

Patyna

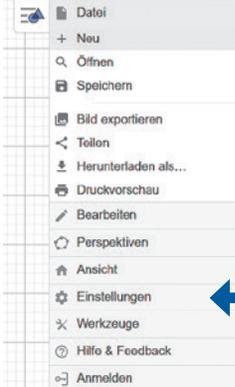
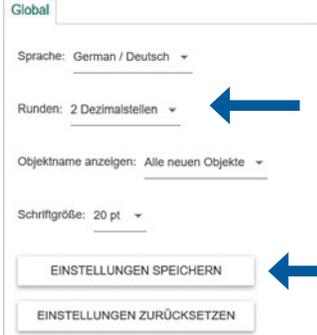
Mathematik

für das Berufliche Gymnasium in Niedersachsen
Kerncurriculum und Bildungsstandards
*Qualifikationsphase – Schwerpunkt Wirtschaft
Analysis*

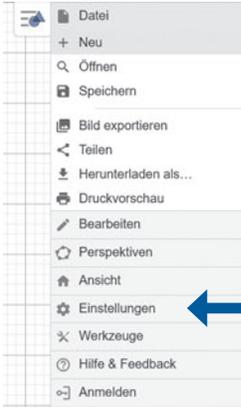
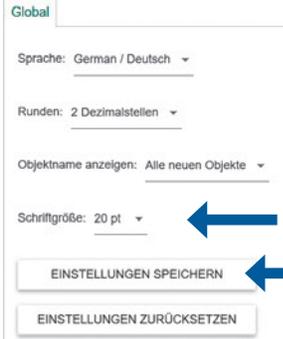
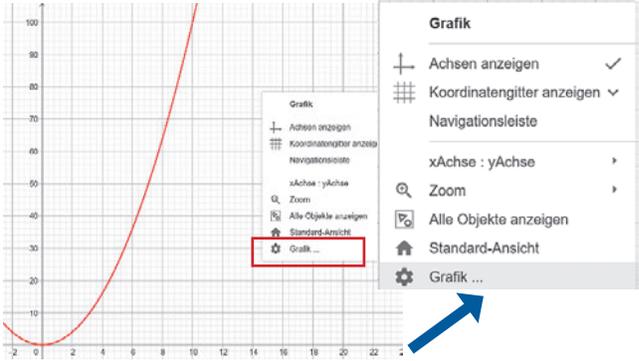
GeoGebra – Schritt für Schritt Anleitungen

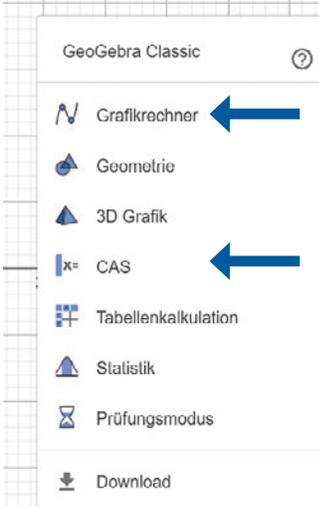
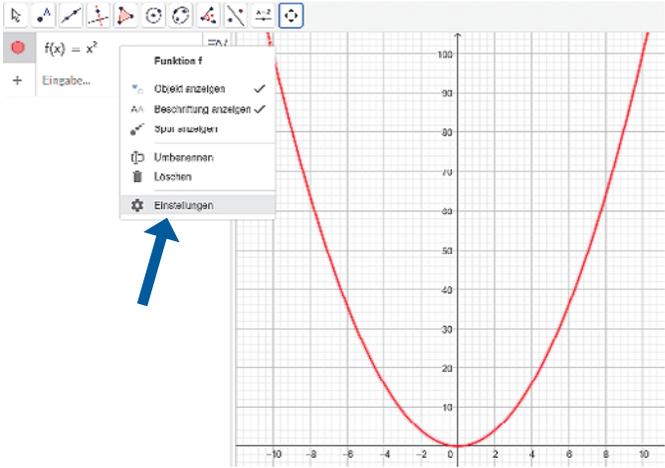


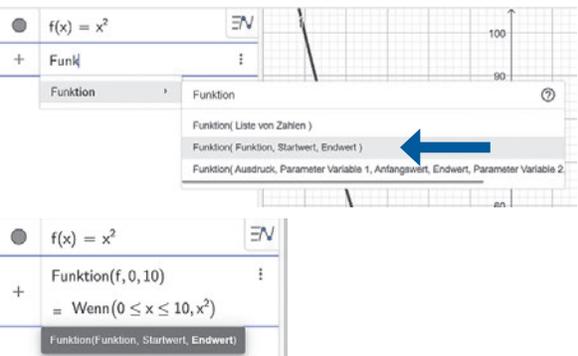
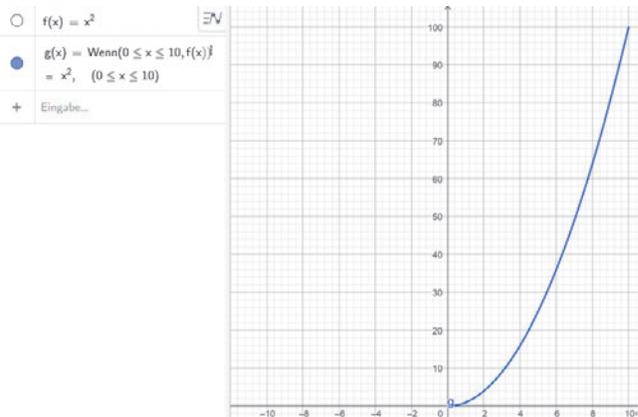
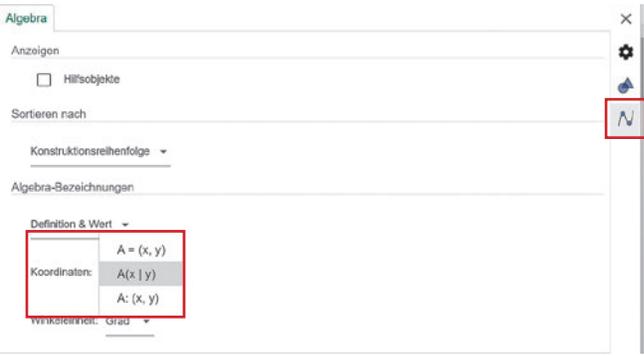
GeoGebra – Schritt für Schritt Anleitungen¹ und Hinweise

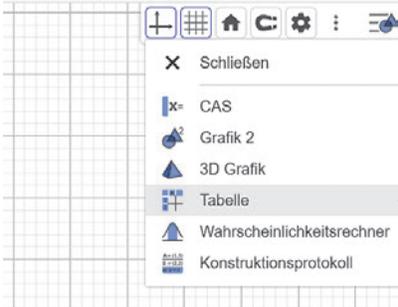
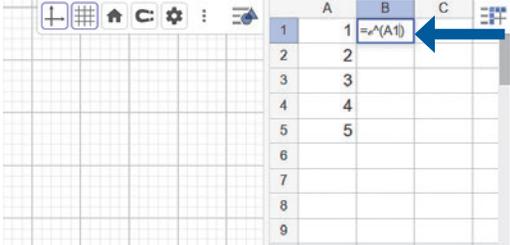
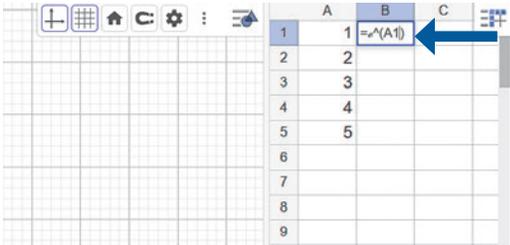
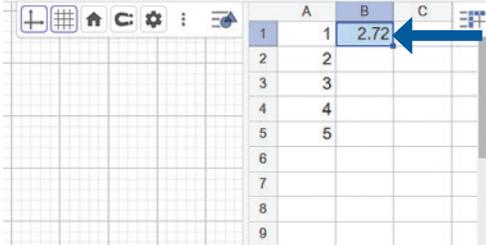
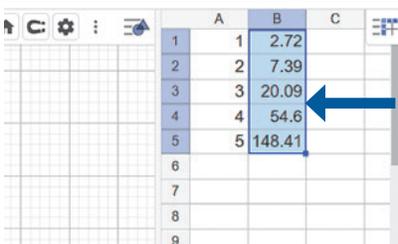
Grundlagen	
<p>Tool: Grafikrechner</p> <p>Tool: CAS</p>	
<p>1 Nachkommastellen einstellen</p> <p>rechts oben auf die drei Striche klicken</p> <p>Einstellungen auswählen</p>	
<p>2 Anzahl der Dezimalstellen auswählen und Einstellung speichern</p>	

