.



a) Zeichnen Sie die Punkte A, B und C in das nebenstehende Koordinatensystem ein.

b) Die Verbindungsvektoren der drei Punkte sind die Vektoren $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{CA}$.
Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC ein gleichseitiges Dreieck ist.

Aufgabe 2

Gegeben sind die Punkte $A(-1 \mid 1 \mid 4)$, $B(-3 \mid 5 \mid 6)$ und $C_t(-2 + t \mid 3 \mid t + 5)$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $t \neq 0$.

a) Zeigen Sie, dass jedes Dreieck ABC_t gleichschenklig ist.

b) Bestimmen Sie diejenigen Werte von t, für die das jeweils zugehörige Dreieck ABC_t gleichseitig ist.

Aufgabe 3

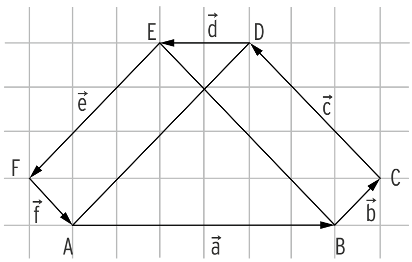
Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{b_c} = \begin{pmatrix} 4 \\ c \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Bestimmen Sie c so, dass gilt: $\left|\overrightarrow{b_c}\right| = \sqrt{21}$.

b) Prüfen Sie, ob in diesem Fall die Vektoren $\vec{a}$ und $\overrightarrow{b_c}$ kollinear sind.

Aufgabe 4

Im dargestellten Sechseck ABCDEF sind jeweils zwei Seiten parallel.



a) Stellen Sie die Vektoren $\vec{x} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ und $\vec{y} = \vec{a} + \vec{c}$ jeweils mithilfe der Eckpunkte des Sechsecks dar.

b) Geben Sie für den Vektor $\vec{x}$ mit $\vec{x} = \vec{f} - \vec{e} - \vec{c}$ einen Repräsentanten an.

c) Der Punkt A hat in einem kartesischen Koordinatensystem die Koordinaten $x_1 = 6$, $x_2 = 2$ und $x_3 = -4$. Der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ wird mit M bezeichnet.
Der Punkt $K(2 \mid 0 \mid 8)$ ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AM}$.
Ermitteln Sie die Koordinaten von B.

Aufgabe 5

Gegeben ist das Viereck ABCD mit den Eckpunkten A(0|0|0), B(−3|1|4), C(2|− 4|4) und D(5|− 5|0).

a) Weisen Sie nach, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm, aber kein Rechteck ist.

b) Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius eines Kreises mit dem Durchmesser $\overline{AC}$ an.

c) Berechnen Sie das Skalarprodukt der Vektoren $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{BD}$.

Aufgabe 6

Geben Sie jeweils die Koordinaten der im Folgenden beschriebenen Punkte in einem kartesischen Koordinatensystem an, die nicht im Koordinatenursprung liegen:

a) ein Punkt in der y-z-Ebene, b) ein Punkt der z-Achse,

c) ein Punkt, der von der x-z-Ebene den Abstand 2 LE hat.

Hinweis: Geben Sie jeweils einen Punkt an.

Aufgabe 7

Gegeben ist eine Pyramide mit der Grundfläche ABC und der Spitze S. In einem kartesischen Koordinatensystem haben deren Eckpunkte die Koordinaten A(5|1|3), B(9|4|3), C(8|− 3|3) und S(1|5|− 1).

a) Weisen Sie nach, dass die Grundfläche ABC ein gleichschenkliges und rechtwinkliges Dreieck ist.

b) Geben Sie die spezielle Lage der Grundfläche ABC im Koordinatensystem sowie die Höhe h der Pyramide an.

Aufgabe 8

Gegeben sind die Punkte A(1|2|0), B(1|6|0) und $C_t(t-2|t+7|0)$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $t \neq 0$. Sie sind drei der vier Eckpunkte der viereckigen Grundfläche $DABC_t$ einer Pyramide.

Der Punkt S ist die Spitze der Pyramide. Die Höhe h beträgt 7 LE.

a) Bestimmen Sie denjenigen Wert von t, für den die Grundfläche ein Quadrat ist.

b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes D der quadratischen Grundfläche.

Aufgabe 9

In einem kartesischen Koordinatensystem wird ein Quader ABCDEFGH beschrieben durch A(5|3|−3), B(9|7|−1), C(10|5|1), D(6|1|−1), E(3|4|−1), F(7|8|1) und G(8|6|3). Die Kanten werden durch die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ beschrieben.

a) Stellen Sie den Quader in einem kartesischen Koordinatensystem dar und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes H.

b) Weisen Sie die Rechtwinkligkeit von $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ nach.

c) M ist Mittelpunkt der Grundfläche ABCD. Geben Sie $\overrightarrow{AM}$ als Linearkombination aus $\vec{a}$ und $\vec{b}$ an. Geben Sie die Koordinaten von M an.

d) Z ist Mittelpunkt des Quaders ABCDEFGH. Geben Sie $\overrightarrow{DZ}$ als Linearkombination aus $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ an. Bestimmen Sie die Koordinaten von Z.

2 **Zentralabitur** Mathematik eA an beruflichen Gymnasien

Operatorenliste ab Abitur 2024

Operatoren können durch Zusätze (z. B. „rechnerisch“ oder „grafisch“) konkretisiert werden. Zusammensetzungen aus mehreren Operatoren („Beschreiben Sie … und begründen Sie …“) sind möglich.
Zugelassene Hilfsmittel dürfen zur Bearbeitung verwendet werden, sofern dem kein entsprechender Zusatz entgegensteht.
Die Verwendung eines Operators, der im Folgenden nicht genannt wird, ist möglich, wenn aufgrund der standardsprachlichen Bedeutung dieses Operators in Verbindung mit der Aufgabenstellung davon auszugehen ist, dass die jeweilige Aufgabe im Sinne der Aufgabenstellung bearbeitet werden kann.

Operator	Erläuterung
angeben, nennen	Für die Angabe bzw. Nennung ist keine Begründung notwendig.
entscheiden	Für die Entscheidung ist keine Begründung notwendig.
beurteilen	Das zu fällende Urteil ist zu begründen.
beschreiben	Bei einer Beschreibung kommt einer sprachlich angemessenen Formulierung und ggf. einer korrekten Verwendung der Fachsprache besondere Bedeutung zu. Eine Begründung für die Beschreibung ist nicht notwendig.
erläutern	Die Erläuterung liefert Informationen, mithilfe derer sich z. B. das Zustandekommen einer grafischen Darstellung oder ein mathematisches Vorgehen nachvollziehen lassen.
deuten, interpretieren	Die Deutung bzw. Interpretation stellt einen Zusammenhang her z. B. zwischen einer grafischen Darstellung, einem Term oder dem Ergebnis einer Rechnung und einem vorgegebenen Sachzusammenhang.
begründen, nachweisen, zeigen	Aussagen oder Sachverhalte sind durch logisches Schließen zu bestätigen. Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
herleiten	Aus bekannten Sachverhalten oder Aussagen muss nach gültigen Schlussregeln mit Berechnungen oder logischen Begründungen die Entstehung eines neuen Sachverhaltes dargelegt werden. In einer mehrstufigen Argumentationskette können Zwischenschritte mit digitalen Mathematikwerkzeugen durchgeführt werden – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben.
berechnen	Die Berechnung ist ausgehend von einem Ansatz darzustellen. Für die Berechnung der Extrempunkte einer Funktion f ist es beispielsweise nicht zulässig, diese direkt aus dem Graphen von f abzulesen.
bestimmen, ermitteln	Ein möglicher Lösungsweg muss dargestellt und das Ergebnis formuliert werden. Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
klassifizieren	Eine Menge von Objekten muss nach vorgegebenen oder selbstständig zu wählenden Kriterien in Klassen eingeteilt werden. Eine Begründung der vorgegebenen bzw. selbstgewählten Kriterien wird ggf. gesondert gefordert.

Operator	Erläuterung
vergleichen	Sachverhalte, Objekte oder Verfahren müssen gegenübergestellt und Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede müssen festgestellt werden. Ggf. müssen Vergleichskriterien festgelegt werden. Eine Bewertung wird ggf. gesondert gefordert.
untersuchen	Eigenschaften von oder Beziehungen zwischen Objekten müssen herausgefunden und dargelegt werden. Je nach Sachverhalt kann zum Beispiel ein Strukturieren, Ordnen oder Klassifizieren notwendig sein. Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
grafisch darstellen, zeichnen	Die grafische Darstellung bzw. Zeichnung ist möglichst genau anzufertigen.
skizzieren	Die Skizze ist so anzufertigen, dass sie das im betrachteten Zusammenhang Wesentliche grafisch beschreibt.

Angepasster Prüfungsteil A
zur Vorbereitung auf das Abitur 2026

Prüfungsteil A (in der Form ab Abitur 2024):

- Bearbeitung ohne elektronische Hilfsmittel, ohne Formelsammlung.
  Als Hilfsmittel sind nur die üblichen Zeichenmittel zugelassen.
- Maximale Bearbeitungszeit: die ersten 100 Minuten.
- **4 Pflichtaufgaben** (2 aus Analysis und je 1 aus den anderen Sachgebieten)
  \+ **2 Wahlaufgaben** (je 2 aus jedem Sachgebiet zur Auswahl)
  = **6 Bearbeitungsaufgaben im Prüfungsteil A**
- 30 % der erreichbaren Bewertungseinheiten (BE), 30 BE von insgesamt 100 BE.

