

Bohner | Ott | Deusch | Rosner

Arbeitsheft Mathematisches Grundgerüst Eingangsklasse

Berufliches Gymnasium
Baden-Württemberg



Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Kurt Bohner

Lehrauftrag Mathematik am BS Wangen

Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Roland Ott

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Ronald Deusch

Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner

Lehrauftrag Mathematik an der Kaufmännischen Schule in Schwäbisch Hall

Studium der Mathematik an der Universität Mannheim

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 60 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Umschlag: © frhuynk - Fotolia.com

* * * * *

3. Auflage 2021

© 2014 by Merkur Verlag Rinteln

Gesamtherstellung:

Merkur Verlag Rinteln Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de

lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 1206-03

ISBN 978-3-8120-1206-5

Inhaltsverzeichnis

Basiswissen

Terme und Gleichungen	5
Kopfübungen	9
I Funktionen	11
1 Vertiefung der Mathematik aus der Sekundarstufe 1	11
2 Potenzfunktionen	23
3 Polynomfunktionen	29
4 Exponentialfunktionen	60
5 Änderungsrate und grafisches Differenzieren	80
II Vektorielle Geometrie	87
1 Raumschauung und Koordinatisierung	87
2 Maße und Längen	97

Lösungen - herausnehmbar

Einleitung

Das Arbeitsheft dient zur Aufbereitung, Wiederholung und Festigung des im Schülerbuch „Mathematisches Grundgerüst“, für die Eingangsklasse, behandelten Lernstoffs. Es soll parallel zum Schülerbuch verwendet werden.

Die begleitende Unterstützung durch die Lehrkraft ist gewünscht und sehr sinnvoll. Das Arbeitsheft enthält ergänzende Aufgaben zur Wiederholung und ermöglicht eine Lernkontrolle in Eigenverantwortung. Das im Vergleich zum Schülerbuch veränderte Format und die Form der Darstellung wirken motivierend auf Schüler/innen.

Einige Aufgaben beinhalten fächerübergreifende Aspekte in Handlungssituationen. Das Arbeitsheft hilft, das Erlernete zu festigen und damit eine gute Grundlage für die Jahrgangsstufe und das schriftliche Abitur zu schaffen.

Videos dienen der Veranschaulichung von Problemen und Erläuterung von Lösungswegen. Sie unterstützen die Lernenden beim Entdecken und Verstehen mathematischer Zusammenhänge. Damit ist das Arbeitsheft zum Fernlernen und Homeschooling bestens geeignet.

Die Lösungen sind eingelegt und damit herausnehmbar.



I Funktionen

1 Vertiefung der Mathematik aus der Sekundarstufe 1



Einführung in die Funktionen

Intervalle sind Teilmengen der reellen Zahlen \mathbb{R} .

1 Schreiben Sie als Intervall.

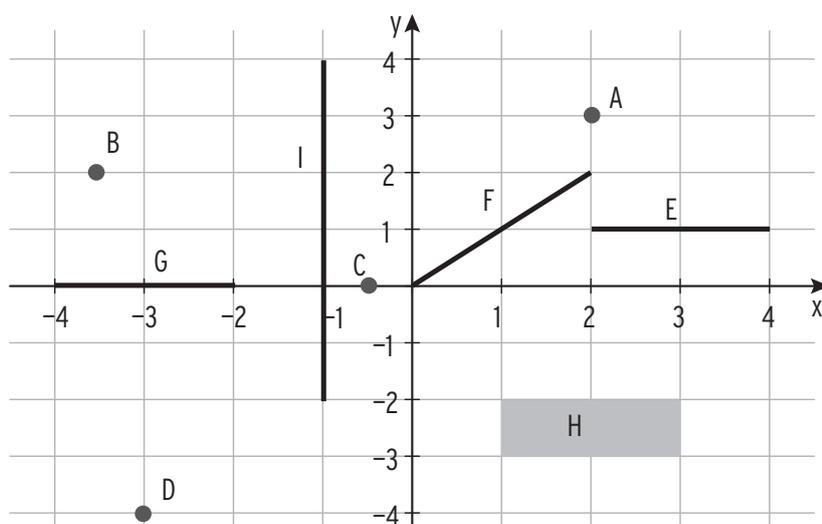
$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$	$]2; 5[$ (offen)	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$	$[0; 1]$ (geschlossen)
$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 0\}$		$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x\}$		$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 1\}$	