1 Es wird immer nur eine Möglichkeit beschrieben – GeoGebra bietet in den meisten Fällen auch Alternativen.

Grundlagen	
<p>1 Schriftgröße einstellen</p> <p>rechts oben auf die drei Striche klicken</p> <p>Einstellungen auswählen</p>	
<p>2 Schriftgröße auswählen und Einstellungen speichern</p>	
<p>Dezimalzahlen eingeben</p>	<p>Es muss ein Punkt verwendet werden, kein Komma: 2.5 statt 2,5 eingeben</p>
<p>Exponenten eingeben</p>	<p>x^3 bedeutet x^3</p>
<p>Koordinatensystem einstellen</p> <p>rechter Mausklick auf das Gitternetz</p> <p>hier können alle Einstellungen vorgenommen werden</p>	

Analysis – Grundlagen	
<p>Tool: Grafikrechner oder Tool: CAS</p>	
<p>Funktionen definieren</p>	<p>$K(x) = 3x + 5$ Doppelpunkt verwenden vor dem Gleichheitszeichen</p>
<p>1 Graphen zeichnen</p> <p>Rechter Mausklick auf den Graphen oder auf den Funktionsterm</p> <p>Einstellungen auswählen: Farbe, Linienstärke, Linienart</p>	
<p>2 Verschiedene Reiter zur Auswahl, um die gewünschte Formatierung einzustellen</p>	

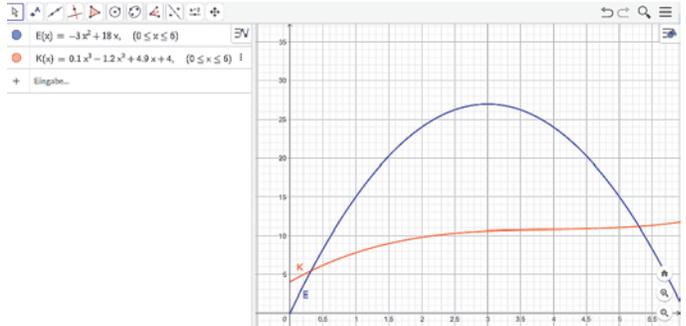
Analysis – Grundlagen	
<p>1 Zeichenbereich einschränken</p> <p>in das Eingabefeld „Funktion“ schreiben, Funktionsnamen eingeben, linke Grenze des Definitionsbereiches eingeben, rechte Grenze des Definitionsbereiches eingeben</p>	 <p>The screenshot shows the input field with $f(x) = x^2$. The 'Funktion' menu is open, and a blue arrow points to the option 'Funktion(Funktion, Startwert, Endwert)'. Below, the input field shows the function $f(x) = x^2$ and the definition $\text{Funktion}(f, 0, 10)$ with the conditional expression $\text{Wenn}(0 \leq x \leq 10, x^2)$.</p>
<p>2 Funktion g wird gezeichnet</p> <p>Funktion f ausblenden durch anklicken des Punktes vor der Funktion (wenn der Punkt weiß ist, wird der Graph nicht mehr angezeigt)</p>	 <p>The screenshot shows the input field with $f(x) = x^2$ and $g(x) = \text{Wenn}(0 \leq x \leq 10, f(x)) = x^2, (0 \leq x \leq 10)$. The graph shows a blue parabola from $x=0$ to $x=10$. The point before $g(x)$ is selected.</p>
<p>Darstellung der Koordinaten</p> <p>oben rechts auf die drei Striche klicken, Einstellungen anklicken, Algebra auswählen, Koordinaten auswählen</p>	 <p>The screenshot shows the 'Algebra' view settings. The 'Koordinaten' option is selected and highlighted with a red box. The 'Definition & Wert' section shows $A = (x, y)$, $A(x y)$, and $A: (x, y)$.</p>

Analysis – Grundlagen	
<p>1 Wertetabelle erstellen Tool: Tabelle</p>	 <p>The screenshot shows the GeoGebra toolbar with the 'Tabelle' (Table) icon highlighted by a blue arrow. Other icons include Schließen, CAS, Grafik 2, 3D Grafik, Wahrscheinlichkeitsrechner, and Konstruktionsprotokoll.</p>
<p>2 x-Werte in die Spalte A eintragen</p>	 <p>The screenshot shows a spreadsheet with columns A, B, and C. Column A contains the values 1, 2, 3, 4, 5. Cell B1 contains the formula $=x^{(A1)}$. A blue arrow points to cell B1.</p>
<p>3 Funktion in das erste Kästchen der Spalte B eintragen als erstes ein = eintragen, statt der Variablen x „A1“ verwenden</p>	 <p>The screenshot shows the same spreadsheet as in step 2, with the formula $=x^{(A1)}$ entered in cell B1. A blue arrow points to cell B1.</p>
<p>4 Funktionswert erscheint, mit dem Cursor auf das blaue Kästchen rechts unten in der Ecke gehen und den Kasten runterziehen</p>	 <p>The screenshot shows the spreadsheet with the calculated value 2.72 in cell B1. A blue arrow points to cell B1.</p>
<p>5 Funktionswerte für die anderen x-Werte erscheinen</p>	 <p>The screenshot shows the spreadsheet with the calculated values for x=1 to 5 in column B: 2.72, 7.39, 20.09, 54.6, and 148.41. A blue arrow points to cell B4.</p>

Analysis - Funktionsanalyse

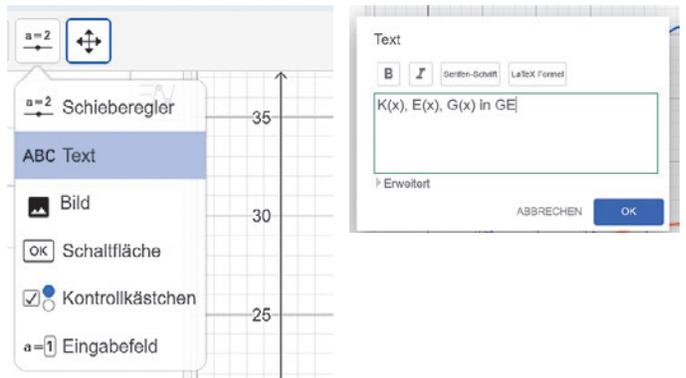
1 Graphen zeichnen und markante Punkte angeben lassen

Funktionen mit Doppelpunkt vor dem Gleichheitszeichen eingeben, Zeichenbereich angeben (D_{ok})



2 Achsen beschriften

Textfeld öffnen
Text einfügen
OK anklicken



3 weitere Funktion eingeben, in Abhängigkeit der anderen Funktionen

$$G(x) := E(x) - K(x)$$

$$= \text{Wenn}(0 \leq x \leq 6, -3x^2 + 18x) - \text{Wenn}(0 \leq x$$



Analysis - Funktionsanalyse

4 Nullstellen

oben links,
zweites Symbol von
links auswählen
Nullstellen anklicken
Funktion anklicken
(in der Grafik)

Koordinaten in der
Grafik angeben lassen

5 Extrempunkte

in das Eingabefeld
Extremum schreiben

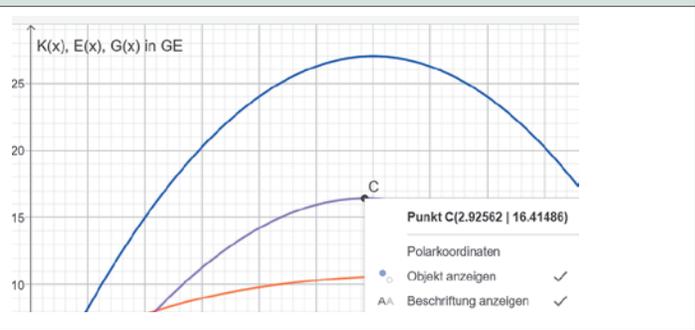
untere Auswahl
anklicken

Funktionsnamen und
Grenzen eingeben

Koordinaten werden
angeben

Analysis - Funktionsanalyse

Punkt wird eingezeichnet, Koordinaten können angegeben werden



6 Wendepunkte

in das Eingabefeld „Wendepunkt“ schreiben

untere Auswahl anklicken
Funktionsnamen eingeben
Koordinaten werden angegeben

Wendepunkt D wird eingezeichnet

+ **Wende** ⋮

- Wendepunkt
 - Wendepunkt ?
 - Wendepunkt(Polynom) ←

+ **Wendepunkt(K)** ⋮

= (4|10.8)

