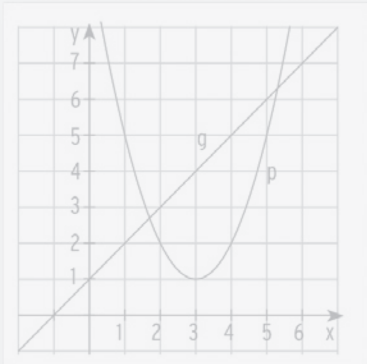
Bohner
Ott
Deusch
Rosner

Mathematik
für Berufsfachschulen Baden-Württemberg
Arbeitsheft



Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Kurt Bohner

Lehrauftrag Mathematik am BS Wangen
Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Roland Ott

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Ronald Deusch

Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner

Lehrauftrag Mathematik an der Kaufmännischen Schule in Schwäbisch Hall
Studium der Mathematik an der Universität Mannheim

Bildnachweis:
Umschlag: kleines Bild rechts oben: Africa Studio - stock.adobe.com
kleines Bild rechts unten: kiwi1902 - Fotolia.com

* * * * * * * * * *

1. Auflage 2019

Gesamtherstellung:

Merkur Verlag Rinteln Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-2119-7

Terme mit Brüchen - Bruchrechnen

Zwei gleichnamige Brüche werden **addiert**, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält. Zwei Brüche werden **multipliziert**, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

1 Berechnen Sie im Kopf.

$1-\frac{2}{7}$	$=\frac{7}{7}-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$	$\frac{5}{3}\cdot 4$	$=\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{1}=\frac{20}{3}$
$-\frac{2}{5}+\frac{6}{5}$	=	$\frac{1}{9}\cdot 7-2$	=
$-\frac{24}{5}-9$	=	$\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{7}$	=
$\frac{2}{9}-1+\frac{5}{9}$	=	$(\frac{12}{7}-1)\cdot 2$	=
$\frac{5+3}{12}-1$	=	$\frac{12-7}{8}\cdot 4-1$	=

2 Erweitern Sie auf den gegebenen Nenner.

Nenner:				
40	$\frac{1}{8}=\frac{1}{8}\cdot\frac{5}{5}=\frac{5}{40}$	$\frac{2}{5}=$	$1{,}3=$	$\frac{7}{4}=$
16	$\frac{5}{8}=$	$0{,}5=$	$\frac{11}{4}=$	$\frac{3}{12}=$
21	$\frac{1}{3}=$	$\frac{6}{7}=$	$2=$	$\frac{10}{14}=$
60	$\frac{1}{12}=$	$\frac{7}{15}=$	$1{,}2=$	$\frac{9}{4}=$

3 Wandeln Sie um in eine Bruchzahl oder eine gemischte Zahl.

$\frac{9}{8}=\frac{8}{8}+\frac{1}{8}=1\frac{1}{8}$	$\frac{32}{5}=$	$\frac{13}{7}=$	$\frac{17}{4}=$
$3\frac{3}{4}=\frac{12}{4}+\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$	$9{,}5=$	$\frac{11}{4}=$	$4\frac{3}{11}=$
$5\frac{1}{3}=$	$8\frac{6}{7}=$	$2{,}8=$	$2\frac{11}{14}=$
$\frac{71}{12}=$	$\frac{37}{15}=$	$1\frac{2}{35}=$	$\frac{9}{4}=$

4 Finden Sie den Hauptnenner (HN).

$\frac{1}{5}; \frac{3}{10}; \frac{9}{20}; \frac{7}{40}$	HN =
$\frac{4}{3}; \frac{3}{5}; \frac{9}{2}$	HN =
$\frac{3}{2}; \frac{3}{8}; \frac{19}{4}; \frac{7}{16}$	HN =
$\frac{3}{4}; \frac{2}{3}; \frac{1}{8}$	HN =

Terme mit Brüchen und Variablen

1 Setzen Sie die angegebenen Werte ein und fassen Sie zusammen.

$3x + \frac{5}{6}$; $(x = \frac{2}{3})$	$3 \cdot (\frac{2}{3}) + \frac{5}{6} = 2 + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$
$-2x + 1$; $(x = \frac{5}{3})$	
$\frac{3}{2}x - 3{,}5$; $(x = -\frac{1}{2})$	
$-5x - \frac{5}{2}$; $(x = -\frac{1}{4})$	

2 Vereinfachen Sie.

$\frac{1}{5}x + \frac{3}{5}x \quad = (\frac{1}{5} + \frac{3}{5})x = \frac{4}{5}x$	$5 \cdot \frac{4}{5}x \quad =$
$\frac{3}{7}x - \frac{5}{7}x \quad =$	$3 \cdot \frac{7}{4}x + 5 \cdot \frac{3}{4}x =$

3 Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen.

