Bohner | Ott | Deusch

Formelsammlung
Mathematik
für berufliche Gymnasien, Berufsoberschulen und zur Fachhochschulreife führende Bildungsgänge

Baden-Württemberg

Merkur Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Kurt Bohner
Lehrauftrag Mathematik am Beruflichen Schulzentrum Wangen (BS)
Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Ronald Deusch
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

* * * * * * * * * *

6. Auflage 2022

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 1338-06
ISBN 978-3-8120-1059-7

1 Zahlenmengen

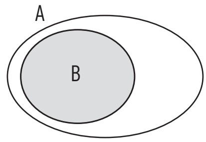
Mengen

$x \in A$: x ist ein **Element** der Menge A

$x \notin A$: x ist kein Element der Menge A

$B \subseteq A$: B ist **Teilmenge** von A:

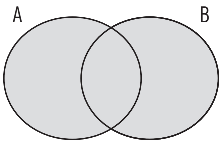
Jedes Element von B ist auch Element von A.



Mengenverknüpfungen

Vereinigungsmenge:

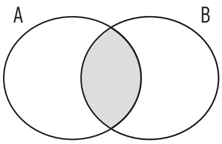
$A \cup B$ (A vereinigt B)



$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$

Schnittmenge:

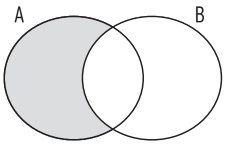
$A \cap B$ (A geschnitten B)



$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$

Differenzmenge:

$A \setminus B$ (A ohne B)



$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$

Zahlenmengen/Intervalle

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen ohne Null; $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$

* ohne Null

$\mathbb{Z} = \{\ldots; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ Menge der ganzen Zahlen

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q};\ p \in \mathbb{Z};\ q \in \mathbb{N}^*\right\}$ Menge der rationalen Zahlen (Menge der Bruchzahlen)

$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen

$\mathbb{R}^*$ Menge der reellen Zahlen ohne Null ($x \neq 0$); $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\mathbb{R}_+$ Menge der nicht negativen reellen Zahlen ($x \geq 0$): $\mathbb{R}_+ = [0; \infty[$

$\mathbb{R}_-$ Menge der nicht positiven reellen Zahlen ($x \leq 0$): $\mathbb{R}_- =]-\infty; 0]$

$\mathbb{R}_-^*$ Menge der negativen reellen Zahlen ($x < 0$): $\mathbb{R}_-^* =]-\infty; 0[= \mathbb{R}_- \setminus \{0\}$

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ Menge der irrationalen Zahlen: π; $\sqrt{2}$; e; …

Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen $\mathbb{R}$

Geschlossenes Intervall: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Offenes Intervall: $]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

Halboffenes Intervall: $[a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

2 Geometrie

Dreiecke

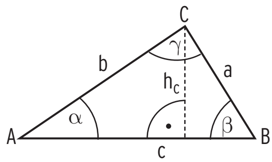
Bezeichnungen:

Dreieck:

Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2}\, c \cdot h_c = \frac{c \cdot h_c}{2}$

Umfang: $U = a + b + c$

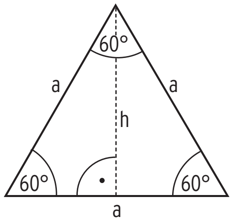
Winkelsumme 180°: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$



Gleichseitiges Dreieck:

Höhe: $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

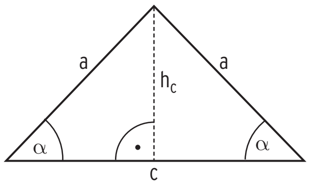
Flächeninhalt: $A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$



Gleichschenkliges Dreieck:

Höhe: $h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$

Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2}\, c \cdot h_c$



Rechtwinkliges Dreieck:

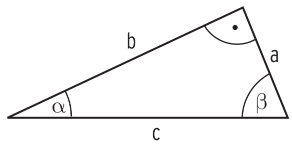
Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2}\, a \cdot b$

$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$

$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$

$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$

Die Winkelsumme beträgt 180°: $\alpha + \beta = 90°$



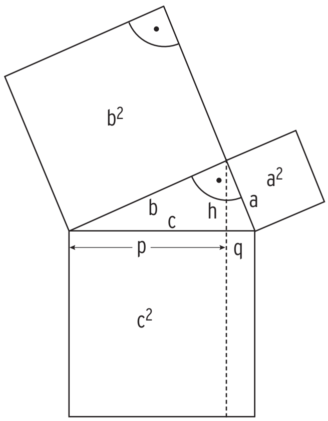
Im **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