Um diesen neuen Anforderungen gerecht zu werden, wurde der Prüfungsteil A (ohne Hilfsmittel) **für alle Abiturjahrgänge 2019 bis einschließlich 2023** so gestaltet, wie er in der **Abiturprüfung 2026** dem Prüfling vorliegt:

- **4 Pflichtaufgaben** (2 aus Analysis und je 1 aus den anderen Sachgebieten)
- **6 Wahlaufgaben** (je 2 aus jedem Sachgebiet zur Auswahl)

Die Autoren wünschen viel Erfolg.

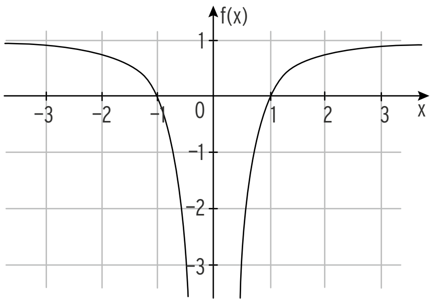
Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A – In Anlehnung an die Prüfungsbedingungen 2026 –

Pflichtaufgaben

Aufgabe P1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$; $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$, die die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$ hat. Die Abbildung zeigt den Graphen von f , der symmetrisch bezüglich der Ordinatenachse ist. Weiterhin ist die Gerade g mit $g(x) = -3$ gegeben.



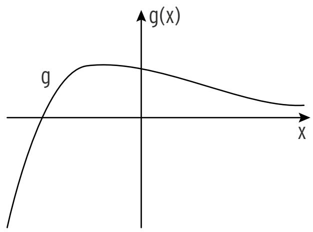
a) Zeigen Sie, dass einer der Punkte, in denen g den Graphen von f schneidet, die x-Koordinate $\frac{1}{2}$ hat. (1 BE)

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f, die Abszissenachse und die Gerade g einschließen. (4 BE)

Aufgabe P2

Die Abbildung zeigt den Graphen einer in $\mathbb{R}$ definierten, differenzierbaren Funktion g.

Betrachtet wird eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f, für deren erste Ableitungsfunktion $f'(x) = e^{g(x)}$ gilt.



a) Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Extrempunkt hat. (2 BE)

b) Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Wendepunkt hat. (3 BE)

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium
Prüfungsteil A Pflichtaufgaben

Aufgabe P3

Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0“ beschriftet, einer mit „1“ und einer mit „2“, die beiden anderen zwei Sektoren sind mit „9“ beschriftet.

a) Das Glücksrad wird viermal gedreht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden. (2 BE)

b) Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen mindestens 11 beträgt. (3 BE)

Aufgabe P4

Eine Unternehmung stellt aus zwei Rohstoffen R_1 und R_2 drei verschiedene Mischungen M_1, M_2 und M_3 her.
Die folgende Tabelle gibt für jede dieser Mischungen an, wie viele Mengeneinheiten von R_1 und R_2 pro Mengeneinheit der betreffenden Mischung benötigt werden.

	M_1	M_2	M_3
R_1	8	6	11
R_2	8	10	5

Die zugehörige Matrix wird mit A_{RM} bezeichnet.
Die Mischungen werden an Großkunden verkauft, die diese verpacken und in den Handel bringen. Folgende Bestellung zweier Kunden K_1 und K_2 liegt vor:

	K_1	K_2
M_1	30	0
M_2	20	20
M_3	0	10

Die zugehörige Matrix wird mit B_{MK} bezeichnet.

a) Berechnen Sie die zugehörige Matrix C_{RK} und interpretieren Sie das Matrixelement in der ersten Zeile und ersten Spalte im Sachzusammenhang. (3 BE)

b) Die Unternehmung muss die benötigten Rohstoffe einkaufen. Die Kosten einer Mengeneinheit von R_1 betragen dabei 75 % der Kosten einer Mengeneinheit von R_2.
Die Rohstoffkosten, die bei der Herstellung einer Mengeneinheit der Mischung M_1 entstehen, betragen 2.800 EUR.
Berechnen Sie die Kosten einer Mengeneinheit von R_2. (2 BE)

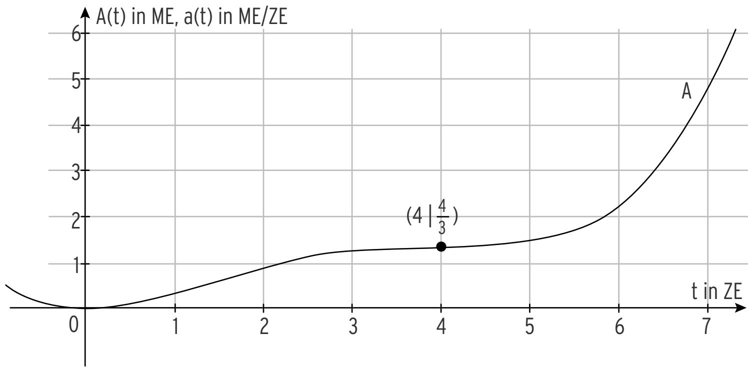
Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Wahlaufgaben

Bearbeiten Sie zwei der sechs Wahlaufgaben W1 bis W6.

Aufgabe W1

Das Unternehmen Nokateo möchte für die anstehende Sommersaison den Unisex-Pullover Habicht auf den Markt bringen und analysiert den Produktlebenszyklus für den Pullover aus der Vorsaison. Die Abbildung zeigt den Graphen der Gesamtabsatzfunktion A des Vorgängermodells.



a) Skizzieren Sie den Graphen des Produktlebenszyklus a in das vorgegebene Koordinatensystem. (2 BE)

b) Kennzeichnen Sie in der Grafik den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich. (1 BE)

c) Der Produktlebenszyklus a kann durch eine Funktion der Funktionenschar $a_b(t) = \frac{1}{16}t^3 - bt^2 + t$ beschrieben werden. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der oben eingezeichneten Gesamtabsatzfunktion A. (2 BE)

Aufgabe W2

Für ein festes $b > 0$ ist die Funktion p festgelegt durch $p(x) = \frac{1}{4}x(x+2)(x-b)$; $x \in \mathbb{R}$.

Beurteilen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche der Aussagen falsch sind.

(1) Es gilt: $p(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$.

(2) Der Graph von p besitzt einen Hochpunkt mit positiver x-Koordinate.

(3) Es existiert genau ein Wert für b, so dass der Graph jeder Stammfunktion von p symmetrisch zur y-Achse ist. (5 BE)

Zentralabitur 2019 Mathematik Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Wahlaufgaben

Aufgabe W3

Die Zufallsgrößen X und Y können jeweils die Werte 3, 4 und 5 annehmen.

a) Für die Zufallsgröße X gilt: $P(X = 3) = \frac{1}{3}$ und $P(X = 4) = \frac{1}{4}$.
Bestimmen Sie den Erwartungswert von X. (2BE)

b) Für die Zufallsgröße Y gilt: $P(Y = 3) = \frac{1}{3}$, $P(Y = 4) \geq \frac{1}{6}$ und $P(Y = 5) \geq \frac{1}{6}$.
Bestimmen Sie alle Werte, die für den Erwartungswert von Y infrage kommen. (3BE)

Aufgabe W4

Bei einem Zufallsexperiment können die Ereignisse A und B eintreten.
Die Wahrscheinlichkeit, dass A eintritt, beträgt $\frac{1}{3}$.

Der Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B)$ ist $\frac{3}{5}$.

Der Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_B(\overline{A})$ ist $\frac{5}{9}$.

Stellen Sie den Sachverhalt in zwei unterschiedlichen Baumdiagrammen dar, tragen Sie die gegebenen Wahrscheinlichkeiten ein und ermitteln Sie den Wert von P(B). (5BE)

Aufgabe W5

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k^2 \end{pmatrix}$; $k \in \mathbb{R}$.

a) Berechnen Sie das Skalarprodukt der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. (1 BE)

b) Begründen Sie, dass die Aussage $\sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \vec{a}$ falsch ist. (1 BE)

c) Bestimmen Sie die Werte für k, so dass der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ genau 90° beträgt. (3 BE)

Aufgabe W6

Es wird angenommen, dass sich in einem Restaurant die Übergangswahrscheinlichkeiten für die drei Menügruppen H, S und B nicht ändern.

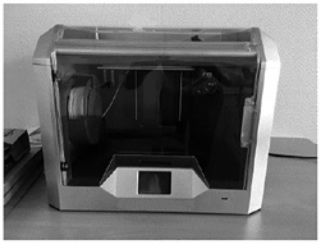
Sie lassen sich beschreiben durch die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}6 \end{pmatrix}$

Zeigen Sie, dass es dann eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gibt, die auf Dauer stabil bleibt. (5 BE)

Zentralabitur 2019 Mathematik EA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Analysis

Aufgabe 1B


Quelle: Eigene Darstellung.