2 Schreiben Sie in Mengenschreibweise.

$[2; 8]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 8\}$	$] -\infty; 2\pi[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\pi\}$
$]0; 2\pi[$		$[-\pi; \pi]$	
$[-2; \infty[$		$] -\infty; 1[$	

3 Geben Sie die Koordinaten an und beschreiben Sie die Punktmenge.

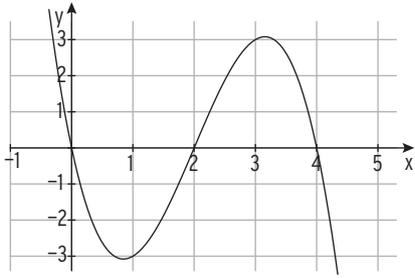
- A _____
- B _____
- C _____
- D _____
- E: $x \in [2; 4]$ und $y = 1$
- F _____
- G _____
- H _____
- I _____



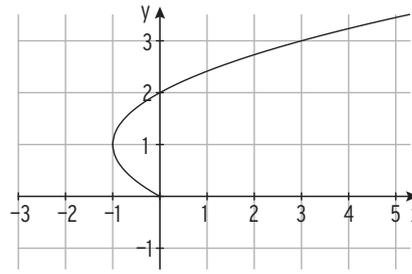
I Funktionen

.....

4 Entscheiden Sie begründet, ob das Schaubild zu einer Funktion gehört.



ja nein

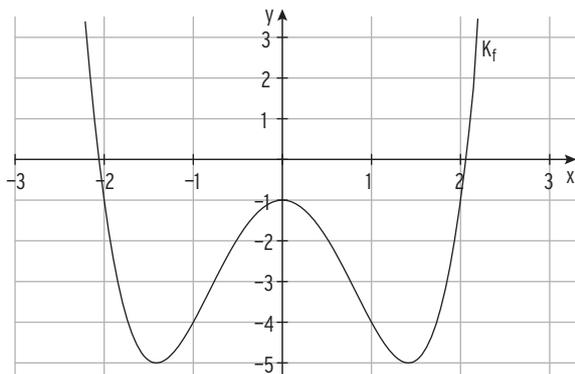


ja nein

Begründung:

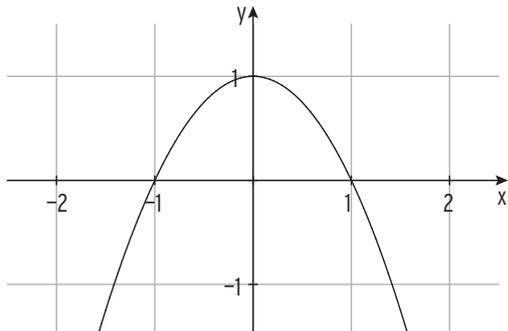
Begründung:

5 Die Abbildung zeigt das Schaubild K_f der Funktion f . Beantworten Sie folgende Fragen mithilfe der Abbildung. Begründen Sie Ihre Antwort.