$4(\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}x)$	$= \frac{4}{5}x + \frac{8}{3}x = \frac{4 \cdot 3}{15}x + \frac{8 \cdot 5}{15}x = \frac{52}{15}x$
$(\frac{3}{5}x - 2) \cdot 4x + x$	$=$
$(x + 1) \cdot \frac{10}{3} - \frac{1}{3}x$	$=$
$(1 - \frac{2}{5}x) \cdot (\frac{1}{2}x - 3)$	$=$
$\frac{1}{5}x \cdot (1 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{4}y)$	$=$
$(\frac{1}{2} - 4x)^2$	$=$
$(\frac{5}{8}a + 6) \cdot (\frac{3}{2}a - 2)$	$=$
$\frac{2}{5} \cdot (2r - s) - \frac{3}{4} \cdot (2r - s)$	$=$

4 Füllen Sie die Tabelle aus und vereinfachen Sie den Ergebnisterm (wenn möglich).

$\cdot$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}a$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{a}{6}$
$\frac{1}{4}x$	$\frac{1}{4}x \cdot (-\frac{2}{3}) = -\frac{1}{6}x$			
$-\frac{3}{7}x$				
$-\frac{3}{2}$				

II Gleichungen

1 Lineare Gleichungen

Eine Gleichung, bei der die Unbekannte (Lösungsvariable) nur als erste Potenz (x^1) vorkommt, heißt **lineare Gleichung.**

In der Regel ist die Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

Die Menge aller Lösungen heißt Lösungsmenge L.

1 Berechnen Sie x, geben Sie die Lösungsmenge an und machen Sie die Probe.

$5x - 3 = 7$	$3x - 5 = 17$	$-4x + 10 = x$	$2x - 9 = 0$
$5x - 3 = 7 \quad \mid +3$ $5x = 10 \quad \mid :5$ $x = 2$ Lösungsmenge: $L = \{2\}$ Probe: $5 \cdot 2 - 3 = 7$ $7 = 7$ wahr			

2 Lösen Sie die Gleichung.

$\frac{3}{2}x - 3 = 1{,}5$	$2 - \frac{2}{3}x = 1$	$-2x - 13 = x + 2$	$3(4 - 2x) = 0$
$\frac{3}{2}x - 3 = 1{,}5 \quad \mid +3$ $\frac{3}{2}x = 4{,}5 \quad \mid \cdot 2$ $3x = 9 \quad \mid :3$ $x = \frac{9}{3}$ $x = 3$			

3 Geben Sie die Lösungsmenge an.

$\frac{2}{3}x - \frac{2}{5} = \frac{2}{3}$	$\frac{4}{7} - \frac{2}{5}x = 0$	$3 - \frac{2}{3}x = x$	$-2(x-4) = x - 3$
$\frac{2}{3}x - \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \quad \vert \cdot 15$ $10x - 6 = 10$ $10x = 16$ $x = \frac{16}{10}$ $x = \frac{8}{5}$ Lösungsmenge: $L = \{\frac{8}{5}\}$			

4 Für welche Zahl steht x? Stellen Sie dazu eine Gleichung auf und lösen Sie diese.

+

18

[ ] [ ]

3x | − 5 | − 2x

+

− 40

[ ] [ ]

6(x + 1) | − 3x | 2 − 2x

Gleichung:		
Lösung:		

Prozentrechnung

1 Rechnen Sie im Kopf.

5 % von 500 €:	10 % ≙ 50 € 5 % ≙ 25 €	10 % ≙ 250 € 100 % ≙ 250 € · 10 = 2500 €

a) 30 % ≙ 300 Autos
100 %?

b) 8 m von 160 m
$\boxed{?}$ %

c) 20 % von 50 m^2

d) 5 % ≙ 10 kg
100 %?

e) 120 % von 60 km:

f) 125 % ≙ 200 cm
100 %?

g) 80 kg von 50 kg
$\boxed{?}$ %

h) 110 % von 220 m

i) 140 % ≙ 5,60 m
100 %?

j) 210 dm von 150 dm
$\boxed{?}$ %

k) 90 kg von 300 kg
$\boxed{?}$ %

l) 50 € von 200 €
$\boxed{?}$ %

3 Quadratische Gleichungen

Reinquadratische Gleichungen

Eine **reinquadratische Gleichung** hat die Form $ax^2 + c = 0$; $a \neq 0$.

Bestimmung der Lösung durch Auflösen nach x^2 und Wurzel ziehen.

1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge L.

$2x^2 = 5$	$5x^2 - 2 = 0$	$-2 + 2x^2 = 1$	$-\frac{2}{3} + \frac{4}{5}x^2 = -\frac{1}{2}$
$2x^2 = 5 \mid :2$ $x^2 = \frac{5}{2}$ $x_{1\|2} = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$ 2 Lösungen Lösungsmenge: $L = \{\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\}$			

2 Bestimmen Sie x.

a) 4 Quadrate mit der Seitenlänge x cm haben einen gesamten Flächeninhalt von 120 cm^2. Bestimmen Sie die Seitenlänge.

b) Ein Rechteck mit den Seitenlängen x cm und 4x cm hat einen gesamten Flächeninhalt von 64 cm^2. Bestimmen Sie die Seitenlängen.

3 Erklären Sie, warum die Gleichung $x^2 + 2 = 0$ keine Lösung hat.

Gemischtquadratische Gleichungen

Eine **quadratische Gleichung** der Form $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$, hat die Lösung

$$x_{1|2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Die Diskriminante $D = b^2 - 4ac$ entscheidet über die Lösungsvielfalt.