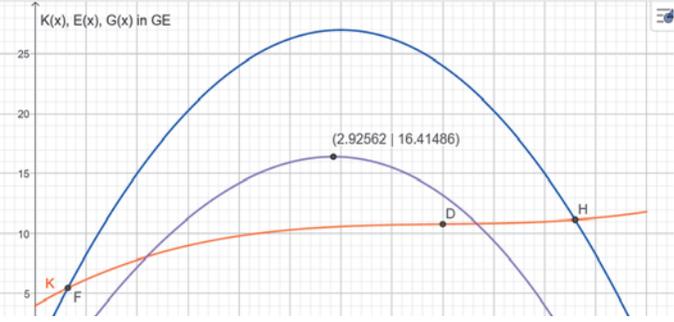
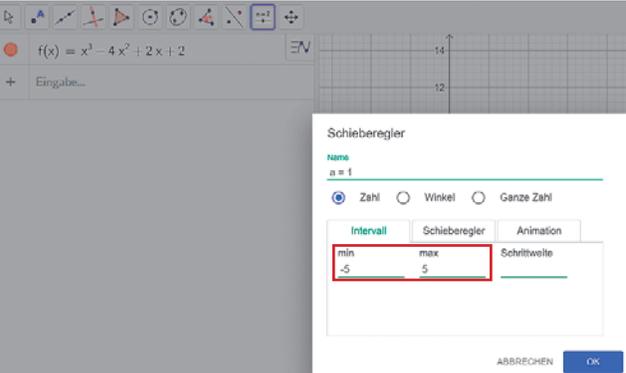
Wendepunkt(Polynom)

7 Schnittpunkte zweier Graphen

Schnittpunkt auswählen

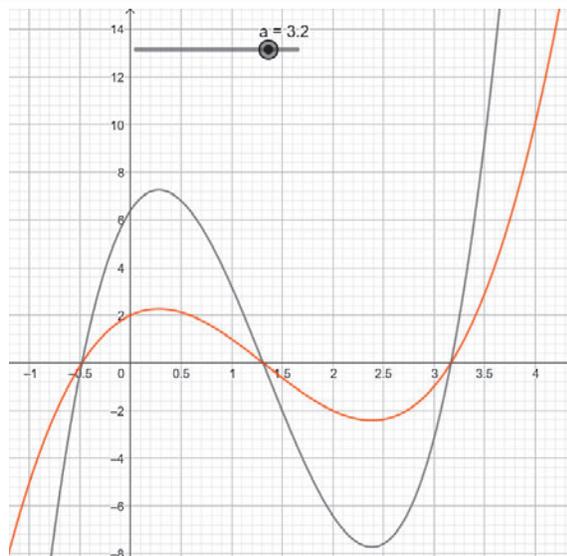
beide Graphen (hier K und E) anklicken

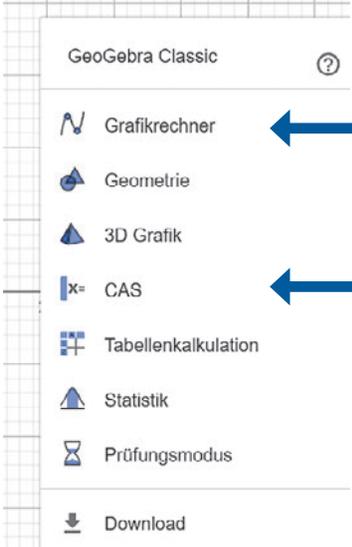
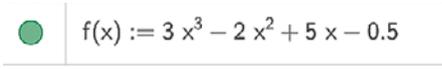
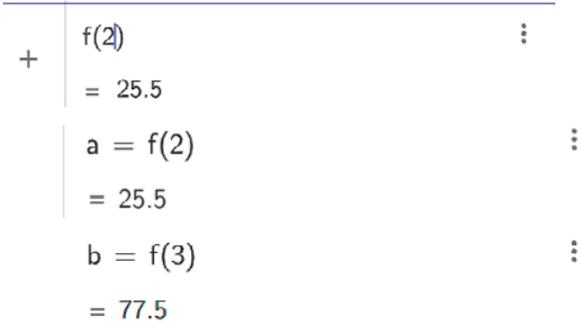
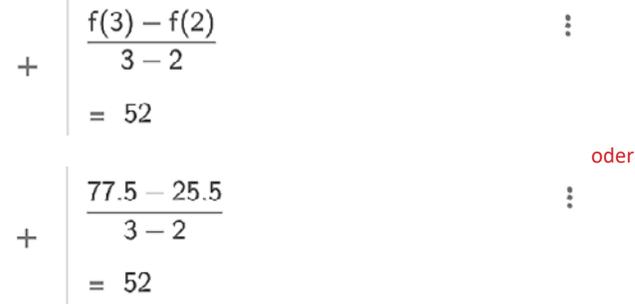
- Punkt $-3x^2 + 18x$
- Punkt auf Objekt $1.2x^2$
- Punkt anhängen / loslösen
- Schnittpunkt** ←
- Mittelpunkt
- Komplexe Zahl $z(x) = E(x) - K(x)$
- Extremum Wenn $0 \leq x \leq 6, -3$
- Nullstellen $G, -0.33361$

Analysis - Funktionsanalyse	
<p>Schnittpunkte F und H werden eingezeichnet</p> <p>Koordinaten werden angegeben</p>	 <p>$F = \text{Schnittpunkt}(E, K, (0.31963 5.44686))$ ∴ = (0.31963 5.44686)</p> <p>$H = \text{Schnittpunkt}(E, K, (5.29863 11.14887))$ ∴ = (5.29863 11.14887)</p>
<p>1 Parametervariation Funktionsterm eingeben</p> <p>Schieberegler aktivieren</p>	 <p>$f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 2$</p> <p>+ Eingabe...</p> <p>ABC Text</p> <p>Bild</p>
<p>2 Schieberegler durch Angabe von Min und Max definieren</p>	 <p>$f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 2$</p> <p>+ Eingabe...</p> <p>Schieberegler</p> <p>name $a = 1$</p> <p><input checked="" type="radio"/> Zahl <input type="radio"/> Winkel <input type="radio"/> Ganze Zahl</p> <p>Intervall Schieberegler Animation</p> <p>min max Schrittweite</p> <p>-5 5</p> <p>ABBRECHEN OK</p>
<p>3 Schieberegler erscheint im Eingabefeld und in der Grafik</p>	 <p>$f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 2$</p> <p>$a = 1$</p> <p>-5 5</p> <p>+ Eingabe...</p>
<p>4 Schieberegler verwenden</p>	<p>$g(x) = a f(x)$ ∴ = $3.2 (x^3 - 4x^2 + 2x + 2)$</p> <p>+ Eingabe...</p>

Analysis - Funktionsanalyse

- 5 in der Grafik erscheint ein zweiter Graph, die Auswirkungen des Parameters a werden gezeigt



Analysis – Sekanten, Tangente, Normale	
Tool: Grafikrechner oder Tool: CAS	 <p>The screenshot shows the GeoGebra Classic toolbar. The 'Grafikrechner' (Graphing Calculator) and 'CAS' (Computer Algebra System) tools are highlighted with blue arrows. Other tools visible include Geometrie, 3D Grafik, Tabellenkalkulation, Statistik, and Prüfungsmodus.</p>
1 Sekante Differenzenquotient Funktion eingeben	 <p>The screenshot shows the CAS input field with the function $f(x) := 3x^3 - 2x^2 + 5x - 0.5$ entered.</p>
2 Funktionswert an der Stelle 2 und Funktionswert an der Stelle 3 berechnen	 <p>The screenshot shows the CAS output for the function $f(x) := 3x^3 - 2x^2 + 5x - 0.5$. The calculations are as follows:</p> $f(2) = 25.5$ $a = f(2) = 25.5$ $b = f(3) = 77.5$
3 Differenzenquotienten eingeben	 <p>The screenshot shows the CAS output for the difference quotient. The calculations are as follows:</p> $\frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = 52$ <p>oder</p> $\frac{77.5 - 25.5}{3 - 2} = 52$