Immer mehr neue, leistungsfähigere und preisgünstigere 3D-Drucker kommen auf den Markt.
Das Unternehmen *Attach3D* entwickelt und vermarktet 3D-Drucker für den semiprofessionellen Bereich.
Ein Marktforschungsinstitut hat im Auftrag des Unternehmens *Attach3D* den Handel mit 3D-Druckern untersucht. Aus Informationen von Herstellern, die bereit wären 3D-Drucker für den semiprofessionellen Bereich zu fertigen, konnte die Angebotsfunktion p_A für diese

Drucker mit $p_A(x) = 0{,}1x^3 - 0{,}7x^2 + 2{,}4x + 2$

ermittelt werden. Aus der maximalen Zahlungsbereitschaft der Kunden hat das Marktforschungsinstitut die Nachfragefunktion p_N mit $p_N(x) = -0{,}2x^2 - 0{,}4x + 16$ ermittelt. Dabei ist x die angebotene Menge in Mengeneinheiten (ME) und p(x) der Preis in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME).

a) Zur Präsentation der Untersuchungsergebnisse für *Attach3D* benötigt der Abteilungsleiter des Marktforschungsinstitutes diverse Informationen.
Skizzieren Sie die Graphen der Angebots- und der Nachfragefunktion im ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich ($D_{ök}$) in einem geeigneten Koordinatensystem und begründen Sie Ihre Wahl für die Grenzen des $D_{ök}$.

Kennzeichnen Sie in Ihrer Skizze den Mindestangebotspreis, den Höchstpreis, die Sättigungsmenge sowie das Marktgleichgewicht mit Gleichgewichtspreis und Gleichgewichtsmenge.

Berechnen Sie das Marktgleichgewicht und den erzielbaren Umsatz im Marktgleichgewicht.

Die Summe aus der Konsumentenrente und der Produzentenrente wird als Wohlfahrt der Gesellschaft oder als Ökonomische Rente bezeichnet. Für die Präsentation benötigt der Abteilungsleiter des Marktforschungsinstitutes den Anteil der Konsumentenrente an der Ökonomischen Rente.
Ermitteln Sie diesen prozentualen Anteil.

(15 BE)

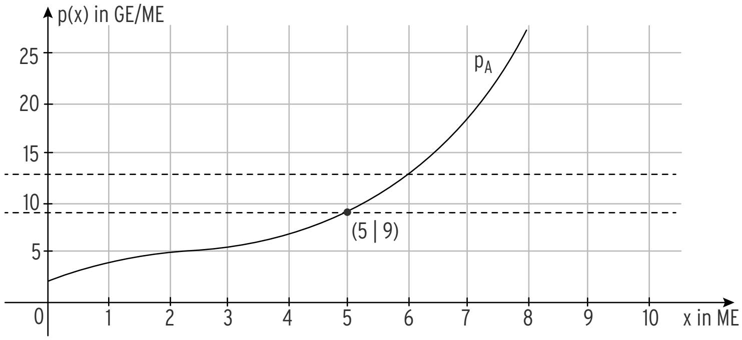
Fortsetzung Aufgabe 1B

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Analysis

Fortsetzung Aufgabe 1B

b) Die hohe Nachfrage nach 3D-Druckern führt zu einer „Preisexplosion". Die Geschäftsführung der *Attach3D* hat deshalb eine neue Marktanalyse in Auftrag gegeben. Das Marktforschungsinstitut hat festgestellt, dass der Gleichgewichtspreis der 3D-Drucker im semiprofessionellen Bereich jetzt bei 12,8 GE/ME liegt.
Zur Visualisierung dieser Preissteigerung hat das Institut die untenstehende Grafik erstellt.



Das Marktforschungsinstitut ermittelt die neue Nachfragefunktion, die sich auf Grund der oben beschriebenen Veränderungen ergibt. Die neusten Umfragen deuten auf einen linearen Verlauf der Nachfragefunktion hin. Die Konsumentenrente wird zudem in einer Näherung auf 30 GE geschätzt.
Bestimmen Sie auf Basis dieser Informationen den Funktionsterm der neuen Nachfragefunktion $p_{N_{neu}}$.

Ebenso hat sich die Preiselastizität der Nachfrage verändert. Der Controlling-Leiter von *Attach3D* möchte wissen, wie sich die Nachfrage im Marktgleichgewicht bei 1 %iger Preissteigerung verhält. Die Geschäftsführung vermutet, dass sich die Mengenänderung im Vergleich zum alten Marktgleichgewicht erhöhen wird.

Beurteilen Sie mit Hilfe von $p_{N_{neu}}$ mit $p_{N_{neu}}(x) = -\frac{5}{3}x + 22{,}8$, ob sich diese Vermutung bestätigt und geben Sie hierfür die prozentuale Nachfrageänderung an.

(17 BE)

Fortsetzung Aufgabe 1B

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Analysis

Fortsetzung Aufgabe 1B c)

c) Der Leiter des Controllings von *Attach3D* hat eine interne Kostenanalysedurch geführt und die folgende Gesamtkostenfunktionenschar K_a mit $K_a(x) = 0{,}5x^3 - ax^2 + 3ax + 2;\ a \in \{1; 2; 3\}$ modelliert, wobei x in Mengeneinheiten (ME) und $K_a(x)$ in Geldeinheiten (GE) angegeben werden. Der Parameter a stellt dabei die Produktion unterschiedlicher Modelle der 3D-Drucker dar.

a	Modell
1	*Rust*
2	*Lava*
3	*Golem*

Die Geschäftsführung möchte trotz hoher Nachfrage im ersten Jahr außergewöhnliche Kostenschwankungen bei der Produktion vermeiden.
Bestimmen Sie für die unterschiedlichen Modelle die Produktionsmengen mit dem geringsten Kostenzuwachs und die Höhe des Kostenzuwachses.
Bestimmen Sie die Produktionsmenge, bei der die Gesamtkosten aller drei Modelle gleich hoch sind.
Vergleichen Sie auf Grundlage Ihrer ermittelten Daten die unterschiedlichen Modelle im Hinblick auf die Kostenschwankungen.

Attach3D entwickelt für den hochprofessionellen Bereich ein neues Modell. Hierfür prognostiziert die Controlling-Abteilung eine Gesamtkostenfunktionenschar K_m mit $K_m(x) = \frac{1}{256}mx^3 + m^2x + 2$ und $m \in \mathbb{R}_{>0}$ als produktionsabhängigen Parameter. *Attach3D* möchte einen Preis für das neue Modell wählen, der wettbewerbsfähig ist.

Bestimmen Sie hierfür die langfristige Preisuntergrenze in Abhängigkeit von m.

(14 BE)

Lösungen Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

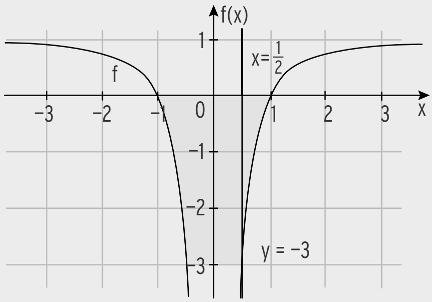
Lösungen Prüfungsteil A

Pflichtaufgaben

Aufgabe P1

a) f(x) = g(x) $1 - \frac{1}{x^2} = -3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{x^2} = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = -\frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{1}{2}$

oder $f(\frac{1}{2}) = -3$ wahre Aussage



b) Gerade g: Waagrechte durch (0 | – 3)

Inhalt der Fläche = Rechtecksinhalt +

2 · Inhalt der Fläche unter dem Graphen auf $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx = \left[x + \frac{1}{x}\right]_{\frac{1}{2}}^{1} = 2 - 2{,}5 = -0{,}5$$

A = 1 · 3 + 2 · 0,5 = 4

Der Flächeninhalt beträgt 4 FE.

Aufgabe P2

a) Extrempunkt: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

Wegen $f'(x) = e^{g(x)} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ hat der Graph von f keinen Extrempunkt.

b) Wendepunkt: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ oder $f''(x_1) = 0$ und $f''(x)$ ändert das Vorzeichen in x_1.

Mit der Kettenregel: $f''(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)}$

An der Stelle, an der g ein Maximum annimmt, ändert sich das Vorzeichen von g′(x).

Wegen $e^{g(x)} > 0$ ändert sich damit an dieser Stelle auch das Vorzeichen von f″(x),

d. h. der Graph von f hat einen Wendepunkt.

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil A Pflichtaufgaben

Aufgabe P3

$P(0) = P(1) = P(2) = \frac{1}{5}$; $P(9) = \frac{2}{5}$

a) $P(\{2; 0; 1{,}9\}) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{625}$

b) Summe größer oder gleich 11 bei zwei Drehungen {9; 9} oder {2; 9} oder {9; 2}:

$P(\text{Summe} \geq 11) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{25}$

Aufgabe P4

a) Zweistufiger Prozess: $R \to M \to K$

$A_{RM} = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 11 \\ 8 & 10 & 5 \end{pmatrix}$; $B_{MK} = \begin{pmatrix} 30 & 0 \\ 20 & 20 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$

$C_{RK} = A_{RM} \cdot B_{MK} = \begin{pmatrix} 30 \cdot 8 + 20 \cdot 6 & 20 \cdot 6 + 10 \cdot 11 \\ 30 \cdot 8 + 20 \cdot 10 & 20 \cdot 10 + 10 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 360 & 230 \\ 440 & 250 \end{pmatrix}$

Der Matrixeintrag 360 bedeutet, dass für die Gesamtbestellung des ersten Kunden 360 ME des ersten Rohstoffes notwendig sind.

b) x: Kosten für eine Mengeneinheit von R_2 ; $\frac{3}{4}x$: Kosten für eine Mengeneinheit von R_1

Aus $8 \cdot \frac{3}{4}x + 8 \cdot x = 2800 \Rightarrow 6x + 8x = 14x = 2\,800 \Rightarrow x = 200$

Die Kosten für eine ME von R_2 betragen 200 EUR.