1 Bestimmen Sie die Diskriminante und geben Sie die Anzahl der Lösungen an.

$x^2 + 2x - 6 = 0$	$a = 1$; $b = 2$; $c = -6$; $D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 28 > 0$; 2 Lösungen
$x^2 - 4x - 1 = 0$	
$2x^2 + x + 5 = 0$	
$0{,}5x^2 - 4x + 8 = 0$	

2 Bestimmen Sie die Lösungsmenge L.

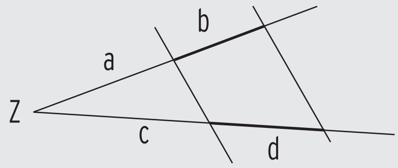
$x^2 - 3x + 1 = 0$	$x^2 + 4x - 5 = 0$	$x^2 + 2x - 6 = 0$
$a = 1$; $b = -3$; $c = 1$ $x_{1\|2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4}}{2}$ $x_{1\|2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ 2 Lösungen $L = \{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\}$		

$2x^2 - 5x + 4 = 0$	$-2 + x + \frac{1}{2}x^2 = 0$	$4x^2 = 12x + 40$

4 Strahlensätze

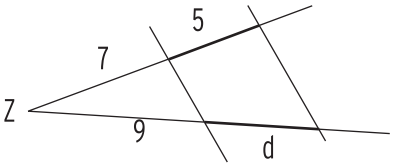
1. Strahlensatz: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ oder

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

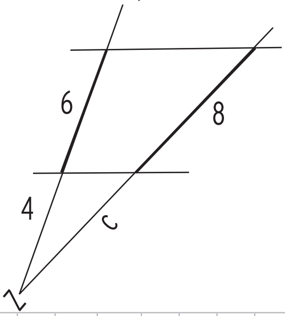


1 Vervollständigen Sie die Zeichnung, indem Sie die fehlenden Größen berechnen.

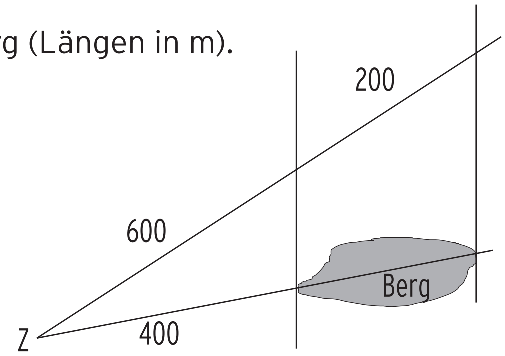
a)



b)



2 Ermitteln Sie die Länge des Tunnels durch den Berg (Längen in m).



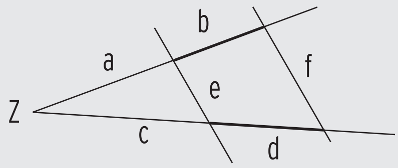
3 Ergänzen Sie die Tabelle für den 1. Strahlensatz.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	a = 4	b = 10	d = 25	c:
	a = 2,5	c = 6	d = 8,5	b:
	a = 12	b = 20	c = 18	d:

$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$	a = 4	a + b= 12	c+ d = 40	c:
	a = 9	c = 6	c + d = 14	b:

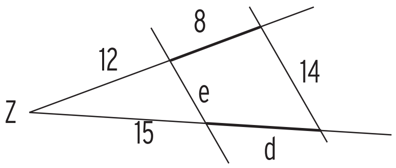
2. Strahlensatz: $\frac{e}{f} = \frac{a}{a + b}$ oder

$\frac{e}{f} = \frac{c}{c + d}$

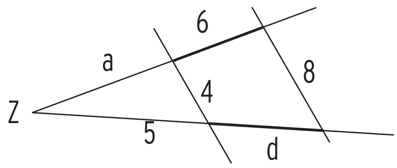


1 Bestimmen Sie die Längen der unbekannten Strecken.

a)



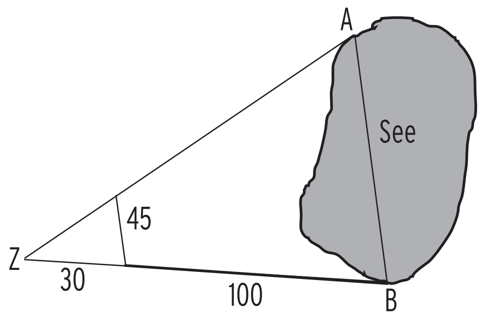
b)



2 Ergänzen Sie die Tabelle für den 2. Strahlensatz.

$\frac{e}{f} = \frac{a}{a + b}$	e = 4	f = 12	a = 2,5	b:
	a = 25	b = 60	e = 8	f:
	b = 10	e = 3,5	f = 10,5	a:

3 Ermitteln Sie die Entfernung der beiden Anlegestellen A und B (Längen in m).



Ereignisse

1 Ein Würfel wird ein Mal geworfen und die Augenzahl wird notiert. Die Ereignisse A bis I sind in Worten beschrieben. Ordnen Sie jedem Ereignis die zugehörige Mengenschreibweise zu, indem Sie diese mit den Buchstaben A bis I benennen.

A: Eine ungerade Zahl	= {1, 2, 3, 4}
B: Eine größere Zahl als 2	= {2, 3, 5}
C: Höchstens die Zahl 4	= {1, 2}
D: Mindestens 4	= { }
E: Eine Primzahl	= {1, 2, 3, 4, 5, 6}
F: Höchstens eine 6	= {4, 5, 6}
G: Kleiner 3	= {3, 4, 5, 6}
H: Gegenereignis von E	= {1, 4, 6}
I: Die Zahl 8	= {1, 3, 5}

2 Eine Münze wird zweimal geworfen.

a) Geben Sie die Ergebnismenge an: S =

b) Beschreiben Sie die Ereignisse in Worten bzw. in Mengenschreibweise.