Analysis – Sekanten, Tangente, Normale

4 Grafische Lösung

beide Punkte
(s. o.) eingeben
Gerade durch die Punkte legen

links oben das dritte
Symbol von links
anklicken

Gerade auswählen und
Punkte in der Grafik
anklicken
Sekante wird
gezeichnet

Geradengleichung
der Sekante wird
angegeben

Umformen nach y

- A(2 | 25.5) ⋮
- B(3 | 77.5) ⋮

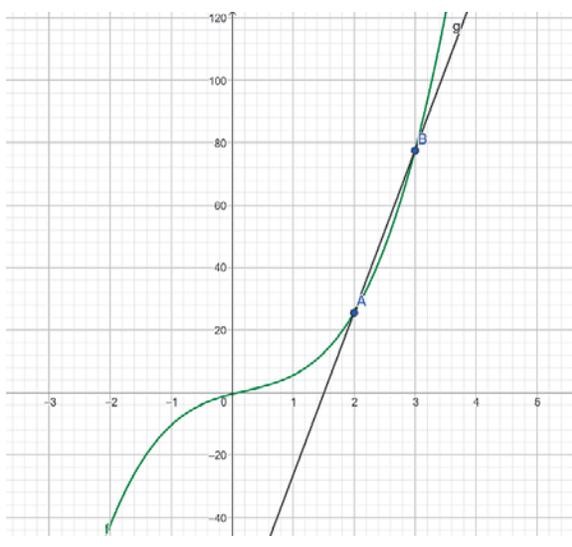


f(x) **Gerade**

a **Strecke**
= Strecke mit fester Länge

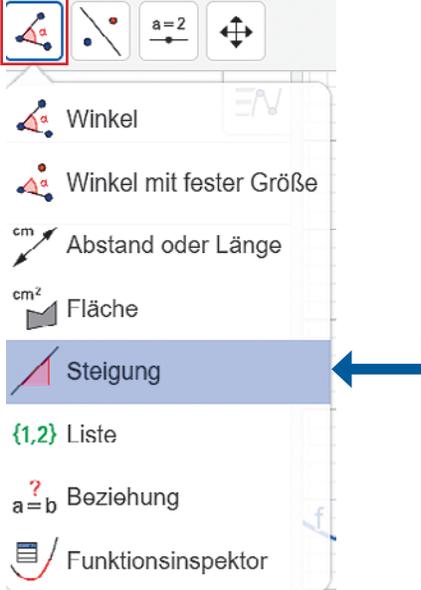
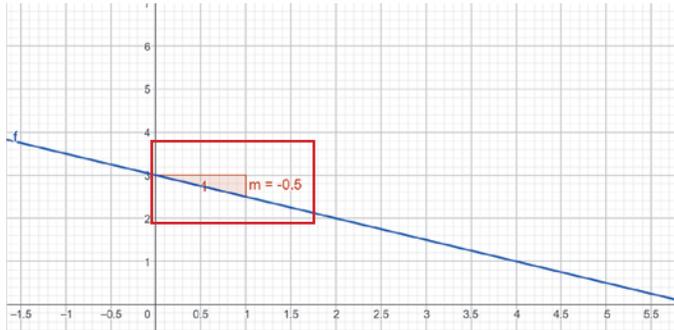
b **Strahl**
= Polygonzug

c **Vektor**
= Vektor von Punkt abtragen



● g : Gerade(A, B) ⋮
= $-52x + y = -78.5$

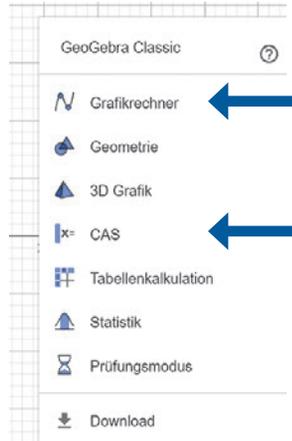
$y = mx + b$
 $y = 52x - 78,5 \rightarrow m = 52$

Analysis – Sekanten, Tangente, Normale	
<p>1 Steigungsdreieck</p> <p>Funktionsterm einer linearen Funktion eingeben</p> <p>achtes Symbol von links anklicken</p>	 <p>$f(x) = -0.5 x + 3$</p> <p>+ Eingabe...</p>
<p>2 Steigung auswählen</p> <p>Funktion anklicken</p>	 <p>Winkel</p> <p>Winkel mit fester Größe</p> <p>Abstand oder Länge</p> <p>Fläche</p> <p>Steigung</p> <p>{1,2} Liste</p> <p>$a = b$ Beziehung</p> <p>Funktionsinspektor</p>
<p>3 Steigungsdreieck wird eingezeichnet</p> <p>Steigung m wird angegeben</p>	
<p>Link zur Beispieldatei</p>	<p>https://www.geogebra.org/classic/buwzagap</p>

Analysis – Sekanten, Tangente, Normale

1 Grenzwerte

Tool: Grafikrechner
oder
Tool: CAS



2 Funktionsterm eingeben

in das Eingabefeld
„Grenzwert“ eingeben

Auswahl anklicken



3 Name der Funktion und Stelle zur Berechnung des Grenzwertes eingeben

Grenzwert kann nicht ermittelt werden



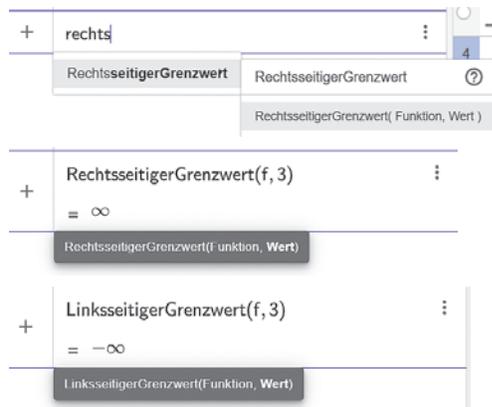
4 in das Eingabefeld „Rechtsseitiger Grenzwert“ bzw. „linksseitiger Grenzwert“ eingeben

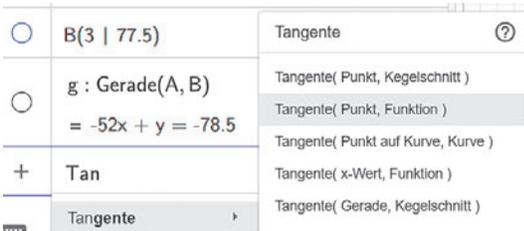
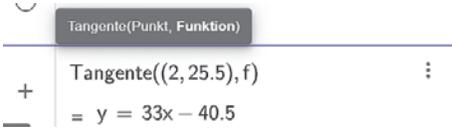
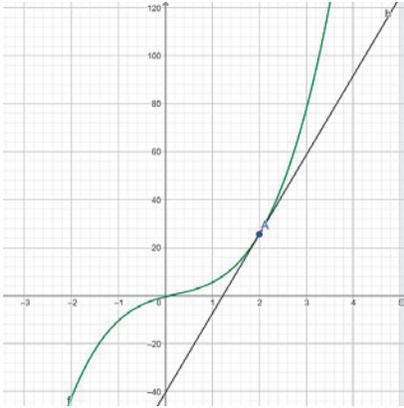
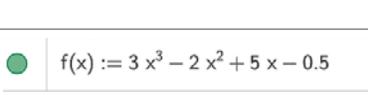
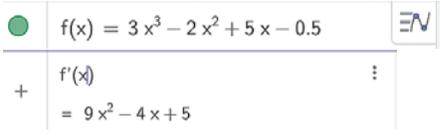
Auswahl anklicken

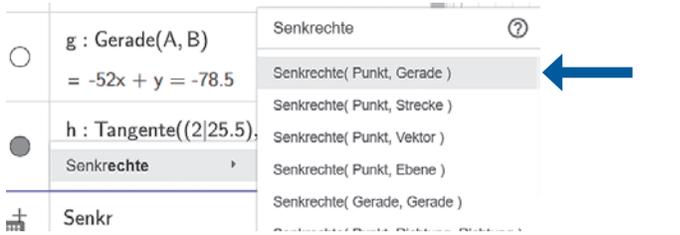
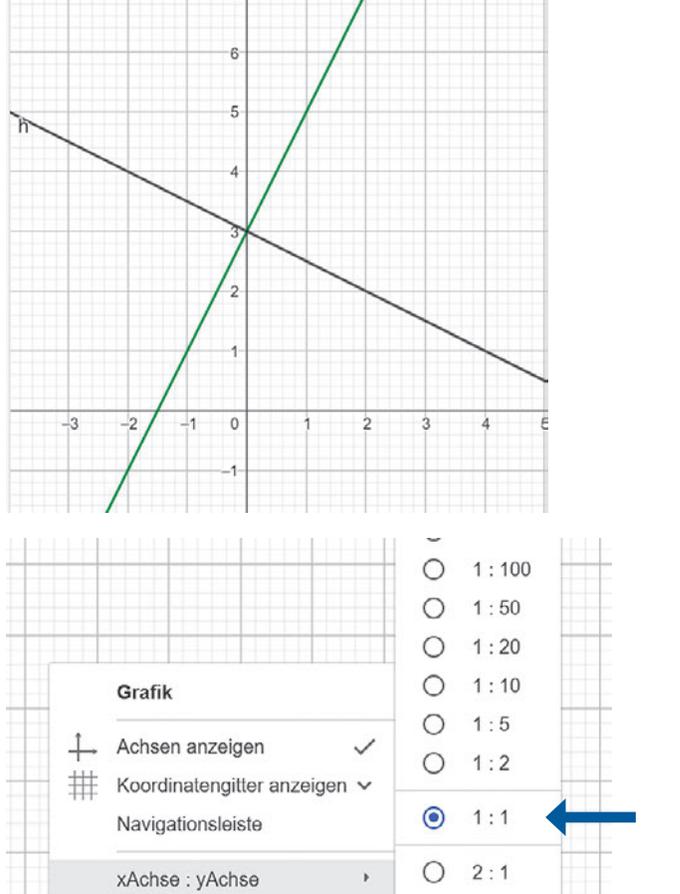
Name der Funktion und Stelle zur Berechnung des Grenzwertes eingeben