Lösungen Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Wahlaufgaben eA

Aufgabe W1

a) Skizze des Graphen der Absatzfunktion a und Kennzeichnung des $D_{ök}$

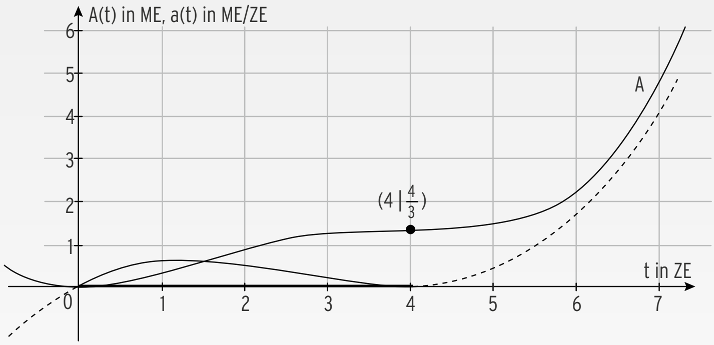
Hinweise:

$A'(t) = a(t)$

$A'(4) = 0$; $A'(0) = 0$

a wird maximal auf

$D_{ök} = [0; 4]$ in $t \approx 1{,}2$



b) Ergänzen $D_{ök}$: siehe markierter Abschnitt auf der Abszissenachse; $D_{ök} = [0; 4]$

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil A Wahlaufgaben

Aufgabe W1 Fortsetzung

c) Bestimmung der Funktionsgleichung der Gesamtabsatzfunktion A

$a_b(t) = \frac{1}{16}t^3 - bt^2 + t$

Stammfunktion: $A_b(t) = \frac{1}{64}t^4 - \frac{b}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + C$ mit C = 0

da die Gesamtabsatzfunktion im Ursprung startet

Punkt $S(4 \mid \frac{4}{3})$ einsetzen in $A_b(t) = \frac{1}{64}t^4 - \frac{b}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2$: $\frac{4}{3} = \frac{1}{64}4^4 - \frac{b}{3}4^3 + \frac{1}{2}4^2$

Mit $4^2 = 16$; $4^3 = 64$ $\frac{4}{3} = 4 - \frac{64b}{3} + 8 \Leftrightarrow \frac{64b}{3} = \frac{32}{3} \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$

$A(t) = \frac{1}{64}t^4 - \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2$

Hinweis: S ist ein Sattelpunkt.

Aufgabe W2

(1) Die Aussage ist wahr. p ist ein Polynom ungeraden Grades mit positivem Leitkoeffizient.

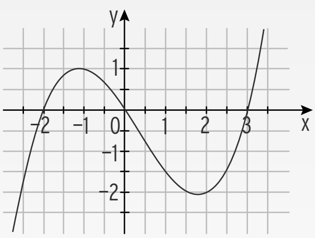
(2) Die Aussage ist falsch. Da p ein kubisches Polynom mit den drei einfachen Nullstellen – 2,0 und b ist, folgt aus dem Verhalten von dessen Graphen für große x, dass die x-Koordinate des eindeutigen Hochpunkts dieses Graphen zwischen – 2 und 0 liegt.

(3) Die Aussage ist wahr. Für jede Stammfunktion P von p, die symmetrisch zur y-Achse ist, folgt, dass deren Ableitung P′ = p symmetrisch zum Ursprung ist.

Da p ein kubisches Polynom ist, müssen für dieses alle Koeffizienten, die zu den Potenzfunktionen geraden Grades gehören, verschwinden.

Wegen $(x+2)(x - b) = x^2 + (2 - b)x - 2b$ folgt, dass dies für b = 2 der Fall ist.

Hinweis: Zur Orientierung kann eine Skizze des Schaubilds von p dienen, z.B. für b = 3 (siehe Abbildung).



Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil A Wahlaufgaben

Aufgabe W3

a) $\frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot 4 + (1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) \cdot 5 = \frac{49}{12}$

b) Mit $\frac{1}{6} \leq P(Y=5) \leq \frac{3}{6}$ ergibt sich $\frac{23}{6} \leq E(Y) \leq \frac{25}{6}$

Aufgabe W4

$P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ $\qquad P(A \cap \overline{B}) = P(A) \cdot P_A(\overline{B}) = \frac{2}{15}$

$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{5}{9}$

$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = 1 - P_{\overline{B}}(A) = \frac{4}{9}$

$P(\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P_{\overline{B}}(A)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{10}$ $\qquad P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

Aufgabe W5

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} = 18 - 8 + 10 = 20$

b) Die Aussage ist falsch, da das Skalarprodukt eine reelle Zahl und somit auch die Wurzel aus dem Skalarprodukt eine reelle Zahl und kein Vektor ist.

c) Es ist zu untersuchen, wann die Orthogonalitätsbedingung erfüllt ist.

$\vec{a} \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k^2 \end{pmatrix} = 0 \qquad 6 - 8k + 2k^2 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \vee k = 3$

Aufgabe W6

Bedingung: $A \cdot \vec{x} = \vec{x}$ $\qquad \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ und $x + y + z = 1$

LGS: $0{,}7x + 0{,}1y + 0{,}2z = x$ $\qquad -0{,}3x + 0{,}1y + 0{,}2z = 0$

$0{,}1x + 0{,}8y + 0{,}1z = y$ umgeformt: $0{,}1x - 0{,}2y + 0{,}1z = 0$

$0{,}1x + 0{,}3y + 0{,}6z = z$ $\qquad 0{,}1x + 0{,}3y - 0{,}4z = 0$

LGS in Matrixform: $\begin{pmatrix} -0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & -0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & -0{,}4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0 & -0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 & -0{,}5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0 & -0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Das LGS ist mehrdeutig lösbar mit $-0{,}5y + 0{,}5z = 0 \Leftrightarrow z = y$

Einsetzen in $-0{,}3x + 0{,}1y + 0{,}2z = 0$: $\qquad -0{,}3x + 0{,}1y + 0{,}2y = 0$

$x = y$

Einsetzen in $x + y + z = 1$: $\qquad 3y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}$

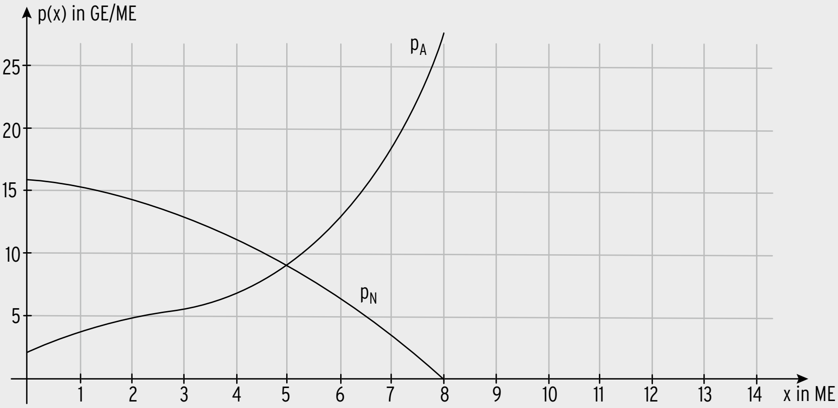
Stabile Verteilung: $\vec{x} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium
Prüfungsteil B CAS - Analysis

Lösungen Aufgabe 1B

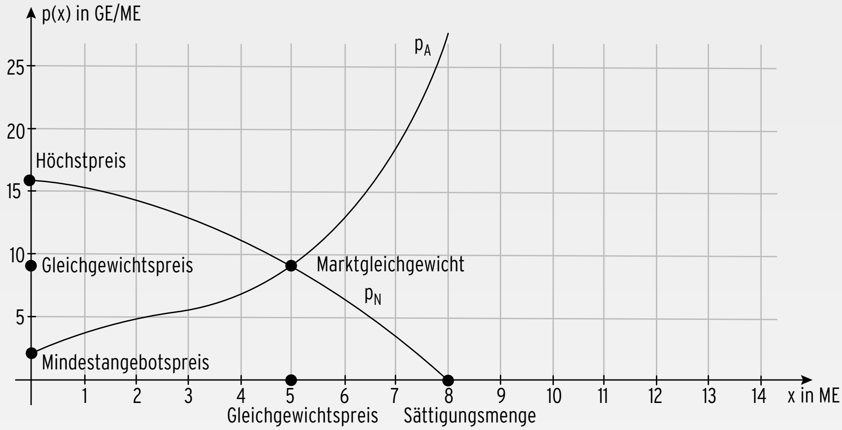
a) **Skizzieren der Graphen im $D_{ök}$ und Begründung Definitionsbereich**

$D_{ök} = [0; 8]$



Der ökonomisch sinnvolle Definitionsbereich beginnt bei x = 0, weil keine negativen Mengen produziert werden können. Er endet bei x = 8 , weil hier die Sättigungsmenge vorliegt und die Angebotsfunktion vorher keinen Hochpunkt aufweist.