A= {ww, zz}	A: Nur Wappen oder nur Zahl
B = { }	B: Im zweiten Wurf Wappen
C= { }	C: Mindestens einmal Zahl
D = $\overline{C}$	D =
E: genau ein Mal Zahl	E =
F =$\overline{E}$	F =

3 Drei blaue und sieben grüne Bälle liegen in einer Kiste. Ein Besucher entnimmt 2 Bälle nacheinander ohne Zurücklegen aus der Kiste. Geben Sie in Mengenschreibweise an.

A: Der zweite Ball ist grün.	A = {bg, gg}
B: Mindestens ein Ball ist blau.	B =
C: Beide Bälle haben die gleiche Farbe.	C =
D: Höchstens ein Ball ist blau.	D =
E: Höchstens zwei Bälle sind grün.	E =

2 Wahrscheinlichkeit

1 Liegt ein Laplace-Experiment vor?

a) Eine verbeulte Münze wird geworfen.	☐ ja	☐ nein
b) Ein Würfel wird geworfen	☐ ja	☐ nein
c) Aus einer Urne mit 3 roten und 4 blauen Kugeln wird eine Kugel gezogen.	☐ ja	☐ nein
d) Das Ziehen eines Loses auf einem Jahrmarkt. Es interessiert, ob ein Gewinn oder eine Niete gezogen wurde.	☐ ja	☐ nein
e) Ein Radiergummi (keine Würfelform) fällt vom Tisch. Es interessiert, ob die markierte Seite nach oben zeigt.	☐ ja	☐ nein

2 In einem Stapel aus 13 Karten befinden sich 3 Asse, 2 Buben und ein König.
Ein Spieler hebt eine Karte ab.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er ein Ass? P =

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er einen König? P =

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er keinen Buben? P =

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er ein Ass oder einen König? P =

e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er kein Ass oder einen Buben? P =

3 Stellen Sie das Zufallsexperiment durch ein Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeitsangaben dar. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit P.

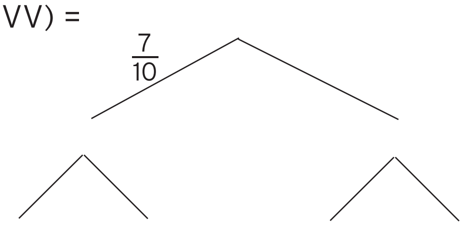
a) In einer Keksdose befinden sich 7 Vollkornkekse und 3 Nusskekse. Adrian entnimmt ohne hinzuschauen 2 Kekse.

Baumdiagramm:

V: Vollkornkekse

N: Nusskekse

P(VV) =



b) Bei einer Polizeikontrolle sind üblicherweise 15 % der Fahrer alkoholisiert. Es werden 2 Autos kontrolliert.

Baumdiagramm:

a: Fahrer ist alkoholisiert

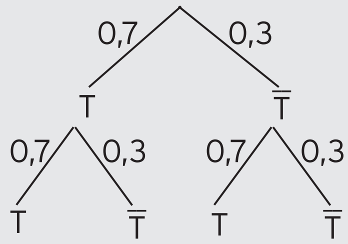
$\bar{a}$: Fahrer ist nicht alkoholisiert

P(a $\bar{a}$) =

4 Zeichnen Sie Baumdiagramme und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten.

a) Kirem trifft einen Elfmeter mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 %. Er schießt zwei Elfmeter nacheinander.

Baumdiagramm:



Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er beide Elfmeter?

$P(TT) = 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er genau einen Elfmeter?

$P(T\,\overline{T}) + P(\overline{T}\,T) = 0{,}7 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}42$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er mindestens einen Elfmeter?

$P = 1 - P(\overline{T}\,\overline{T}) = 1 - 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 1 - 0{,}09 = 0{,}91$ oder $P = 0{,}49 + 0{,}42 = 0{,}91$

b) In einer Urne befinden sich 7 blaue und 3 rote Bonbons. Mara darf zwei Bonbons entnehmen.

Baumdiagramm:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt sie zwei rote Bonbons?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt sie mindestens ein rotes Bonbon?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt sie erst ein rotes und dann ein blaues Bonbon?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt sie ein rotes und ein blaues Bonbon?

c) Eine Rubbelkarte enthält 25 mit einer undurchsichtigen Schicht überzogene Felder, von welchen 10 Gewinne und 15 Nieten sind. Daniela rubbelt 2 Felder auf.

Baumdiagramm:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie genau ein Gewinnfeld aufgerubbelt?

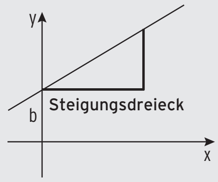
Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie zwei Nieten?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit rubbelt sie höchstens eine Niete auf?

2 Geraden mit der Gleichung $y = mx + b$

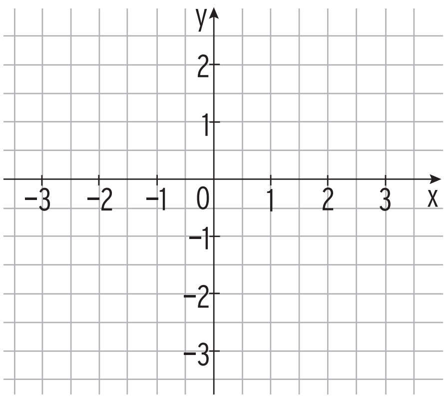
Die allgemeine Geradengleichung in Hauptform lautet:

$$y = \underbrace{m}_{\text{Steigung}} \cdot x + \underbrace{b}_{\text{y-Achsenabschnitt}}$$