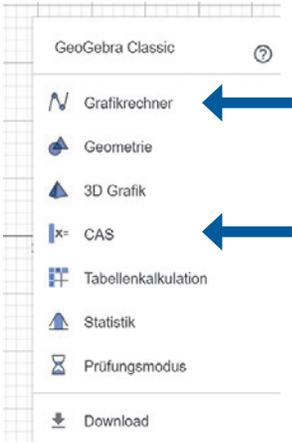
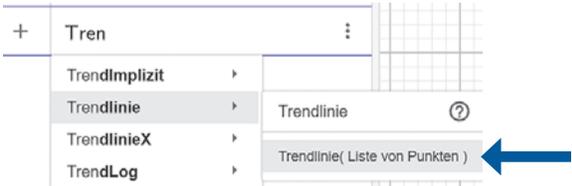
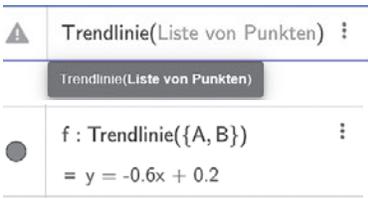
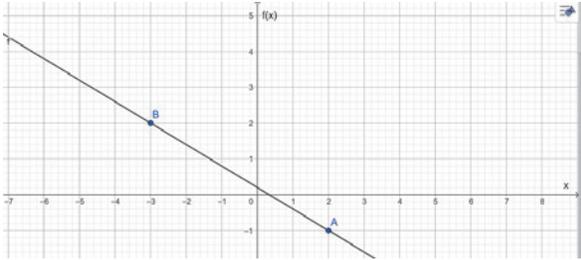
Grenzwerte werden angegeben

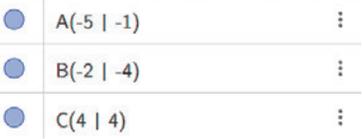
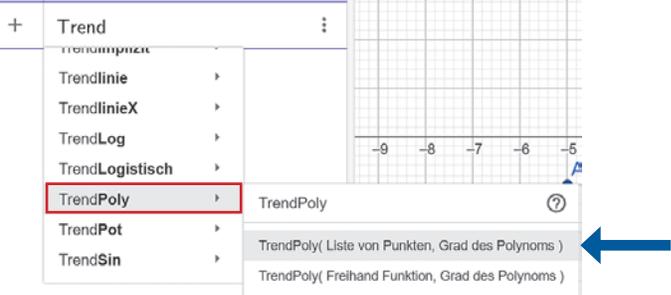
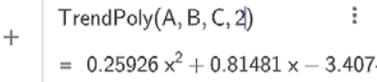
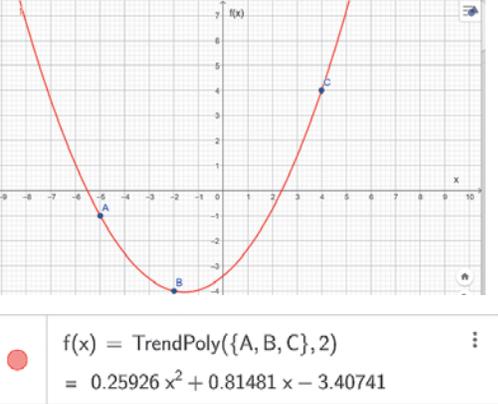
da die beiden Grenzwerte unterschiedlich sind, wurde bei „Grenzwert“ kein Ergebnis angegeben

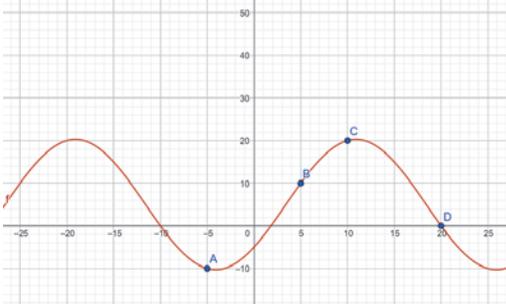
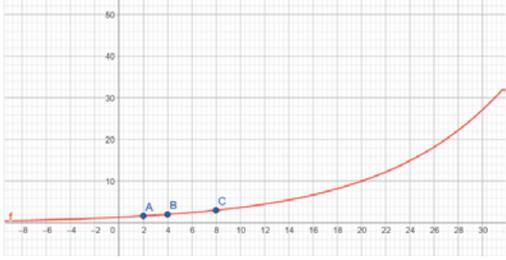


Analysis – Sekanten, Tangente, Normale	
<p>1 Tangente</p> <p>in das Eingabefeld „Tangente“ schreiben</p> <p>zweite Möglichkeit auswählen</p> <p>Funktion und Punkt angeben oder in der Grafik anklicken</p>	 <p>The screenshot shows the input field for 'Tangente' with the following options:</p> <ul style="list-style-type: none"> $B(3 77.5)$ $g : \text{Gerade}(A, B)$ $= -52x + y = -78.5$ Tan Tangente (dropdown menu): <ul style="list-style-type: none"> Tangente (Punkt, Kegelschnitt) Tangente (Punkt, Funktion) (highlighted with a blue arrow) Tangente (Punkt auf Kurve, Kurve) Tangente (x-Wert, Funktion) Tangente (Gerade, Kegelschnitt)
<p>2 Angabe der Funktionsgleichung der Tangente</p>	 <p>The screenshot shows the input field with the following content:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tangente(Punkt, Funktion) (dropdown menu) $\text{Tangente}((2, 25.5), f)$ $= y = 33x - 40.5$
<p>3 Tangente erscheint</p>	 <p>The screenshot shows a coordinate system with a green curve and a black tangent line. The tangent line is labeled 'f' and passes through the point (2, 25.5) on the curve. The x-axis ranges from -3 to 5, and the y-axis ranges from -40 to 120.</p>
<p>Link zur Beispieldatei</p>	<p>https://www.geogebra.org/classic/bqydkuhs</p>
<p>1 Ableitung</p> <p>Funktion eingeben</p>	 <p>The screenshot shows the input field with the function $f(x) := 3x^3 - 2x^2 + 5x - 0.5$.</p>
<p>2 in das Eingabefeld „f'(x)“ eingeben</p> <p>Funktion der Ableitung erscheint</p>	 <p>The screenshot shows the input field with the function $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 0.5$ and its derivative $f'(x) = 9x^2 - 4x + 5$.</p>
<p>3 Steigung an einer Stelle</p>	 <p>The screenshot shows the input field with the derivative $f'(2) = 33$ and the slope $a = f'(2) = 33$.</p>

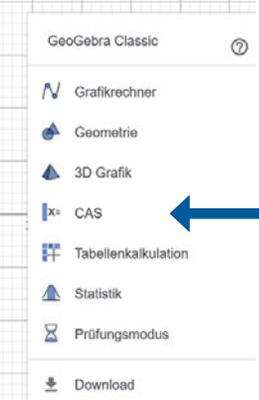
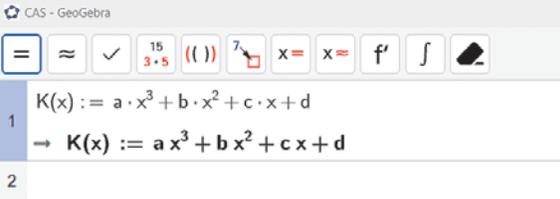
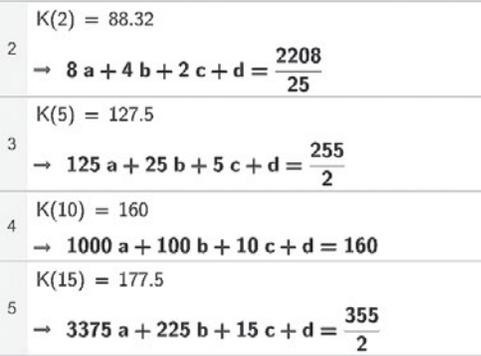
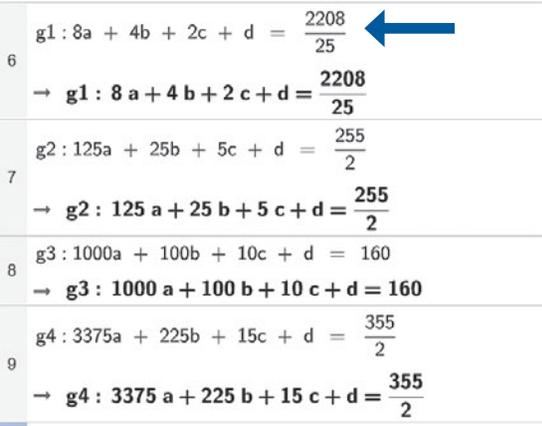
Analysis – Sekanten, Tangente, Normale	
<p>1 Normale</p> <p>in das Eingabefeld „Senkrechte“ eingeben</p> <p>erste Variante auswählen</p>	 <p>g : Gerade(A, B) = $-52x + y = -78.5$</p> <p>h : Tangente((2 25.5), Senkrechte</p> <p>Senkr</p> <p>Senkrechte</p> <ul style="list-style-type: none"> Senkrechte(Punkt, Gerade) Senkrechte(Punkt, Strecke) Senkrechte(Punkt, Vektor) Senkrechte(Punkt, Ebene) Senkrechte(Gerade, Gerade)
<p>2 Punkt angeben und Funktionsnamen eingeben</p> <p>Gleichung für die Normale wird angegeben</p>	 <p>f(x) = $2x + 3$</p> <p>h : Senkrechte((0 3), f) = $x + 2y = 6$</p>
<p>3 Gleichung nach y umformen</p>	<p>$y = -\frac{1}{2}x + 3 \rightarrow$ Gleichung der Normalen</p>
<p>4 Grafische Darstellung</p> <p>Dass die beiden Geraden senkrecht zueinander sind, wird in der Grafik nur dann sichtbar, wenn die Einheiten auf den Achsen identisch sind</p>	 <p>Grafik</p> <ul style="list-style-type: none"> Achsen anzeigen ✓ Koordinatengitter anzeigen ▾ Navigationsleiste xAchse : yAchse ▾ <ul style="list-style-type: none"> 1 : 100 1 : 50 1 : 20 1 : 10 1 : 5 1 : 2 1 : 1 2 : 1