Kennzeichnungen in der Skizze



Berechnung des Marktgleichgewichts und des Umsatzes

Gleichgewichtsmenge: Ansatz: $p_N(x) = p_A(x)$ $x = x_G = 5$

Gleichgewichtspreis: $p_N(5) = p_G = 9$

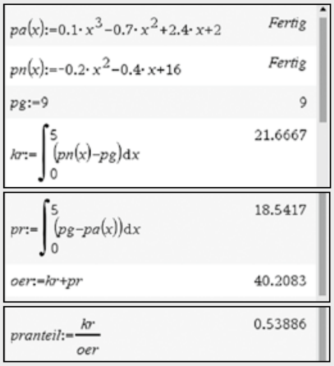
Gesamtumsatz: $U = x_G \cdot p_G = 45$

Das Marktgleichgewicht hat die Koordinaten MG(5 | 9) .

Der Umsatz im MG beträgt 45 GE.

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium
Prüfungsteil B CAS - Analysis

Lösungen Aufgabe 1B



a) **Ermittlung des prozentualen Anteils**

$KR = \int_0^5 (p_N(x) - p_G)dx = \frac{65}{3} \approx 21{,}67$ (GE)

$PR = \int_0^5 (p_G - p_A(x))dx = \frac{445}{24} \approx 18{,}54$ (GE)

Ökonomischen Rente (ÖR): ÖR = PR + KR = 40,21 (GE)

Prozentualer Anteil von KR an ÖR: $\frac{KR}{ÖR} = \frac{21{,}67}{40{,}21} \approx 0{,}53886$

Der prozentuale Anteil der KR an der Ökonomischen Rente liegt bei 53,89 %.

b) **Neues Marktgleichgewicht**

Gleichgewichtspreis $p_G = 12{,}8$ $\quad p_A(x) = 12{,}8$

$x = x_{G_{neu}} = 6$

$MG_{neu}\,(6 \mid 12{,}8)$

Neue lineare Nachfragefunktion

$p_N(x) = m \cdot x + b$

mit $MG_{neu}\,(6 \mid 12{,}8)$ und KR = 30

geometrischer Lösungsansatz

$A_{Dreieck} = \frac{h \cdot g}{2}$

Mit g = 6 und A = KR = 30: $\frac{h \cdot 6}{2} = 30 \Rightarrow h = 10$

$p_{H_{neu}} = p_G + 10 = 12{,}8 + 10 = 22{,}8$

Die Punkte $MG_{neu}\,(6 \mid 12{,}8)$ und $P(0 \mid 22{,}8)$ liegen auf der Geraden von $p_{N_{neu}}$

Lineare Regression führt auf die Gleichung $p_{N_{neu}}(x) = -\frac{5}{3}x + 22{,}8$

oder Punktprobe mit $MG_{neu}\,(6 \mid 12{,}8)$ in $y = mx + 22{,}8$

Beurteilen der Vermutung

$e_{x,p}(x) = \frac{p_N(x)}{p'_N(x) \cdot x}$

Nachfragefunktion alt: $p_N(x) = -0{,}2x^2 - 0{,}4x + 16$; $p'_N(x) = -0{,}4x - 0{,}4$

$e_{x,p}(5) = \frac{p_N(5)}{p'_N(5) \cdot 5} = -0{,}75$

Nachfragefunktion neu: $p_{N_{neu}}(x) = -\frac{5}{3}x + 22{,}8$; $p'_{N_{neu}}(x) = -\frac{5}{3}$

$e_{x,p}(6) = \frac{p_{N_{neu}}(6)}{p'_{N_{neu}}(6) \cdot 6} = -1{,}28$

Nachfrageänderung (NÄ): $\frac{-1{,}28}{-0{,}75} \approx 1{,}71$ also 71 %

Das Nachfrageverhalten hat sich von einer unelastischen Reaktion $|e| = 0{,}75 < 1$ im alten Marktgleichgewicht auf eine elastische Reaktion $|e| = 1{,}28 > 1$ im neuen Marktgleichgewicht verändert. Die Vermutung bestätigt sich; im neuen Marktgleichgewicht beträgt die Erhöhung der Nachfrageänderung 71 %.

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium
Prüfungsteil B CAS - Analysis
Lösungen Aufgabe 1B

c) **Bestimmung der Produktionsmenge mit dem geringsten Kostenzuwachs und der Höhe des Kostenzuwachses**

Wendepunkt ermitteln

$K'_a(x) = 1{,}5x^2 - 2ax + 3a;$ $K''_a(x) = 3x - 2a\,;$ $K'''_a(x) = 3$

hinreichende Bedingung $K''_a(x) = 0 \wedge K'''_a(x) \neq 0$

$K''_a(x) = 0$ $3x - 2a = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}a$

$K'''_a(\frac{2}{3}a) = 3 \neq 0$

$x = \frac{2}{3}a$ ist Wendestelle

Einsetzen in $K'_a(x)$: $K'_a(\frac{2}{3}a) = 1{,}5(\frac{2}{3}a)^2 - 2a \cdot (\frac{2}{3}a) + 3a = -\frac{2}{3}a^2 + 3a$

Bei einer Produktionsmenge von $\frac{2}{3}a$ ME ist der Kostenzuwachs am geringsten.

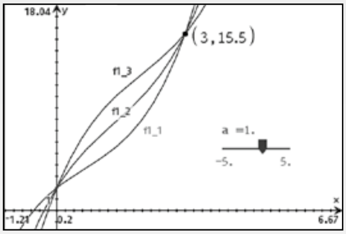
Der Kostenzuwachs beträgt dann $(-\frac{2}{3}a^2 + 3a)$ GE/ME.

Alternative: Wendepunkte für die drei Funktionsgleichungen für a = 1,2,3 bestimmen

	Modell	Produktionsmenge mit geringster Kostenänderung	Kostenzuwachs bei dieser Produktionsmenge
a = 1:	*Rust*	$\frac{2}{3}$ ME	$2\frac{1}{3}$ GE/ME
a = 2:	*Lava*	$1\frac{1}{3}$ ME	$3\frac{1}{3}$ GE/ME
a = 3:	*Golem*	2 ME	3 GE/ME

Schnittpunkte der Graphen der drei Gesamtkostenfunktionen

$K_1(x) = K_2(x) = K_3(x) \Rightarrow S_1\,(0 \mid 2);\ S_2(3 \mid 15{,}5)$



Vergleich der unterschiedlichen Modelle

Die Fixkosten liegen bei allen drei Modellen bei 2 GE, bei einer Produktion von 3 ME entstehen immer Gesamtkosten in Höhe von 15,5 GE. Die Produktionsmenge mit der geringsten Kostenänderung ist für Rust mit $\frac{2}{3}$ ME am kleinsten und für Golem mit 2 ME am größten. Daraus folgt, dass der Gesamtkostenanstieg bei Golem für eine größere Produktionsspanne degressiv ist, als bei den beiden anderen Modellen, d. h. die Kostenschwankung ist am geringsten. Bei einer Produktionsmenge über 3 ME sind die Gesamtkosten für das Modell Golem am geringsten.

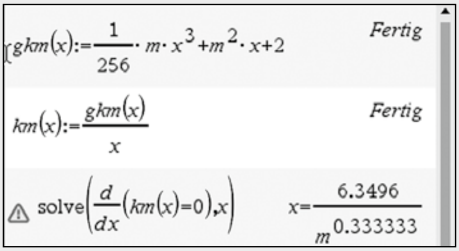
Im Hinblick auf eine geringe Kostenschwankung ist das Modell Golem zu bevorzugen.

Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium
Prüfungsteil B CAS - Analysis
Lösungen Aufgabe 1B

c) **LPU der neuen Stückkostenfunktion bestimmen**

Kostenfunktionenschar: $K_m(x) = \frac{1}{256}mx^3 + m^2 x + 2$

Stückkostenfunktion k_m mit $k_m(x) = \frac{K_m(x)}{x} = \frac{\frac{1}{256}mx^3 + m^2 x + 2}{x} = \frac{1}{256}mx^2 + m^2 + \frac{2}{x}$



Tiefpunkt der Stückkostenkurve

TP $(6{,}3496m^{-\frac{1}{3}} \mid m^2 + 0{,}4725m^{\frac{1}{3}})$

$6{,}3496m^{-\frac{1}{3}} = \frac{6{,}3496}{m^{0{,}3333}}$

LPU: $m^2 + 0{,}4725m^{\frac{1}{3}}$

Die langfristige Preisuntergrenze für das Modell liegt bei $m^2 + 0{,}4725m^{\frac{1}{3}}$ GE/ME.