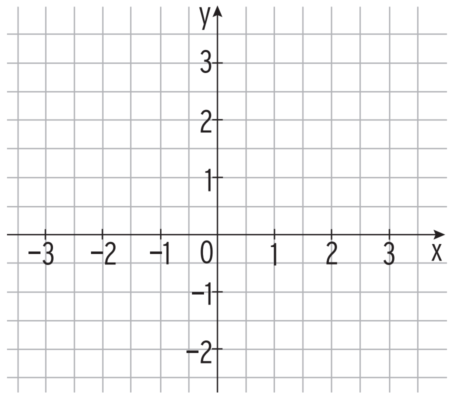


1 Bestimmen Sie zwei Geradenpunkte und zeichnen Sie die Gerade ein.

$y = 0{,}5x - 1$

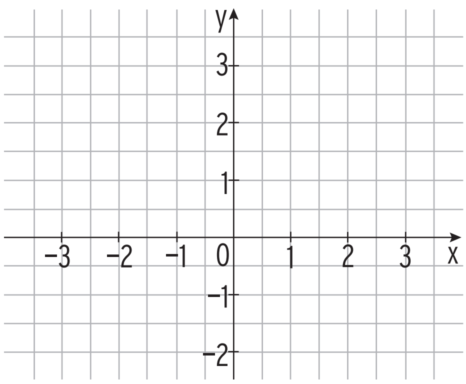


$y = -1{,}5x + 0{,}5$

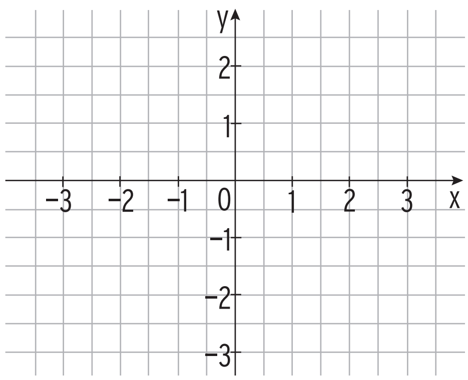


2 Zeichnen Sie die Geraden mithilfe eines Steigungsdreiecks.

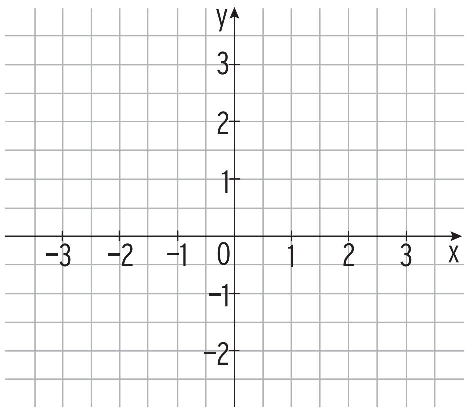
A: $y = 2x - 1$ B: $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ C: $y = x + 1$



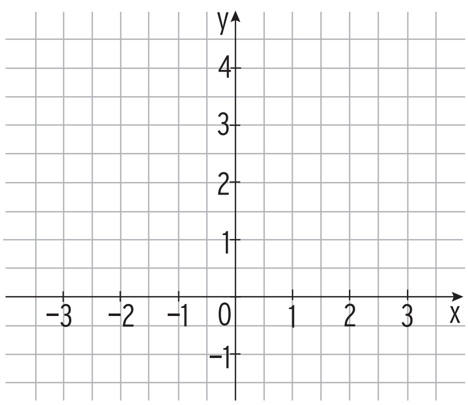
A: $y = 2 - x$ B: $y = -\frac{5}{2}x$ C: $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$