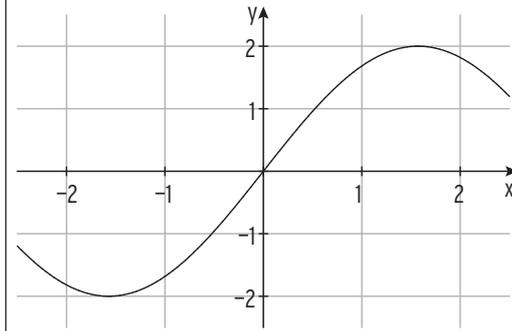


Bedingung	wahr/falsch	Begründung
$f(1) = -4$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	
$f(x) = 0$ für $x = -2$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	
$f(x) = f(-x)$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	
$f(-1) < f(0)$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	
$f(x) < -1$ für $0 < x < 2$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	
$f(0) - f(1) = 3$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	
$f(0) = f(2)$	<input type="checkbox"/> (w) <input type="checkbox"/> (f)	

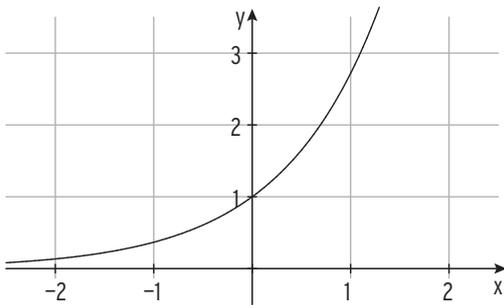
6 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen einer Funktion f mit $D = \mathbb{R}$. Ordnen Sie jeder Funktion ihre Wertemenge W zu.



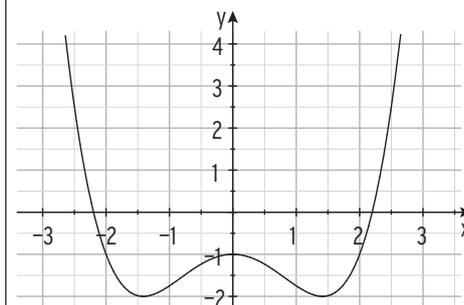
$W =$



$W =$

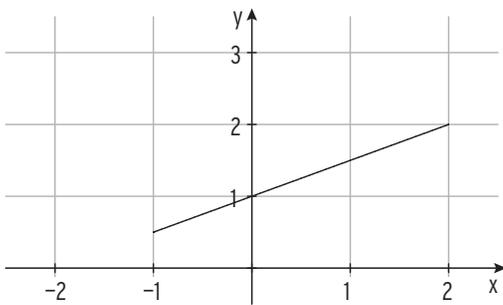


$W =$

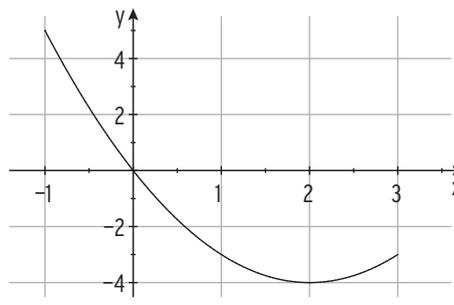


$W =$

7 Ordnen Sie jeder Funktion Definitionsmenge D und Wertemenge W zu.



$D =$
 $W =$



$D =$
 $W =$

8 Füllen Sie die Tabelle aus.

Funktionsterm	D	W	Funktionsterm	D	W
$f(x) = x + 1$	$]0; 3[$	$]1; 4[$	$f(x) = 3x - 4$	$[-1; 4]$	
$f(x) = 2 - x$	$[-3; 3]$		$f(x) = 2x$		$] - 2; 8[$
$f(x) = x^2$	\mathbb{R}		$f(x) = x^2 + 1$		$[1; 5]$



Lineare Funktionen

Die Funktion f mit $f(x) = mx + b$; $x \in \mathbb{R}$, ist eine **lineare Funktion**.
 Geradengleichung $y = mx + b$ mit m : Steigung und b : y-Achsenabschnitt

1 Ergänzen Sie die Lücken im Text.

Das Schaubild der linearen Funktion f mit $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ hat die $\underline{\hspace{2cm}}$ m und den $\underline{\hspace{2cm}}$ -Achsenabschnitt b . Ist $b = 0$, so verläuft die Gerade $\underline{\hspace{2cm}}$.