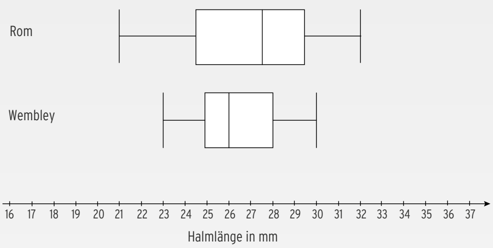
Zentralabitur 2019 Mathematik eA Berufliches Gymnasium
Lösungen Prüfungsteil B
Aufgabe 2A CAS - Stochastik

a) **1 σ -Intervall für *Wembley***

$\bar{x} \approx 26{,}3$ und $\sigma \approx 2{,}19$

$[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma] = [26{,}3 - 2{,}19; 26{,}3 + 2{,}19] = [24{,}11; 28{,}49]$

Boxplot zeichnen für *Wembley*



$x_{min} = 23$, $Q_1 = 25$,

Med = 26, $Q_3 = 28$ und $x_{max} = 30$

Entscheidung für eine Rasensorte

Die Rasenmischung Wembley ist aufgrund des kleineren Streuungsintervalls, der kleineren Spannweite und des kleineren Quartilsabstandes in Bezug auf die Anforderung „gleichmäßiger Wuchs“ besser geeignet.

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Zentralabitur 2025	Mathematik		Material für Prüflinge
Deckblatt		eA	Berufliches Gymnasium

Hinweise

Prüfungszeit insgesamt: 330 Minuten

Zum Prüfungsteil A

Bearbeiten Sie die Aufgaben P1, P2, P3 und P4.

Wählen Sie von den Aufgaben Q1, Q2, Q3, Q4, Q5 und Q6 **genau zwei** zur Bearbeitung aus.

Es sind 30 BE von insgesamt 100 BE erreichbar.

Sie müssen den **Prüfungsteil A spätestens 110 Minuten nach Beginn der Prüfung abgeben**.

Hilfsmittel

Zeichenmittel sind als Hilfsmittel in beiden Prüfungsteilen zugelassen.

Bei Abgabe des Prüfungsteils A erhalten Sie folgende Hilfsmittel für den Prüfungsteil B:
- eingeführten CAS-Rechner
- ggf. Handbuch zum eingeführten CAS-Rechner
- eingeführte gedruckte Formelsammlung

Zum Prüfungsteil B

Sie erhalten sechs Aufgaben aus drei Sachgebieten. Sie erhalten in jedem Sachgebiet zwei Aufgaben zur Auswahl.

Sachgebiet **Analysis** (30 BE)	**Sachgebiet** **Stochastik** (20 BE)	**Sachgebiet** **Lineare Algebra und Analytische Geometrie** (20 BE)
Aufgabe 1A	Aufgabe 2A	Aufgabe 3A
Aufgabe 1B	Aufgabe 2B	Aufgabe 3B

Wählen Sie aus jedem Sachgebiet genau eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.

Andere Kombinationen sind nicht zulässig.

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Pflichtaufgaben

Aufgabe P1

Ein neues Medikament, das durch Infusion verabreicht werden soll, wird durch eine Computersimulation erprobt. Die Forschenden nutzen für die Modellierung der Medikamentenkonzentration die Funktion c mit $c(t) = a \cdot (1 - e^{-0{,}1 \cdot t})$; c in Milligramm pro Liter (mg/l) und $t \in \mathbb{R}^+$ in Stunden (h).

a) Beschreiben Sie den Einfluss des Parameters a mit $a \in \mathbb{R}^+$ auf den Verlauf der Funktion und die Höhe der Medikamentenkonzentration. [1 BE]

b) Bei der ersten Simulation wird für den Parameter a zunächst $a = 200$ gewählt.
Ermitteln Sie den Zeitpunkt, ab dem die Konzentrationsänderung weniger als $10\ \frac{\text{mg/l}}{\text{h}}$ beträgt. [4 BE]

Aufgabe P2

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x$.

a) Es gilt $f''(2) \neq 0$.
Zeigen Sie, dass 2 eine Extremstelle von f ist. [2 BE]

b) Einer der abgebildeten Graphen I und II (vgl. Abb. 1) ist der Graph einer Stammfunktion von f. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe. [3 BE]

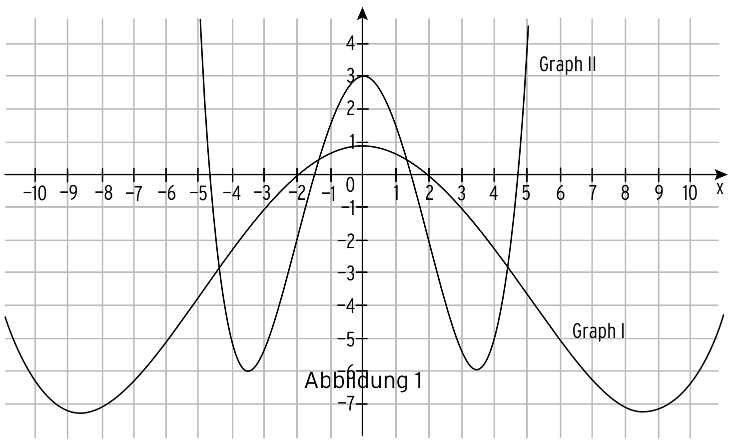


Abbildung 1

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Pflichtaufgaben

Aufgabe P3

Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße X_1 mit den Parametern n_1 und p_1.
Abbildung 2 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_1.

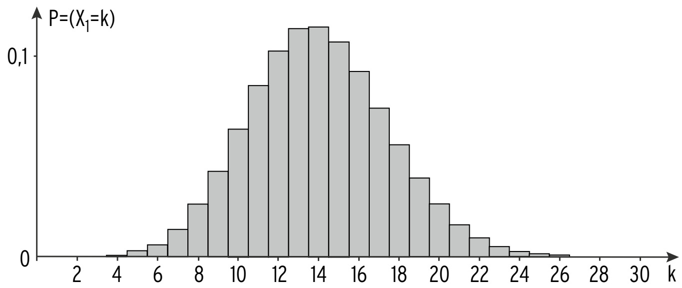


Abbildung 2

a) Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage richtig ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung:
$\sum_{k=16}^{20} (P(X_1 = k) > 0,5$ [2 BE]

b) Betrachtet wird zudem die binomialverteilte Zufallsgröße X_2 mit den Parametern n_2 und p_2. Abbildung 3 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_2. Die Erwartungswerte von X_1 und X_2 sind ganzzahlig und es gilt $n_1 = n_2$.

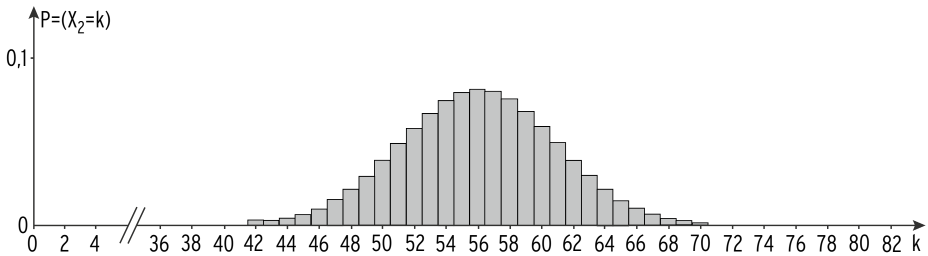


Abbildung 3

Weisen Sie unter Verwendung der Abbildungen 2 und 3 nach, dass $p_2 = 4 \cdot p_1$ gilt.

[3 BE]

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Pflichtaufgaben

Aufgabe P4

a) Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ mit jeweils drei Komponenten.
Entscheiden Sie durch Ankreuzen in Tabelle 1, ob der jeweilige Ausdruck einen Vektor mit drei Komponenten darstellt, eine Zahl darstellt oder nicht definiert ist. [2 BE]

Ausdruck	Vektor mit drei Komponenten	Zahl	nicht definiert
$\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$	☐	☐	☐
$\vec{a} + (\vec{a} \cdot \vec{b})$	☐	☐	☐

Tabelle 1

b) Betrachtet wird der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v_r} = \begin{pmatrix} r \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$.

Ermitteln Sie alle Werte von r, für die dieser Winkel eine Größe von mindestens 90° hat. [3 BE]

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil A Wahlaufgaben

Aufgabenauswahl: Kreuzen Sie die beiden ausgewählten Aufgaben an.

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6

Aufgabe Q1

Gegeben sind die in $\mathbb{R}_+^*$ definierten Funktionen f und g, wobei g die Umkehrfunktion von f ist. Abbildung 4 zeigt die Graphen G_f von f und G_g von g. G_f und G_g schneiden sich nur im Koordinatenursprung und im Punkt $(x_S \mid f(x_S))$.

Beurteilen Sie die folgende Aussage:

$$\int_0^{x_S} (g(x) - f(x))dx = 2 \int_0^{x_S} (x - f(x))dx$$

[5 BE]

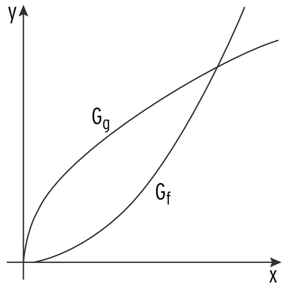


Abbildung 4

Aufgabe Q2

Ein Messbecher in Form eines Paraboloids (vgl. Abb. 5), der durch Rotation der Funktion $f(x) = \sqrt{x-1}$ um die Abszissenachse entsteht, soll nach der Herstellung mit Markierungen für verschiedene Füllstände beschriftet werden. x und f(x) werden in Zentimeter (cm) angegeben.