A: $y = -1$ B: $y = \frac{4}{3}x + 1$ C: $y = \frac{1}{2}x + 1$



A: $y = 3 + \frac{2}{3}x$ B: $y + 1 = x$ C: $2y = -x$

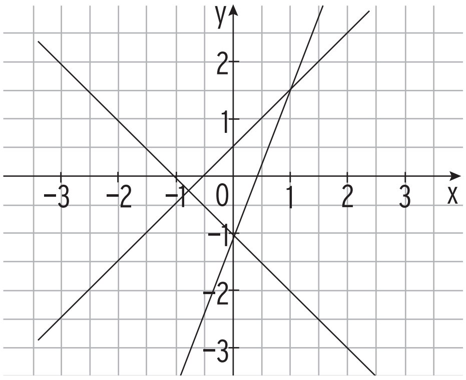


3 Ordnen Sie zu, indem Sie die Geraden beschriften.

A: $y = -x - 1$

B: $y = 2{,}5x - 1$

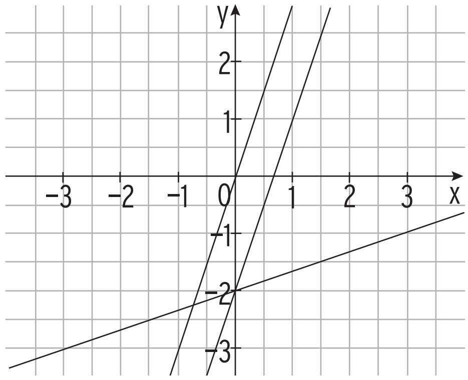
C: $y = x + 0{,}5$



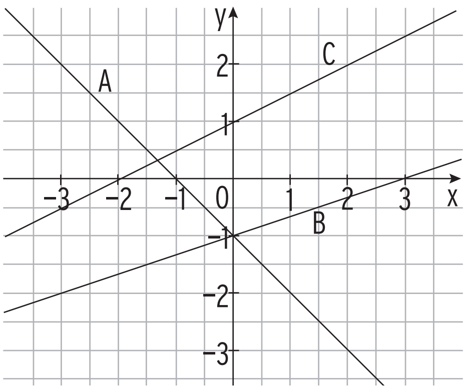
A: $y = \frac{1}{3}x - 2$

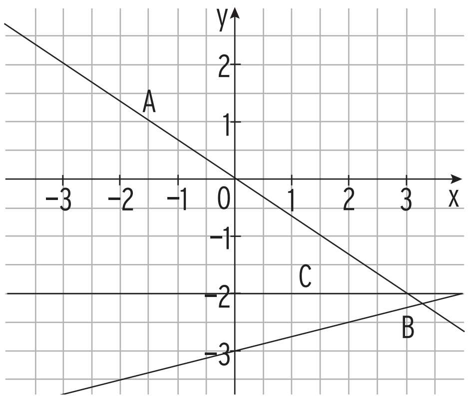
B: $y = 3x$

C: $y = 3x - 2$



4 Geben Sie die Gleichungen der Geraden an.





A:

B:

C:

A:

B:

C:

5 Lösen Sie nach y auf und zeichnen Sie die Geraden ein.

A: $y + 2x - 1 = 0$

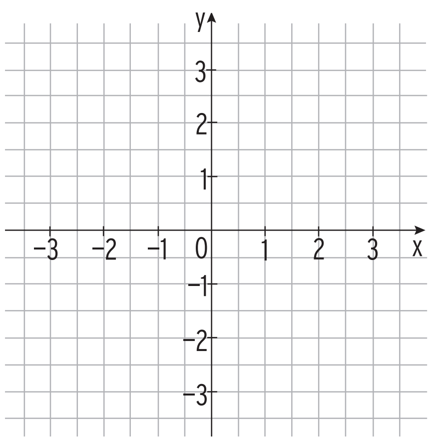
y =

Punkte:

B: $3y - 2x + 2 = 0$

y =

Steigung: $S_y($



VII Parabeln

1 Abbildungen der Normalparabel

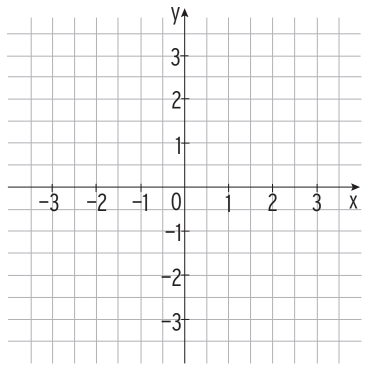
Streckung in y-Richtung und Spiegelung an der x-Achse

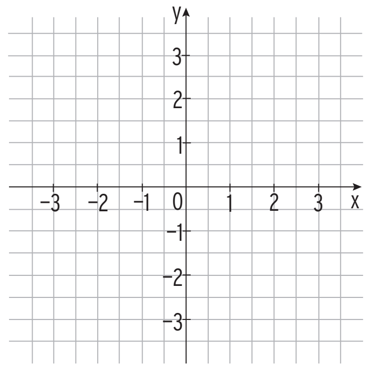
Die Parabel p: $y = a \cdot x^2$ ist für $a > 0$ nach oben und für $a < 0$ nach unten geöffnet, für $a > 1$ enger und für $0 < a < 1$ weiter als die Normalparabel.