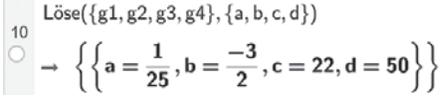
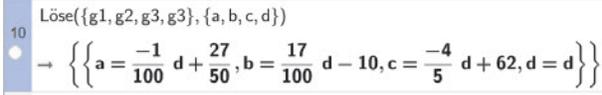
Analysis – Regression	
<p>Tool: Grafikrechner oder Tool: CAS</p>	
<p>1 Lineare Regression</p> <p>Punkte eingeben, die auf der Geraden liegen sollen</p>	
<p>2 in das Eingabefeld „Trend“ eingeben</p> <p>Trendlinie auswählen</p>	
<p>3 Namen der Punkte (hier A und B) eingeben</p> <p>Funktionsgleichung wird angegeben</p>	
<p>Grafik erscheint</p>	

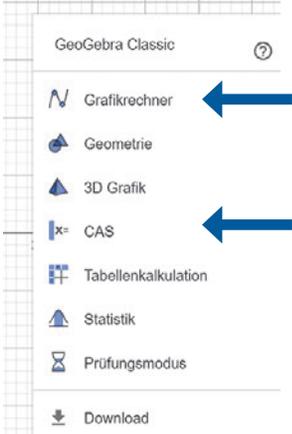
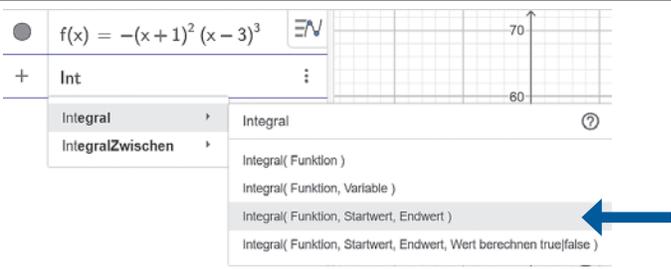
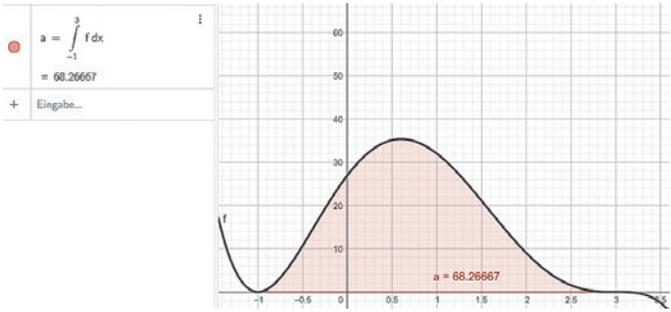
Analysis – Regression	
<p>1 Regressionen für ganzrationale Funktionen</p> <p>Punkte eingeben</p>	
<p>2 in das Eingabefeld „Trendpoly“ eingeben</p> <p>oberste Auswahl anklicken</p>	
<p>3 Punkte eingeben, die auf dem Graphen liegen sollen und den Grad der Funktion eingeben</p>	
<p>4 Graph und Funktionsterm werden angegeben</p>	
<p>Link zur Beispieldatei</p>	<p>https://www.geogebra.org/classic/wng7aduq</p>

Analysis – Regression																						
<p>1 Regression Sinusfunktion</p> <p>Punkte eingeben In das Eingabefeld „TrendSin“ eintragen</p> <p>Punkte auswählen</p> <p>Funktionsterm wird angegeben</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>A(-5 -10)</td> <td style="text-align: right;">≡</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>B(5 10)</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>C(10 20)</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>D(20 0)</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>$f(x) = \text{TrendSin}(\{A, B, C, D\})$</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$= 5 + 15.27525 \sin(0.20944 x - 0.71372)$</td> <td></td> </tr> </table>	●	A(-5 -10)	≡	●	B(5 10)	⋮	●	C(10 20)	⋮	●	D(20 0)	⋮	●	$f(x) = \text{TrendSin}(\{A, B, C, D\})$	⋮		$= 5 + 15.27525 \sin(0.20944 x - 0.71372)$				
●	A(-5 -10)	≡																				
●	B(5 10)	⋮																				
●	C(10 20)	⋮																				
●	D(20 0)	⋮																				
●	$f(x) = \text{TrendSin}(\{A, B, C, D\})$	⋮																				
	$= 5 + 15.27525 \sin(0.20944 x - 0.71372)$																					
<p>2 Grafik wird erstellt</p>																						
<p>1 Regression Exponentialfunktion zur Basis e</p> <p>Punkte eingeben In das Eingabefeld „TrendExp“ eintragen</p> <p>Punkte auswählen</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>A(2 1.66)</td> <td style="text-align: right;">≡</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>B(4 2.03)</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>C(8 3.02)</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">+</td> <td>Trend</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border: 1px solid red;">TrendExp</td> <td style="border: 1px solid gray;">TrendExp ?</td> </tr> <tr> <td></td> <td>TrendExp2</td> <td style="border: 1px solid gray;">TrendExp(Liste von Punkten) ←</td> </tr> <tr> <td></td> <td>TrendImplizit</td> <td></td> </tr> </table>	●	A(2 1.66)	≡	●	B(4 2.03)	⋮	●	C(8 3.02)	⋮	+	Trend	⋮		TrendExp	TrendExp ?		TrendExp2	TrendExp(Liste von Punkten) ←		TrendImplizit	
●	A(2 1.66)	≡																				
●	B(4 2.03)	⋮																				
●	C(8 3.02)	⋮																				
+	Trend	⋮																				
	TrendExp	TrendExp ?																				
	TrendExp2	TrendExp(Liste von Punkten) ←																				
	TrendImplizit																					
<p>2 Funktionsterm wird angegeben</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td>$f(x) = \text{TrendExp}(\{A, B, C\})$</td> <td style="text-align: right;">⋮</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$= 1.36098 e^{0.09968x}$</td> <td></td> </tr> </table>	●	$f(x) = \text{TrendExp}(\{A, B, C\})$	⋮		$= 1.36098 e^{0.09968x}$																
●	$f(x) = \text{TrendExp}(\{A, B, C\})$	⋮																				
	$= 1.36098 e^{0.09968x}$																					
<p>3 Grafik wird erstellt</p>																						