Satz von Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$

Kathetensatz: $a^2 = c \cdot q$

$b^2 = c \cdot p$

Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$

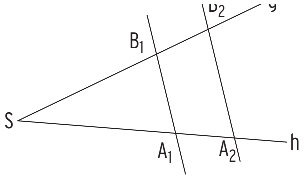


Strahlensätze

Es sei $A_1B_1 \parallel A_2B_2$, dann gilt:

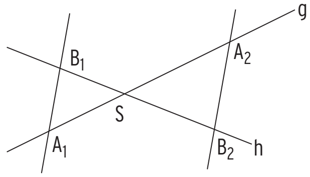
(1) $\dfrac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \dfrac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$ und $\dfrac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1A_2}} = \dfrac{\overline{SB_1}}{\overline{B_1B_2}}$

Entsprechende Längen auf g verhalten sich wie die entsprechenden Längen auf h.



(2) $\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \dfrac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \dfrac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$

Entsprechende Längen auf g bzw. h (von S aus gemessen) verhalten sich wie entsprechende Parallelenaschnitte.



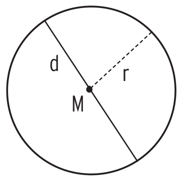
Kreis

In einem **Kreis mit Radius r** gilt:

Durchmesser: $d = 2r \;\Leftrightarrow\; r = \frac{d}{2}$

Flächeninhalt: $A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

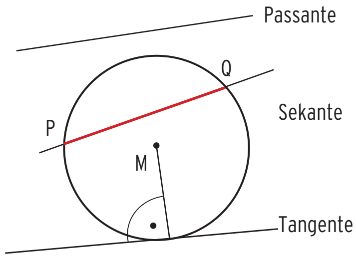
Umfang: $U = 2\pi\, r$



Passante: Gerade, die den Kreis nicht schneidet.

Sekante: Gerade, die den Kreis in zwei Punkten P und Q schneidet.
Die **Strecke PQ** heißt **Sehne.**

Tangente: Gerade, die den Kreis in einem Punkt **berührt.** Eine Tangente steht **senkrecht** auf dem Radius.

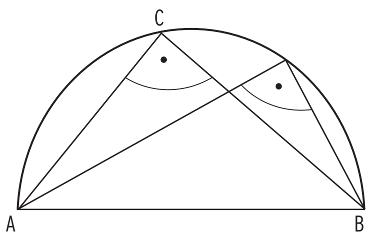


Satz des Thales:

Alle Winkel im Halbkreis sind rechte Winkel.

Liegt C auf dem Halbkreis über AB,

so ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.



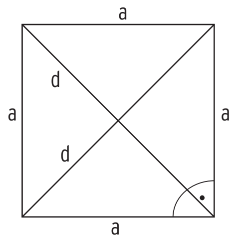
Vierecke

Quadrat 4 gleichlange Seiten, Diagonalen halbieren sich

Flächeninhalt: $A = a^2$

Umfang: $U = 4a$

Diagonale: $d = a\sqrt{2}$

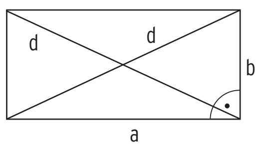


Rechteck Gegenseiten sind gleichlang, Diagonalen halbieren sich.

Flächeninhalt: $A = a \cdot b$

Umfang: $U = 2(a + b)$

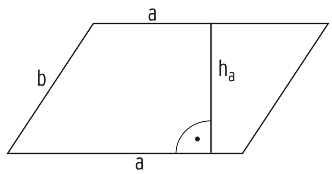
Diagonale: $d = \sqrt{a^2 + b^2}$



Parallelogramm Gegenüberliegende Seiten sind gleichlang und parallel.

Flächeninhalt: $A = a \cdot h_a$

Umfang: $U = 2(a + b)$



Raute Parallelogramm mit 4 gleich-langen Seiten, Die Diagonalen e und f halbieren sich und schneiden sich senkrecht.

Flächeninhalt: $A = \frac{e \cdot f}{2}$

Umfang: $U = 4a$

Diagonale: $e = f = a\sqrt{2}$