Rotationsvolumen:

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$$

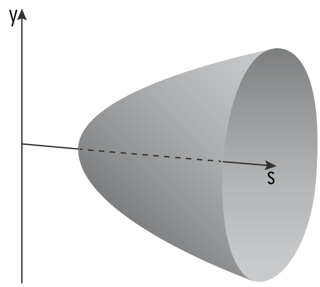


Abbildung 5

a) Berechnen Sie das Volumen des Messbechers, wenn er eine maximale Füllhöhe von 5 cm hat. [2 BE]

b) Ermitteln Sie die Füllhöhe, wenn das Behältnis mit 8π cm^3 befüllt werden soll. [3 BE]

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Analysis

Aufgabe 1B Fortsetzung

b) Um die Umstellung auf Sauerkirschen durchzuführen, müssen die befallenen Kirschbäume gefällt werden.
Genauere Untersuchungen haben ergeben, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit h' der Kirschfruchtfliege und damit des Baumbefalls mithilfe der Differentialgleichung (DGL) $h'(t) = 0{,}3231 \cdot (150\,000 - h(t))$ beschrieben werden kann; dabei wird t in Jahren angegeben. $h(t)$ prognostiziert die Anzahl der befallenen Kirschbäume.
Die Mitarbeitenden haben festgestellt, dass zu Beginn des Untersuchungszeitraumes ($t = 0$) 4800 Kirschbäume von der Kirschfruchtfliege befallen sind.

Die Mitarbeitenden des Obsthofes Kirsikka müssen die Folgen abschätzen, die eintreten würden, wenn die befallenen Kirschbäume nicht sofort gefällt werden.
Stellen Sie die Entwicklung des Baumbefalls mithilfe einer Zeichnung dar, in der Sie die Anzahl der befallenen Kirschbäume sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit grafisch aufbereiten.
Beschreiben Sie den Verlauf der beiden Graphen jeweils anhand von zwei Merkmalen, um die Folgen abzuschätzen.

Aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse sollen zeitnah so viele befallene Kirschbäume wie möglich gefällt und aus der Plantage entfernt werden. Allerdings gibt es zurzeit einen Mangel an Mitarbeitenden, sodass nicht alle befallenen Kirschbäume auf einmal entfernt werden können. Im ersten Jahr können deshalb nur 17 950 befallene Kirschbäume entfernt werden.
Bestimmen Sie für die weiteren Planungen der Fällarbeiten den prozentualen Anteil der im ersten Jahr entfernten Kirschbäume unter den bis zu diesem Zeitpunkt befallenen Kirschbäumen. [15 BE]

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Stochastik

Aufgabe 2A

Das Unternehmen Mare & Fish stellt Armbänder und Schlüsselanhänger aus Fischernetzen her, die im Meer zurückgelassen wurden. Die Netze werden aus dem Meer geholt, gereinigt und dann zu dem jeweiligen Produkt verarbeitet.

a) Bei der Verarbeitung der Fischernetze kann es vorkommen, dass die Fasern aufrauen und deshalb nachbearbeitet werden müssen, bevor die Produkte in den Verkauf gehen können.
Jeden Monat werden 10 000 Armbänder aus Fischernetzen hergestellt.
Die Qualitätskontrolle hat festgestellt, dass ein Armband mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % nachbearbeitet werden muss, weil die Fasern rau sind und ggf. die Handgelenke zerkratzt werden könnten. Für die Einsatzplanung der Arbeitskräfte im Bereich „Nachbesserung" müssen einige Analysen in der Controlling-Abteilung durchgeführt werden:

Wenn mehr als 1000 und weniger als 2000 Armbänder nachbearbeitet werden müssen, werden 3 Arbeitskräfte benötigt; wenn 2000 bis 4000 Armbänder nachbearbeitet werden müssen, dann werden 5 Arbeitskräfte benötigt.
Sollten nochmehr Armbänder nachbearbeitet werden müssen, werden 7 Arbeitskräfte benötigt.
Bestimmen Sie die Mindestanzahl und die höchste Anzahl der Armbänder, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % pro Monat nachbearbeitet werden müssen.
Geben Sie eine Handlungsempfehlung bzgl. der Anzahl der notwendigen Arbeitskräfte. [11 BE]

b) Die Mitarbeitenden der Controlling-Abteilung bereiten die Ergebnisse der Qualitätskontrolle der Schlüsselanhänger jedes Jahr grafisch auf (vgl. Abb. 2 nächste Seite), um den Vergleich der Daten zu erleichtern.
Kontrolliert wird, ob die Verschlüsse der Anhänger korrekt mit den Kordeln aus den Fischernetzen verknüpft wurden (vgl. Abb. 1). Jeden Monat werden 8000 Schlüsselanhänger aus Fischernetzen hergestellt.
Die Qualitätskontrolle umfasst 200 Schlüsselanhänger.

Abbildung 1:
Schlüsselanhänger

Fortsetzung Aufgabe 2Ab)

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Stochastik

Aufgabe 2Ab) Fortsetzung

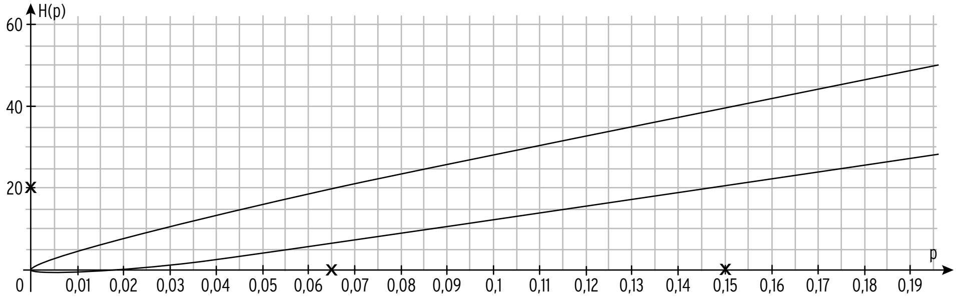


Abbildung 2: Qualitätskontrolle der Schlüsselanhänger

Für das nächste Meeting mit der Geschäftsleitung muss die Grafik vervollständigt und eine Beschreibung erstellt werden.

Ergänzen Sie die Grafik im Materialanhang M1 (Abb. 3), sodass eine Aussage darüber getroffen werden kann, in welchem Bereich die Wahrscheinlichkeit dafür liegt, dass der Verschluss fehlerhaft verknüpft ist.

Berechnen Sie die Angaben, die Sie benötigen, um die Grafik umfassend beschreiben zu können.

Erläutern Sie die vervollständigte Grafik im Sachzusammenhang für die Geschäftsleitung. [9 BE]

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Stochastik

Materialanhang M1

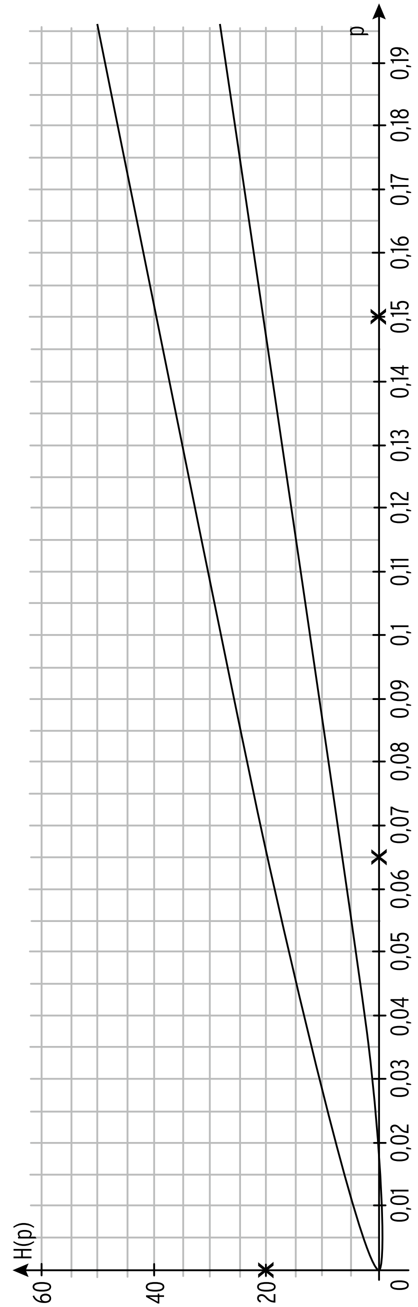


Abbildung 3

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Prüfungsteil B CAS - Stochastik

Aufgabe 2B

Auf einer stark befahrenen Straße wurde eine Woche lang eine Verkehrszählung und gleichzeitig eine Verkehrskontrolle durchgeführt. Folgende Daten wurden erhoben (vgl. Tab. 1 und Abb. 1):

	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag	Sonntag
Pkw	100	120	110	90	100	150	140
Lkw	60	50	62	51	57	25	10
Kleintransporter	80	70	74	83	78	55	10

Tabelle: 1: Ergebnisse der Verkehrszählung

Abbildung: 1: Ergebnisse der Verkehrskontrolle

Fortsetzung Aufgabe 2B

Lösungen Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil A Pflichtaufgaben

AufgabeP1

a) **Einfluss des Parameters beschreiben**

Der Parameter a gibt den Grenzwert des begrenzten Wachstums und damit die maximale Medikamentenkonzentration an.