1 Füllen Sie die Wertetabelle aus und zeichnen Sie die Parabel ein.

x	− 1,5	− 1	0	0,5	1	1,5
$y = -2x^2$						

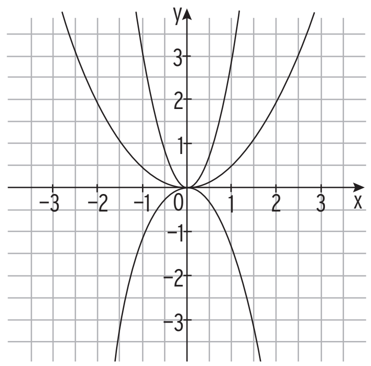
x	− 3	−2	− 1	0	1	2
$y = 0{,}5\,x^2$						



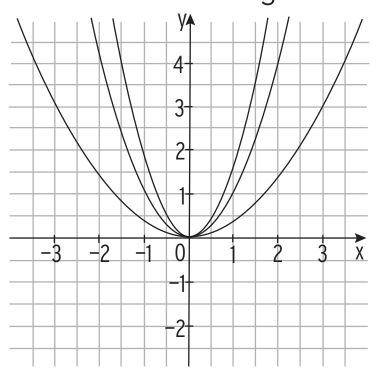


2 Ordnen Sie zu, indem Sie die Parabeln beschriften.

A: $y = 0{,}5x^2$ B: $y = 3x^2$ C: $y = -1{,}5x^2$

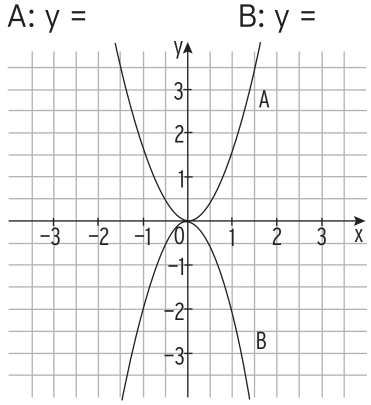


A: $y = x^2$ B: $y = \frac{1}{3}x^2$ C: $y = \frac{5}{3}x^2$

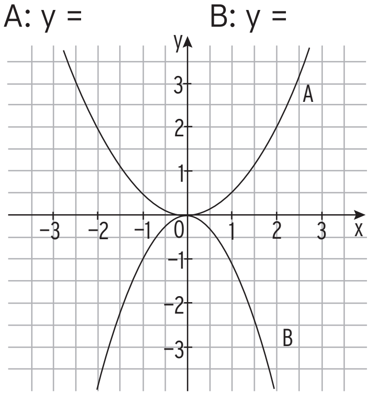


3 Geben Sie die Gleichungen der Parabeln an.

A: y = B: y =



A: y = B: y =



4 Kreuzen Sie an, welche der Punkte auf der Parabel liegen.

$y = -2x^2$

- ☐ $P_1\,(2 \mid -10)$
- ☐ $P_2\,(2 \mid -8)$
- ☐ $P_3\,(-2 \mid 8)$

$y = \frac{2}{3}x^2$

- ☐ $P_1\,(1 \mid -\frac{5}{3})$
- ☐ $P_2\,(0 \mid \frac{2}{3})$
- ☐ $P_3\,(-3 \mid 6)$

5 Gegeben ist die Parabel p: $y = ax^2$

a) Der Faktor a hat Einfluss auf die Form und Öffnung der Parabel .
Beschreiben Sie, wie sich Form und Öffnung gegenüber der Normalparabel ändern, wenn a folgende Bedingungen erfüllt:

$a > 1$:

$-1 < a < 0$:

$a < -1$:

b) Die folgende Tabelle gehört zu einer Parabel mit der Gleichung $y = ax^2$.

x	− 0,4	0	0,4
y	0,2	0	0,2

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von a.

6

x	- 2	- 1	0	1	2
y	−1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	−1

Gegeben ist eine Wertetabelle. Sie gehört zu einer Parabel p.

Woran können Sie ohne Rechnung erkennen, dass diese Zuordnung stimmt?

Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel.

Streckung und Verschiebung in y-Richtung

Die Parabel p: $y = a \cdot x^2 + c$ hat den Scheitel $S(0 \mid c)$.

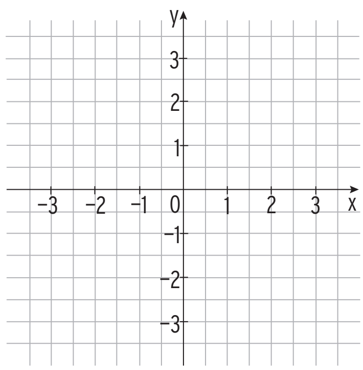
Für $c > 0$ wird die Parabel mit $y = ax^2$ nach oben verschoben,

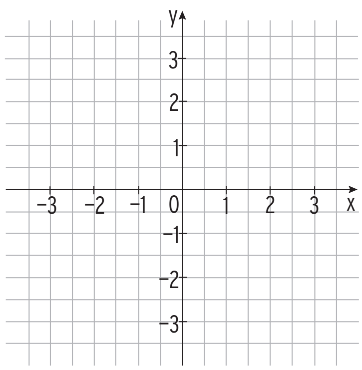
für $c < 0$ wird die Parabel mit $y = ax^2$ nach unten verschoben.

1 Füllen Sie die Wertetabelle aus und zeichnen Sie die Parabel ein.

x	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2 - 3$						

x	−2	−1	0	1	2	3
$y = -0{,}5x^2 + 2$						

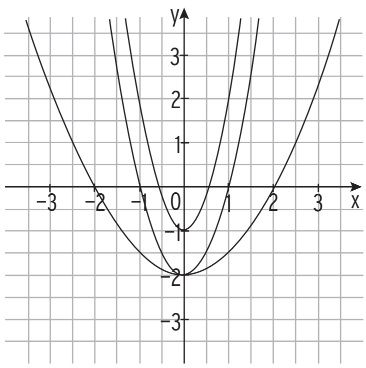




2 Ordnen Sie zu, indem Sie die Parabeln beschriften.

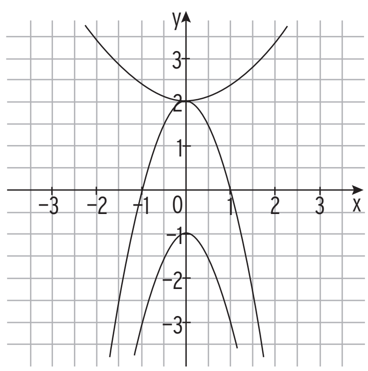
A: $y = 2x^2 - 2$ B: $y = 3x^2 - 1$

C: $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$



A: $y = 2 - 2x^2$ B: $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$

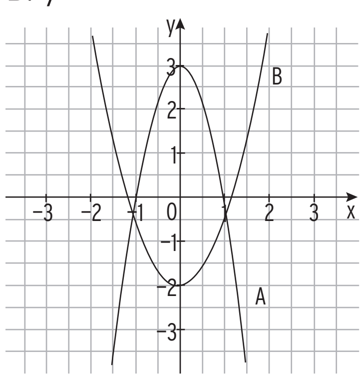
C: $y = -2x^2 - 1$



3 Geben Sie die Gleichungen der Parabeln an.

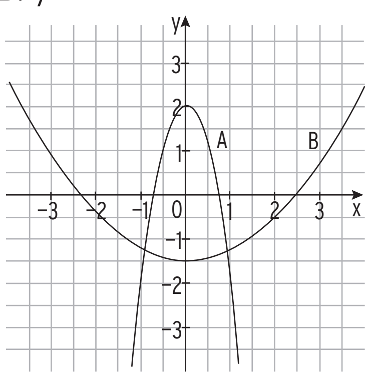
A: y =

B: y =



A: y =

B: y =



2 Schnittpunkte

Schnittpunkte einer Parabel p mit der x-Achse

y = 0 führt auf eine quadratische Gleichung.