Eine Gerade ist $\underline{\hspace{2cm}}$, wenn die Steigung positiv ist, für $m \underline{\hspace{2cm}}$ ist sie fallend. Für $m = 0$ verläuft sie $\underline{\hspace{2cm}}$.

2 Geben Sie einen linearen Funktionsterm an, so dass die Bedingung erfüllt ist.

Die Gerade geht durch den Ursprung.	
Die Steigung beträgt -2 .	
$A(0 7)$ liegt auf der Geraden.	
Die Gerade ist steigend.	
Vergrößert man den x -Wert um 2 , vergrößert sich der y -Wert um 6 .	
Die Gerade ist parallel zur 2. Winkelhalbierenden.	

3 Welche Zahl muss in den Platzhalter, damit der Graph von f mit

$f(x) = 2x - \square$ durch $(0|-4)$ verläuft?

$f(x) = -\frac{\square}{4}x + 6$ parallel zu $g: y = -1,5x$ verläuft?

$f(x) = \square x + 1$ senkrecht zu $g: y = 5x + 8$ verläuft?

$f(x) = -\frac{3}{\square}x + 2$ durch $(1|\frac{7}{3})$ verläuft?

$f(x) = -\square x - \frac{5}{2}$ die x -Achse in $x = -6$ schneidet?

$f(x) = 4x - \square$ die 1. Winkelhalbierende in $x = -1$ schneidet?



Transformationen

1 Ergänzen Sie die folgenden Sätze.

- a) Das Schaubild der quadratischen Funktion f mit $f(x) = x^2 + 5$ entsteht aus der Normalparabel durch _____ in ____ -Richtung um __ Einheiten. Ihr Scheitelpunkt S liegt auf der ____-Achse und hat die Koordinaten $S(_ | _)$.
- b) Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = (x + 2)^2$ ist eine um ____ nach _____ verschobene Normalparabel. Der Scheitelpunkt S liegt auf der _____ und hat die Koordinaten $S(_ | _)$.
- c) Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = ax^2$ mit $a \in \mathbb{R}^*$ ist für $a > 0$ eine _____ Parabel und für $a > _$ schmaler als die Normalparabel.

2 Der Graph von f wird abgebildet. Wie lautet der neue Funktionsterm $g(x)$?

Funktions-term	Streckung in y-Richtung	Verschiebung	Spiegelung a. d. x-Achse	$g(x)$
$f(x) = x^2$	Faktor 3	2 nach oben	ja	$g(x) = -3x^2 - 2$
$f(x) = -2x^2$	Faktor 0,5	4 nach links	nein	
$f(x) = x^2 - 1$	Faktor 2	1 nach unten und 1 nach rechts	ja	
$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4$	Faktor $\frac{1}{4}$	2 nach links	nein	
$f(x) = x^2$	Faktor $\frac{1}{8}$	5 nach links	ja	

3 Füllen Sie die Tabelle aus.

Funktions-term	Streckung in y-Richtung	Verschiebung	Spiegelung a. d. y-Achse	$g(x)$
$f(x) = x^4$	Faktor 0,3	1 nach unten	ja	$g(x) = 0,3x^4 - 1$
$f(x) = x^{-1}$			nein	$g(x) = 5(x + 2)^{-1}$
$f(x) = x^3$	Faktor 0,25	4 nach unten	ja	
$f(x) = \sqrt{x}$				$g(x) = 2,5 \sqrt{x} + 2$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$			nein	$g(x) = \frac{4}{(x-3)^2}$



mvur1.de/6q7r

3 Polynomfunktionen

Definition

Eine **Polynomfunktion** f n -ten Grades ist gegeben durch
 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0; x \in \mathbb{R}; a_n \neq 0.$
 a_n, \dots, a_0 heißen Koeffizienten; $a_n, \dots, a_0 \in \mathbb{R}$