Hinweis: $e^{-0{,}1\cdot t} \longrightarrow 0$ für $t \to \infty$

b) **Zeitpunkt ermitteln**

$c'(t) = 0{,}1 \cdot 200 \cdot e^{-0{,}1\cdot t} = 10 \quad \Leftrightarrow \quad e^{-0{,}1\cdot t} = 0{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad -0{,}1 \cdot t = \ln(0{,}5)$

oder mit $\ln(0{,}5) = \ln(\frac{1}{2}) = -\ln(2)$

$t > \frac{\ln(0{,}5)}{-0{,}1}$ oder $t > 10 \cdot \ln(2)$

Ab dem Zeitpunkt $10\cdot\ln(2)$ h beträgt die Konzentrationsänderung weniger als $10\ \frac{\text{mg/l}}{\text{h}}$.

Aufgabe P2

a) **Extremstelle zeigen**

$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3 \qquad f'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 - 3 = 0$

b) **Graphen begründet angeben**

Graph II

Der Graph jeder Stammfunktion F von f hat im Punkt (2 | F(2)) einen Wendepunkt.

Hinweis: Graph von f hat in x = 2 eine Extrremstelle ($f'(2) = F''(2) = 0$)

Aufgabe P3

a) **Begründete Entscheidung treffen**

Die Aussage ist falsch. Der Abbildung 2 ist zu entnehmen, dass jeder der fünf zu betrachtenden Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_1 kleiner als 0,1 ist.

b) **Nachweis führen**

Mithilfe der Abbildungen folgt $14 = n_1 \cdot p_1$ und $56 = n_2 \cdot p_2$.

Mit $n_2 \cdot p_2 = 4 \cdot 14 = 4 \cdot n_1 \cdot p_1$ und $n_1 = n_2$ folgt die Behauptung.

Aufgabe P4

a) **Entscheiden durch Ankreuzen**

Ausdruck	Vektor mit drei Komponenten	Zahl	nicht definiert
$\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$	☐	☒	☐
$\vec{a} + (\vec{a} \cdot \vec{b})$	☐	☐	☒

Lösungen Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil A

Pflichtaufgaben

Aufgabe P4

b) **Werte ermitteln·**

$\vec{u} \cdot \vec{v_r} = 2r + 12$

Der Winkel hat eine Größe von mindestens 90° genau dann,

wenn gilt: $\vec{u} \cdot \vec{v_r} \leq 0$, d. h. $r \leq -6$.

Lösungen Prüfungsteil A Wahlaufgaben

Aufgabe Q1

a) **Aussage beurteilen**

Der Wert des Integrals $\int_0^{x_S} (g(x) - f(x))dx$ entspricht dem Inhalt der von G_f und G_g eingeschlossenen Fläche.

Der Wert des Integrals $\int_0^{x_S} (x - f(x))dx$ entspricht dem Inhalt der von der Geraden mit der Gleichung $y = x$ und G_f eingeschlossenen Fläche.

Da G_g durch Spiegelung von G_f an der Geraden mit der Gleichung $y = x$ hervorgeht, hat die von G_f und G_g eingeschlossene Fläche den doppelten Flächeninhalt wie die von der Geraden und G_f eingeschlossene Fläche. Damit ist die Aussage wahr.

Aufgabe Q2

a) **Volumen berechnen**

Der Messbecher beginnt bei $x = 1$.

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx = \pi \cdot \int_1^6 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \cdot \int_1^6 (x-1)dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{1}{2}x^2 - x\right]_1^6 = \pi \cdot (18 - 6 - (\frac{1}{2} - 1)) = \frac{25}{2}\pi$$

Der Messbecher hat ein Volumen von $\frac{25}{2}\pi$ cm³.

b) **Füllhöhe ermitteln**

$$\pi \cdot \left[\frac{1}{2}x^2 - x\right]_1^h = 8 \cdot \pi \Rightarrow \frac{1}{2}h^2 - h - (\frac{1}{2} - 1)) = 8$$

Quadratische Gleichung

$$\frac{1}{2}h^2 - h + \frac{1}{2} = 8 \Leftrightarrow h^2 - 2h - 15 = 0$$

Lösung mit Formel: $h_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 15} \Rightarrow h_1 = 5$; $h_2 = -3$

Der Messbecher beginnt bei $x = 1$.

Die Füllhöhe muss 4 cm betragen.

Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil B

Aufgabe 2A

a) **Anzahl der Armbänder bestimmen**

Zufallsvariable X definieren

X: „Anzahl der Armbänder, die nachbearbeitet werden müssen"

n = 10 000 und p = 0,15

Erwartungswert

$\mu = n \cdot p = 10\,000 \cdot 0{,}15 = 1500$

Laplace-Bedingung

$n \cdot p \cdot q > 9$

$10\,000 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}85 = 1275 > 9$

$\Rightarrow$ Sigma-Intervalle nutzbar

$\sigma = \sqrt{10\,000 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}85} = \sqrt{1275} \approx 35{,}71$

2,58-Sigma-Intervall

$P(\mu - 2{,}58\sigma \leq X \leq \mu + 2{,}58\sigma) \approx 0{,}99$

$[\mu - 2{,}58\sigma \leq X \leq \mu + 2{,}58\sigma] = [1500 - 2{,}58 \cdot 35{,}71 \leq X \leq 1500 + 2{,}58 \cdot 35{,}71]$

$\approx [1407{,}87 \leq X \leq 1592{,}13]$

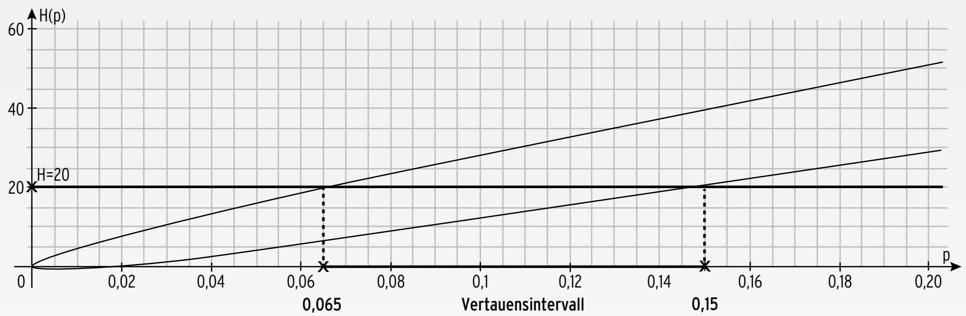
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % müssen mindestens 1408 und höchstens 1592 Armbänder nachbearbeitet werden.

Hinweis: Runden nach außen führt hier zu sicheren wirtschaftlichen Entscheidungen. Dieses Intervall wird ebenfalls als richtig anerkannt.

Handlungsempfehlung geben

Das Unternehmen sollte auf dieser Basis drei Arbeitskräfte zum Nachbearbeiten einplanen.

b) **Grafik ergänzen**

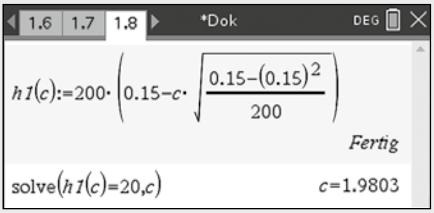


Zentralabitur 2025 Mathematik eA Berufliches Gymnasium

Lösungen Prüfungsteil B

Aufgabe 2A

b) **Berechnen der Angaben**



$H_{1,2} = n \cdot \left(p \pm c \cdot \sqrt{\frac{p - p^2}{n}}\right)$

$H_1 = 200 \cdot \left(0{,}15 - c \cdot \sqrt{\frac{0{,}15 - 0{,}15^2}{200}}\right) = 20$

$\Rightarrow c \approx 1{,}98$

$H_2 = 200 \cdot \left(0{,}066 + c \cdot \sqrt{\frac{0{,}066 - 0{,}066^2}{200}}\right) = 20$

$\Rightarrow c \approx 1{,}94$

Aufgrund der Zeichenungenauigkeit zur Bestimmung von $p_{1,2}$ kann der Mittelwert der beiden berechneten Werte für den Faktor c der Sicherheitswahrscheinlichkeit angenommen werden, also c = 1,96. Das Konfidenzniveau liegt bei 95 %.

Vollständige Grafik erläutern (Bsp.)

Dargestellt ist eine Konfidenzellipse für eine Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % und eine Stichprobe von 200 Schlüsselanhängern. In der Stichprobe wurden 20 defekte Schlüsselanhänger gefunden. Daraus ergibt sich ein 95 %-Vertrauensintervall von ca. [0,066 ; 0,15]. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schlüsselanhänger defekt ist, liegt mit einer Sicherheit von 95 % zwischen ca. 6,6 % und ca. 15 %.