Analysis – Regression																																									
<p>1 Regression Exponentialfunktion für eine beliebige Basis</p> <p>Punkte eingeben In das Eingabefeld „TrendExp2“ eintragen</p> <p>Punkte auswählen</p>	<table border="1"> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td>A(2 1.66)</td> <td></td> </tr> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td>B(4 2.03)</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td>C(8 3.02)</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td colspan="3"><hr/></td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Trend</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td colspan="3"><hr/></td> </tr> <tr> <td></td> <td>Trend</td> <td>▸</td> </tr> <tr> <td></td> <td>TrendExp</td> <td>▸</td> </tr> <tr> <td></td> <td>TrendExp2</td> <td>▸</td> </tr> <tr> <td></td> <td>TrendImplizit</td> <td>▸</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Trendlinie</td> <td>▸</td> </tr> <tr> <td></td> <td>TrendlinieX</td> <td>▸</td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td>TrendExp2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>TrendExp2(Liste von Punkten)</td> <td></td> </tr> </table>	<input type="radio"/>	A(2 1.66)		<input type="radio"/>	B(4 2.03)	⋮	<input type="radio"/>	C(8 3.02)	⋮	<hr/>			<input type="checkbox"/>	Trend	⋮	<hr/>				Trend	▸		TrendExp	▸		TrendExp2	▸		TrendImplizit	▸		Trendlinie	▸		TrendlinieX	▸	TrendExp2		TrendExp2(Liste von Punkten)	
<input type="radio"/>	A(2 1.66)																																								
<input type="radio"/>	B(4 2.03)	⋮																																							
<input type="radio"/>	C(8 3.02)	⋮																																							
<hr/>																																									
<input type="checkbox"/>	Trend	⋮																																							
<hr/>																																									
	Trend	▸																																							
	TrendExp	▸																																							
	TrendExp2	▸																																							
	TrendImplizit	▸																																							
	Trendlinie	▸																																							
	TrendlinieX	▸																																							
TrendExp2																																									
TrendExp2(Liste von Punkten)																																									
<p>2 Funktionsterm wird angegeben</p>	<table border="1"> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td> $f(x) = \text{TrendExp2}(\{A, B, C\})$ $= 1.36098 \cdot 1.10481^x$ </td> <td>⋮</td> </tr> </table>	<input type="radio"/>	$f(x) = \text{TrendExp2}(\{A, B, C\})$ $= 1.36098 \cdot 1.10481^x$	⋮																																					
<input type="radio"/>	$f(x) = \text{TrendExp2}(\{A, B, C\})$ $= 1.36098 \cdot 1.10481^x$	⋮																																							

Gleichungssysteme	
<p>Tool: CAS</p>	
<p>1 Gesucht ist eine ertragsgesetzliche Gesamtkostenfunktion</p> <p>Funktionsterm allgemeingültig eingeben</p>	
<p>2 vier Parameter a, b, c, d müssen bestimmt werden → es werden vier Gleichungen benötigt</p> <p>In diesem Fall sind vier Punkte gegeben, die in die definierte Funktion eingesetzt werden.</p>	
<p>3 Mithilfe der Angaben aus Schritt (2) werden vier Gleichungen definiert. g_1 wird mit Doppelpunkt vorangestellt, dann wird der Term eingegeben</p>	

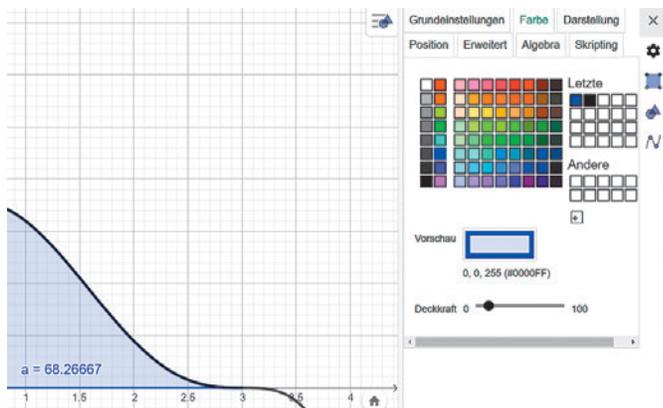
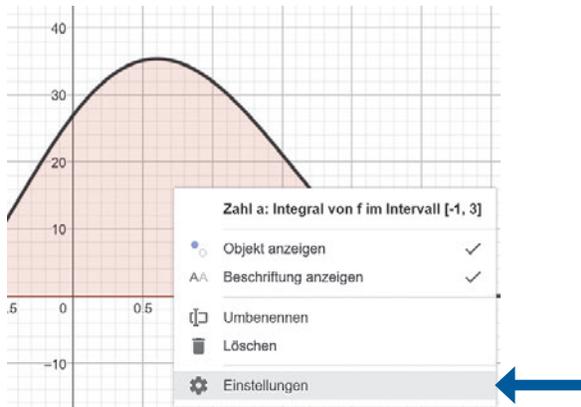
Gleichungssysteme	
<p>4 in das Eingabefeld „Löse“ eingeben und die dritte Option auswählen Namen der Gleichungen und Namen der zu bestimmenden Parameter eingeben</p>	 <p>Löse ({g1, g2, g3, g4}, {a, b, c, d})</p>
<p>5a Gleichungssystem wird eindeutig gelöst jedem Parameter wird genau eine Zahl zugeordnet</p>	
<p>5b nach dem Löse-Befehl ist z. B. folgende Zeile zu sehen Gleichungssystem ist mehrdeutig lösbar</p>	 <p>Das Gleichungssystem ist mehrdeutig lösbar und hat somit unendlich viele Lösungen. Für d kann eine beliebige Zahl eingesetzt werden und dann können – in Abhängigkeit von der gewählten Zahl – a, b, c bestimmt werden.</p>
<p>Link zur Beispieldatei</p>	<p>https://www.geogebra.org/m/mhnhkfvt</p>

Analysis – Integralrechnung	
<p>Tool: Grafikrechner oder Tool: CAS</p>	 <p>The screenshot shows the GeoGebra Classic toolbar. Two blue arrows point to the 'Grafikrechner' (Graphing Calculator) icon and the 'CAS' icon.</p>
<p>1 Flächenmaßzahlen: unter einem Funktionsgraphen</p> <p>Funktion definieren in das Eingabefeld „Integral“ eingeben dritte Auswahl anklicken</p>	 <p>The screenshot shows the input field with the function $f(x) = -(x+1)^2(x-3)^3$ and the 'Integral' button. A dropdown menu is open, showing options: 'Integral', 'IntegralZwischen', 'Integral(Funktion)', 'Integral(Funktion, Variable)', 'Integral(Funktion, Startwert, Endwert)', and 'Integral(Funktion, Startwert, Endwert, Wert berechnen true/false)'. A blue arrow points to the third option.</p>
<p>2 Funktionsnamen, Start und Endwert eingeben</p>	 <p>The screenshot shows the input field containing 'Integral(f, -1, 3)'. A tooltip below it reads 'Integral(Funktion, Startwert, Endwert)'.</p>
<p>3 Fläche wird markiert, Flächenmaßzahl wird angegeben</p>	 <p>The screenshot shows the graph of the function $f(x) = -(x+1)^2(x-3)^3$ on a coordinate system. The area under the curve between $x = -1$ and $x = 3$ is shaded in red. A tooltip on the left shows the integral calculation: $a = \int_{-1}^3 f(x) dx = 68.26667$. The value 'a = 68.26667' is also displayed on the graph.</p>

Analysis – Integralrechnung

4 Farbe der Fläche kann angepasst werden

rechter Mouse-Klick auf die Fläche



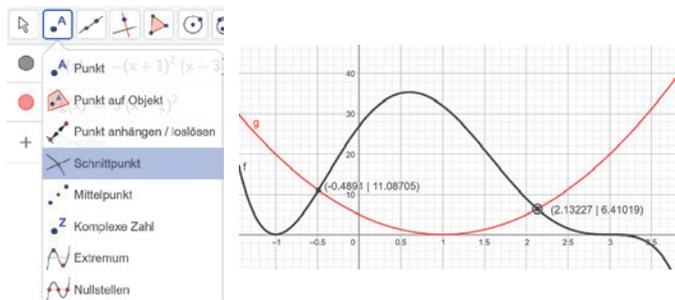
1 **Flächenmaßzahlen: zwischen zwei Funktionsgraphen**

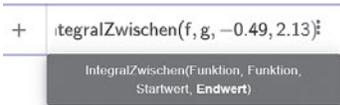
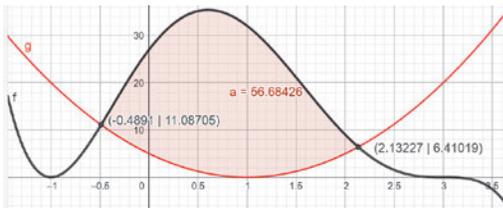
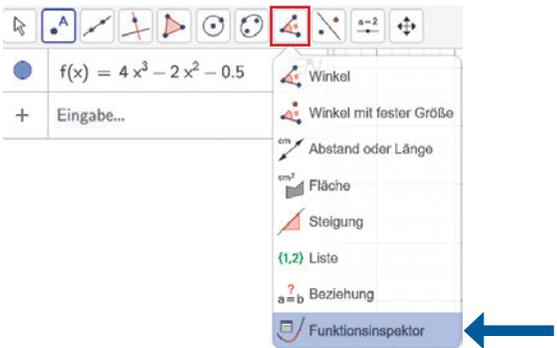
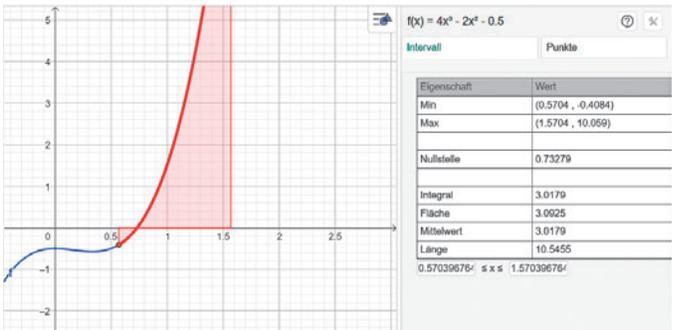
Funktionen definieren