1 Liegt eine Polynomfunktion vor? Wenn ja, geben Sie den Grad, die Koeffizienten und das Absolutglied an.

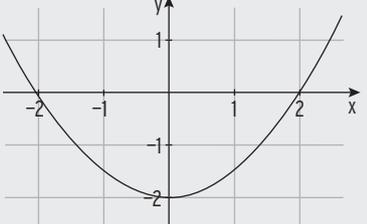
$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$	
$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2$	
$f(x) = x^5 - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3}$	
$f(x) = -x^3 + \frac{2}{x}$	
$f(x) = 4x(x^2 - 3)$	
$f(x) = 8x + \sqrt{x}$	
$f(x) = \frac{1}{6}(x^4 - 2x^3 - 3x^2) + 1$	
$f(x) = (x - 2)^3$	
$f(x) = 2^x + 3$	
$f(x) = \frac{-2x - 1}{4}$	



mvurl.de/jpv3

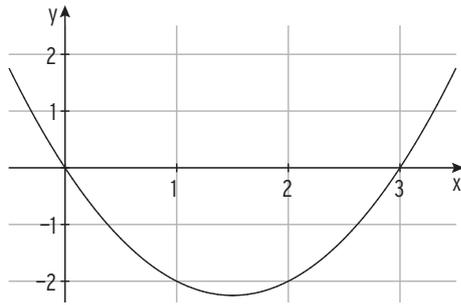
Nullstellen

1 Bestimmen Sie die Nullstellen der quadratischen Funktion f und skizzieren Sie den Graphen von f.

Funktionsterm	Nullstellen: $f(x) = 0$	Skizze
$f(x) = 0,5(x^2 - 4)$	$0,5(x^2 - 4) = 0$ $x^2 - 4 = 0$ $x^2 = 4$ $x_1 = -2; x_2 = 2$ einfache Nullstellen	
$f(x) = 2x^2 - 3x$		
$f(x) = \frac{1}{4}(x + 5)(x - 1)$		
$f(x) = 1 - (x - 3)^2$		
$f(x) = 0,5x^2 + 2x + 2$		
$f(x) = -x^2 + 2x - 2$		

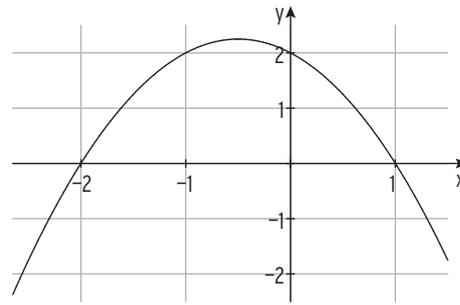
2 Bestimmen Sie die Lösung der Ungleichung.

a) $x^2 - 3x < 0$



Lösung:

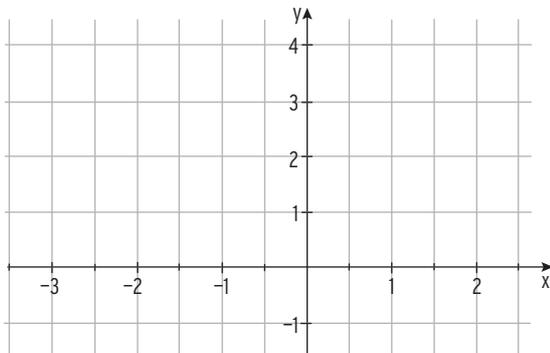
b) $-x^2 - x + 2 \leq 0$



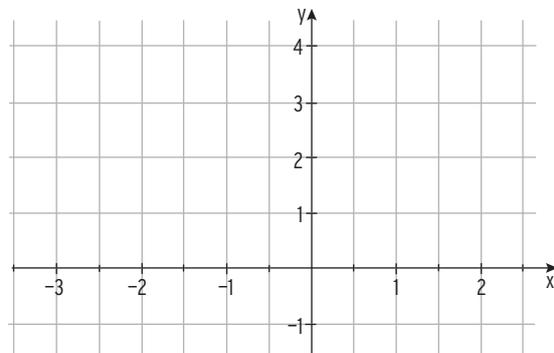
Lösung:

3 Lösen Sie die Ungleichung mit Hilfe einer Skizze.

a) $\frac{1}{2}(x + 2)(x - 1) \geq 0$

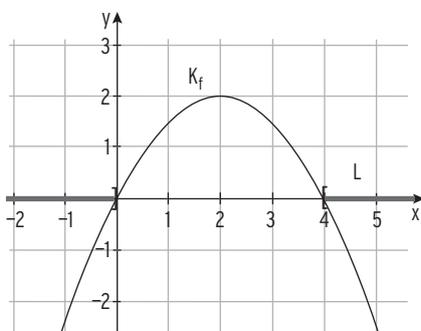


b) $-x(x + 3) \geq 0$

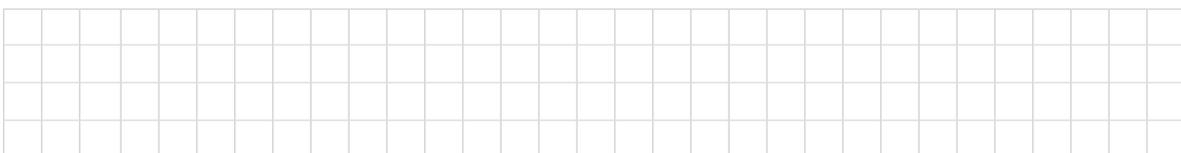
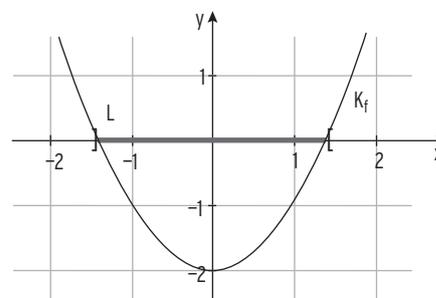


4 Welche Ungleichung wird gelöst?

a) $K_f: f(x) = 2x - 0,5x^2$



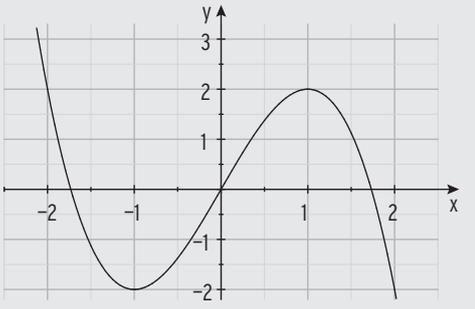
b) $K_f: f(x) = x^2 - 2$



I Funktionen

.....

5 Berechnen Sie die Nullstellen von f und skizzieren Sie das Schaubild von f.

Funktionsterm	Nullstellen: $f(x) = 0$	Skizze
$f(x) = -x^3 + 3x$	$-x^3 + 3x = 0$ $-x(x^2 - 3) = 0$ $x = 0$ oder $x^2 - 3 = 0$ $x_1 = 0; x_2 = -\sqrt{3}; x_3 = \sqrt{3}$ drei einfache Nullstellen	
$f(x) = x^4 - 2x^2$		
$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)x^2$		
$f(x) = 3x - 2x^2 - x^3$		

