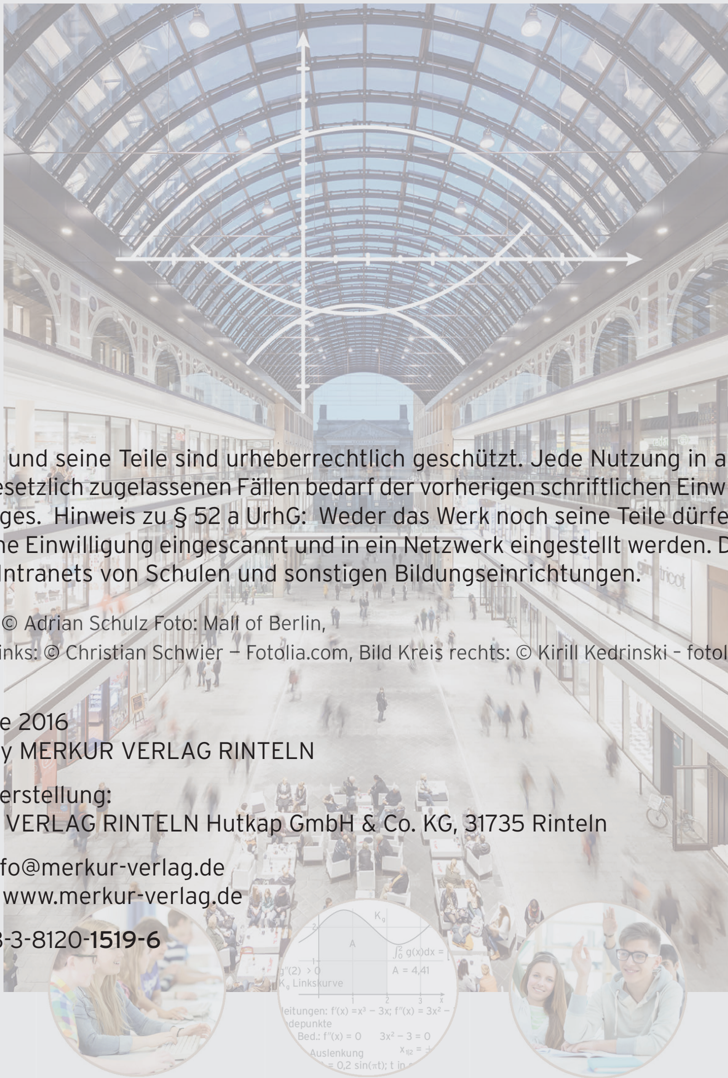
Mit zugelassener Merkhilfe

Bohner
Ott
Deusch

Formelsammlung für das Berufskolleg



Umschlag: © Adrian Schulz Foto: Mall of Berlin,
Bild Kreis links: © Christian Schwier – Fotolia.com, Bild Kreis rechts: © Kirill Kedrinski - fotolia.com

3. Auflage 2016

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-1519-6

Merkur
Verlag Rinteln

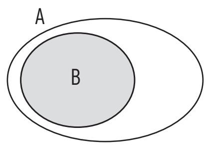
Mengen

$x \in A$: x ist ein **Element** der Menge A

$x \notin A$: x ist kein Element der Menge A

$B \subseteq A$: B ist **Teilmenge** von A:

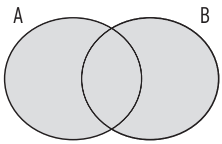
Jedes Element von B ist auch Element von A.



Mengenverknüpfungen

Vereinigungsmenge:

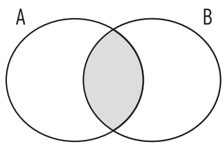
$A \cup B$ (A vereinigt B)



$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$

Schnittmenge:

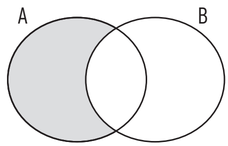
$A \cap B$ (A geschnitten B)



$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$

Differenzmenge:

$A \backslash B$ (A ohne B)



$A \backslash B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$

Zahlenmengen / Intervalle

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen ohne Null; $\mathbb{N}^* = \mathbb{N}\backslash\{0\}$