$$f(x) = -(x + 1)^2 (x - 3)^3$$

$$g(x) = 5(x - 1)^2$$

2 **Schnittpunkte der Graphen im notwendigen Definitionsbereich bestimmen**



Analysis – Integralrechnung																							
<p>3 in das Eingabefeld „IntegralZwischen“ eingeben</p> <p>zweite Auswahl anklicken</p>																							
<p>4 Funktionsnamen und Schnittstellen eingeben</p>																							
<p>5 Fläche wird eingezeichnet, Flächenmaßzahl wird angegeben</p>	 <p style="margin-top: 10px;"> ● $a = \text{IntegralZwischen}(f, g, -0.489, 2.13227)$ $= 56.68426$ </p>																						
<p>1 Funktionsinspektor nutzen</p> <p>Funktionsterm eingeben</p> <p>achtes Symbol oben links anklicken</p> <p>letztes Auswahlfeld wählen</p>																							
<p>2 Funktion anklicken</p>	 <table border="1" style="font-size: small; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: left;">f(x) = 4x³ - 2x² - 0.5</th> </tr> <tr> <th>Intervall</th> <th>Punkte</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="2" style="background-color: #cccccc;">Eigenschaft Wert</td> </tr> <tr> <td>Min</td> <td>(0.5704, -0.4084)</td> </tr> <tr> <td>Max</td> <td>(1.5704, 10.059)</td> </tr> <tr> <td>Nullstelle</td> <td>0.73279</td> </tr> <tr> <td>Integral</td> <td>3.0179</td> </tr> <tr> <td>Fläche</td> <td>3.0925</td> </tr> <tr> <td>Mittelwert</td> <td>3.0179</td> </tr> <tr> <td>Länge</td> <td>10.5455</td> </tr> <tr> <td colspan="2">0.57039676 ≤ x ≤ 1.57039676</td> </tr> </tbody> </table>	f(x) = 4x ³ - 2x ² - 0.5		Intervall	Punkte	Eigenschaft Wert		Min	(0.5704, -0.4084)	Max	(1.5704, 10.059)	Nullstelle	0.73279	Integral	3.0179	Fläche	3.0925	Mittelwert	3.0179	Länge	10.5455	0.57039676 ≤ x ≤ 1.57039676	
f(x) = 4x ³ - 2x ² - 0.5																							
Intervall	Punkte																						
Eigenschaft Wert																							
Min	(0.5704, -0.4084)																						
Max	(1.5704, 10.059)																						
Nullstelle	0.73279																						
Integral	3.0179																						
Fläche	3.0925																						
Mittelwert	3.0179																						
Länge	10.5455																						
0.57039676 ≤ x ≤ 1.57039676																							

Analysis – Integralrechnung

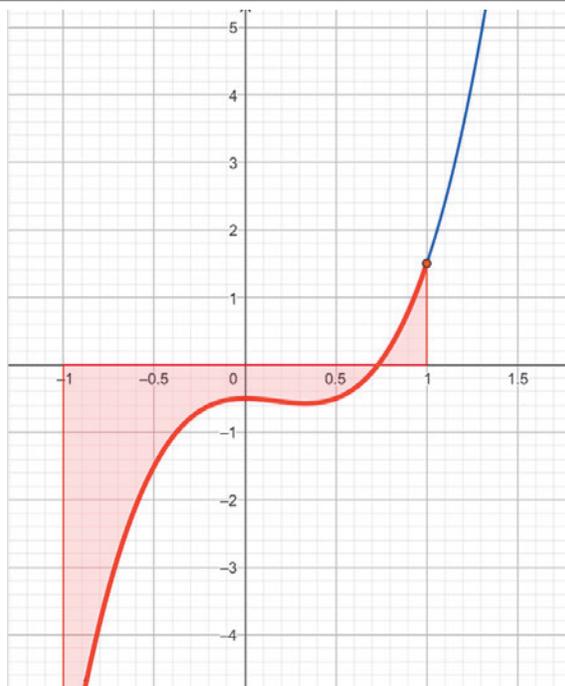
3 Intervall auswählen

Daten in der Tabelle werden automatisch angepasst

Eigenschaft	Wert
Min	$(-1, -6.5)$
Max	$(1, 1.5)$
Nullstelle	0.73279
Integral	-2.3333
Fläche	2.6808
Mittelwert	-1.1667
Länge	8.8217
$-1 \leq x \leq 1$	

Min: Angabe der Koordinaten der absoluten Tiefpunkte
 Max: Angabe der Koordinaten der absoluten Hochpunkte
 Nullstelle: Angabe der Nullstelle in dem Intervall
 Integral: Flächenbilanz
 Fläche: Flächenmaßzahl der Gesamtfläche
 Mittelwert: Integral geteilt durch Intervalllänge
 Länge: Länge des Funktionsgraphen in dem Intervall

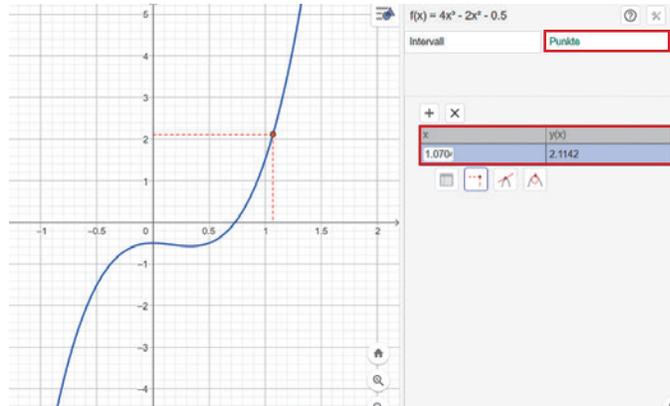
4 Grafik wird angepasst

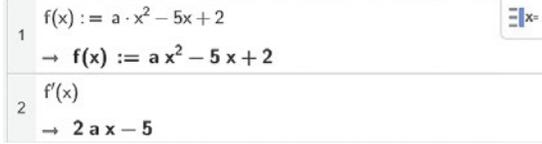
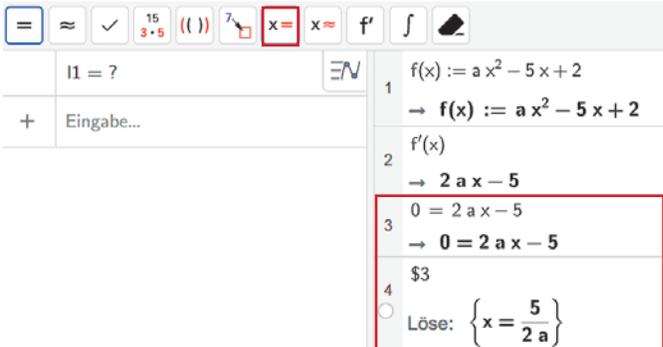
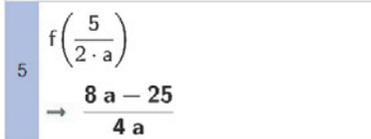


Analysis – Integralrechnung

Reiter „Punkte“
auswählen

Angabe von Punkten,
die auf dem Graphen
liegen



Analysis – Grundlagen CAS	
<p>Tool: CAS</p>	
<p>Ableitungen bestimmen, wenn in dem Funktionsterm ein Parameter vorkommt</p> <p>Zwischen dem Parameter und der Variablen muss ein Malzeichen gesetzt werden!</p>	
<p>1 Gleichung nach x auflösen</p> <p>z. B. um den Extrempunkt in Abhängigkeit vom Parameter a zu bestimmen</p>	
<p>2 Funktionswert bestimmen</p>	

Analysis – Grundlagen CAS	
<p>1 Integral in Abhängigkeit vom Parameter a bestimmen</p> <p>In das Eingabefeld „Integral“ eingeben, entsprechendes Menü auswählen</p>	
<p>2 Integral wird berechnet</p>	
<p>1 Klammern auflösen</p>	
<p>2 fünftes Symbol oben links wählen</p> <p>Term rechts vom Gleichheitszeichen wird ausmultipliziert</p>	
<p>1 Terme faktorisieren</p>	
<p>2 Funktion eingeben</p> <p>4. Symbol oben links wählen</p> <p>Term wird faktorisiert</p>	