6 Machen Sie Aussagen über Vielfachheit und Anzahl der Nullstellen von f.
Geben Sie die Nullstellen von f an.

$$f(x) = 3x(x - 2)$$

$$f(x) = -(x + 4)(x - 1)$$

$$f(x) = \frac{-2x-1}{4} \cdot (2x - 6)$$

$$f(x) = -\frac{1}{2} x^2(x + 4)^2$$

$$f(x) = ax(x^2 - 3); a \neq 0$$

$$f(x) = (4 - x)(x^2 - a)$$

$$f(x) = (x - 1)(x - 3)(x - a)$$

$$f(x) = (x - a)^3(x + 1)$$

$$f(x) = (x - 1)^2(x - 5)(x - a)$$

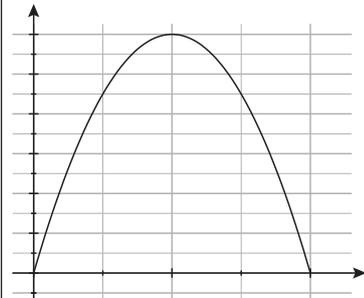


Polynomfunktionen in Anwendungen

1 Welche Modellierung passt zur gegebenen Situation?
Benennen Sie die Koordinatenachsen bzw. beschreiben Sie den Funktionsterm.

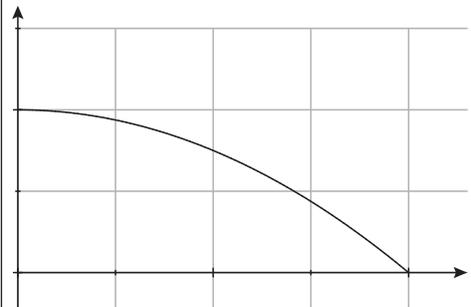
A: Der Kugelstoßweltrekord (Männer) liegt bei
23,12 m.

Abb. 1



B: Der Wasserstrahl im Brunnen auf dem
Schulhof.

Abb. 2



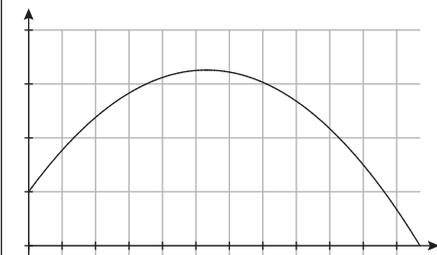
C: Flüssigkeit im rotierenden Glas .

Funktionsterm

$$f(x) = x(120 - 2x)$$

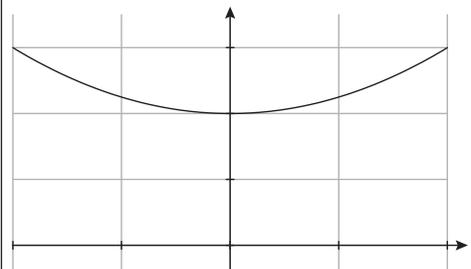
D: Mit 120 m Zaun soll eine rechteckige Weide entlang der Stallungen eingezäunt werden.

Abb. 3



E: Ein Ball wird aus 1 m Höhe waagrecht geworfen und landet nach 2 Sekunden auf dem Boden.

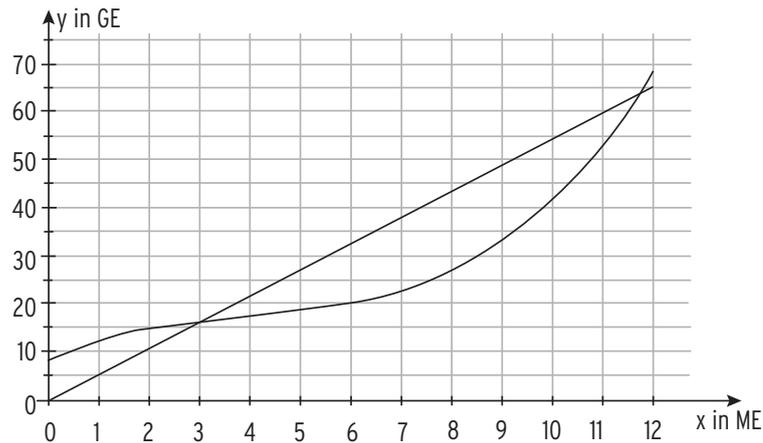
Abb. 4



I Funktionen

.....