$\mathbb{Z} = \{\ldots; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ Menge der ganzen Zahlen

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q}; p \in \mathbb{Z}; q \in \mathbb{N}^*\right\}$ Menge der rationalen Zahlen (Menge der Bruchzahlen)

$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen

$\mathbb{R}^*$ Menge der reellen Zahlen ohne Null ($x \neq 0$); $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

$\mathbb{R}_+$ Menge der nicht negativen reellen Zahlen ($x \geq 0$): $\mathbb{R}_+ = [0; \infty[$

$\mathbb{R}_-$ Menge der nicht positiven reellen Zahlen ($x \leq 0$): $\mathbb{R}_- =]-\infty; 0]$

$\mathbb{R}_-^*$ Menge der negativen reellen Zahlen ($x < 0$): $\mathbb{R}_-^* =]-\infty; 0[= \mathbb{R}_-\backslash\{0\}$

$\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ Menge der irrationalen Zahlen: π; $\sqrt{2}$; e; ...

* ohne Null

Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen $\mathbb{R}$

Geschlossenes Intervall: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Offenes Intervall: $]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

Halboffenes Intervall: $[a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

Rechnen mit Brüchen

Erweitern: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$
Zähler a und Nenner b ($b \neq 0$) mit der gleichen Zahl $\neq 0$ multiplizieren

Kürzen: $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$
durch die gleiche Zahl $\neq 0$ dividieren.

Addition: Bei **gleichem** Nenner: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$
Zähler addieren, Nenner beibehalten
Bei **verschiedenen** Nennern: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad + cb}{bd}$
Zuerst die Brüche durch Erweitern auf den **gleichen Nenner** bringen.

Multiplikation: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ $\qquad \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$
Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren.

Division: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ $\qquad \frac{\frac{a}{b}}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{d}{1}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{d} = \frac{a}{bd}$
Multiplikation mit dem Kehrbruch

Kehrbruch: $\frac{a}{b}$ ist der Kehrbruch von $\frac{b}{a}$ für $a, b \neq 0$.

Terme und Termumformungen

Assoziativgesetz der Addition $a + (b + c) = (a + b) + c$ $\qquad$ der Multiplikation $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Distributivgesetz: $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$
$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d = a \cdot (c + d) + b \cdot (c + d)$

Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.

Potenzrechnung vor **Punktrechnung** (· ; :) vor **Strichrechnung** (+; −)

Binomische Formeln

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\qquad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Prozentrechnung

Prozentwert = **Grundwert** · **Prozentsatz** $\qquad P = G \cdot p\,\%$

P Prozentwert; G Grundwert; Prozentsatz $p\,\% = \frac{p}{100}$

Zinsformel für Tageszinsen: $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$; Kapital K; Zinssatz $\frac{p}{100}$; Anzahl der Tage t

Zinseszinsformel: $K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$
K_0: Anfangskapital; K_n: Kapital nach n Jahren

Promille: $1\,‰ = \frac{1}{1000}$

Potenzen und Logarithmen

Potenz $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ **(n Faktoren a; $n \in \mathbb{N}^*$)** $a^1 = a$

a: Basis (Grundzahl) **n: Exponent (Hochzahl)**

Dabei gilt **für $a \neq 0$:** $a^0 = 1$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Wurzeln $(a, b > 0)$

Quadratwurzel:

$\sqrt[2]{a} = b \Rightarrow a = b^2$

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

Schreibweise
$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$
$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

Bemerkung: $\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$

Schreibweise
$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Kubikwurzel: $\sqrt[3]{a} = b \Rightarrow b^3 = a$

n-te Wurzel: $\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ mit $n \in \mathbb{N}^*$; $m \in \mathbb{Z}$

Potenzgesetze $(a, b > 0)$:

Gleiche Basis

$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$

Gleiche Hochzahl:

$a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$

$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

Potenzieren: $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$

Potenzsätze für e-Potenzen:

$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$

$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

$(e^x)^k = e^{kx}$

Logarithmus zur **Basis a**> 0: $a^x = b$ $a \neq 1$; $b > 0$

$x = \log_a(b)$

Logarithmus zur **Basis e:** $e^x = b$

$x = \ln(b)$