2 Die Abbildung zeigt den Graphen einer Gesamtkostenfunktion und einer Erlösfunktion.



ME (Mengeinheiten); GE (Geldeinheiten)

Beschreiben Sie den Verlauf der beiden Graphen, indem Sie den Lückentext mit folgenden Begriffen sinnvoll ergänzen: steigend, wachsen, Gewinnschwelle, Gewinngrenze; Gewinnzone, Fixkosten, größten, konstant, Ursprungsgerade, Steigung, Stückpreis, maximal, 3ME, 8 GE.

Der Graph der Gesamtkostenfunktion K mit $K(x) = \frac{1}{12}x^3 - x^2 + 5x + 8$ verläuft im Definitionsbereich $D = [0; 12]$ _____,

d.h. mit zunehmender Produktionsmenge _____ die Gesamtkosten.

Der Graph der Gesamtkostenfunktion beginnt in $(0 | 8)$.

Dies entspricht den _____ in Höhe von _____.

Der Graph der Erlösfunktion ist eine _____, die _____ ist _____ und entspricht dem _____.

Die erste Schnittstelle von Kostenkurve und Erlösgerade liegt bei _____ und wird als _____ bezeichnet. Die zweite Schnittstelle von Kostenkurve und Erlösgerade liegt bei _____ und wird als _____ bezeichnet. Der Bereich zwischen _____ und _____ ist die _____.

Bei etwa 8 ME ist die Differenz von $K(x)$ und $E(x)$ am _____, der Gewinn wird hier _____.

Bohner | Ott | Deusch | Rosner

Arbeitsheft Mathematisches Grundgerüst Eingangsklasse

Berufliches Gymnasium
Baden-Württemberg



Lösungen

Merkur 
Verlag Rinteln

Basiswissen

Terme und Gleichungen

1 Vereinfachen Sie den Term.

$$x - 3x - 8(x + 1) = x - 3x - 8x - 8 = -10x - 8$$

$$x + 5(x - y + 2) - 6x - 2y = x + 5x - 5y + 10 - 6x - 2y = -7y + 10$$

$$7(x - 2) + 3(x - 5) = 7x - 14 + 3x - 15 = 10x - 29$$

$$12x - 6(x - 1) + 12 = 12x - 6x + 6 + 12 = 6x + 18$$

$$2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab = 24ab + 10ab - 18ab = 16ab$$

$$2(x^2 - x) + (x^2 - x - 3) \cdot (-5) = 2x^2 - 2x - 5x^2 + 5x + 15 = -3x^2 + 3x + 15$$

$$8a - 3x + 6a - (x + a) - 5(a - 2x) = 8a - 3x + 6a - x - a - 5a + 10x = 8a + 6x$$

2 Multiplizieren Sie aus.

$$2x(1 + 6y) + x(3 - 2y) = 2x + 12xy + 3x - 2xy = 5x + 10xy$$

$$4(x + 2y - 3z) + 4 = 4x + 8y - 12z + 4$$

$$(x - 7)(x - 2) = x^2 - 7x - 2x + 14 = x^2 - 9x + 14$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(x - 2)(x + 6) &= \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 6x - 12) \\ &= \frac{1}{4}(x^2 + 4x - 12) = \frac{1}{4}x^2 + x - 3 \end{aligned}$$

$$4(x - 6y) - 8(x - 6y) = 4x - 24y - 8x + 48y = -4x + 24y$$

3 Klammern Sie aus.

$$24x + 16y - 12 = 4 \cdot 6x + 4 \cdot 4y - 4 \cdot 3 = 4(6x + 4y - 3)$$

$$4x + 8y - 12z = 4(x + 2y - 3z)$$

$$tx - 3tx + t = t(x - 3x + 1) = t(-2x + 1) = -t(2x - 1)$$

$$24a + 16ab - 12ac = 4a(6 + 4b - 3c)$$

$$4(x - 6y) - 8(x - 6y) = (4 - 8)(x - 6y) = -4(x - 6y)$$