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
p schneidet die x-Achse in zwei Punkten.	p berührt die x-Achse.	p schneidet die x-Achse nicht.

1 Bestimmen Sie die gemeinsamen Punkte von Parabel und x-Achse. Ordnen Sie jeder Parabelgleichung jeweils eines der Schaubilder zu.

p: $y = x^2 - 4x + 4$

Ansatz: $y = 0 \qquad x^2 - 4x + 4 = 0$

$x_{1|2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 0}{2}$

$x_{1|2} = \frac{4}{2} = 2$

$N_{1|2}(2 \mid 0)$

Schaubild: D

p: $y = x^2 - x - 2$

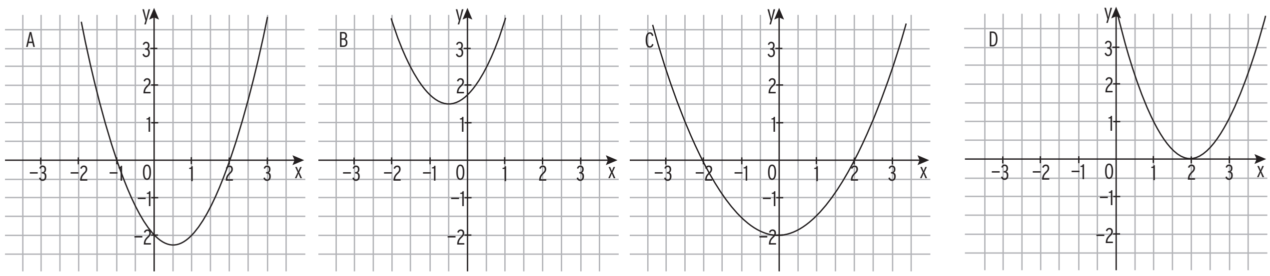
Schaubild:

p: $y = (x + 0{,}5)^2 + 1{,}5$

Schaubild:

p: $y = 0{,}5x^2 - 2$

Schaubild:



Lösungen

I Termumformungen

1 Terme

Ein **Term** ist ein mathematischer Ausdruck aus Zahlen und Variablen (Platzhalter).

1 Setzen Sie die x-Werte in den Term ein und berechnen Sie den Termwert.

Term \ x-Wert	− 5	− 1	$\frac{3}{4}$	1,5
5x − 1	$5 \cdot (-5) - 1 = -26$	$5 \cdot (-1) - 1 = -6$	$5 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{11}{4}$	$5 \cdot 1{,}5 - 1 = 6{,}5$
8 − 1,5x	$8 - 1{,}5 \cdot (-5) = 15{,}5$	$8 - 1{,}5 \cdot (-1) = 9{,}5$	$8 - 1{,}5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{55}{8}$	$8 - 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 5{,}75$
$\frac{1}{4}x+7$	$\frac{1}{4} \cdot (-5) + 7 = 5{,}75$	$\frac{1}{4} \cdot (-1) + 7 = 6{,}75$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + 7 = \frac{115}{16}$	$\frac{1}{4} \cdot 1{,}5 + 7 = 7{,}375$

2 Ordnen Sie jeder Beschreibung einen Term zu und berechnen Sie den Termwert für x = 4.

A: Zu einer Zahl wird 3 addiert und die Summe mit 3 multipliziert.	1) 25 − 2x − 4x	E	Ergebnis: 1
B: Von einer Zahl wird 5 subtrahiert und die Differenz verdoppelt.	2) (5x + 4) · 3	D	Ergebnis: 72
C: Das 6-fache einer Zahl wird um 12 vermindert.	3) 3(x + 3)	A	Ergebnis: 21
D: Zum Fünffachen einer Zahl wird 4 addiert und die Summe mit 3 multipliziert.	4) 2(x − 5)	B	Ergebnis: − 2
E: Von 25 wird das Doppelte einer Zahl und das Vierfache einer Zahl subtrahiert.	5) 6x − 12	C	Ergebnis: 12

3 Finden Sie einen passenden Term.

A: Vom Dreifachen einer Zahl wird 7 subtrahiert und die Differenz wird verdoppelt.	(3x − 7) · 2
B: Addieren Sie die um 1 vergrößerte Zahl zum Zweifachen der gleichen Zahl.	x + 1 + 2x
C: Subtrahieren Sie eine Zahl von 8 und multiplizieren Sie die Differenz mit 5.	(8 − x) · 5
D: Das Dreifache einer Zahl vermehrt um 6.	3x + 6

5

4 Ordnen Sie die unten stehenden Begriffe den Rechenzeichen zu.

+	Summe, addieren, vergrößern, vermehren
−	Differenz, subtrahieren, vermindern
·	vervielfachen, Produkt, multiplizieren, das x-fache.
:	dividieren; Quotient, teilen

Summe, Differenz, vervielfachen, Produkt, addieren, subtrahieren, Quotient, vermindern, vergrößern, multiplizieren, dividieren, vermehren, das x-fache, teilen.

5 Finden Sie einen passenden Term.

A	Die monatliche Stromrechnung setzt sich zusammen aus der Grundgebühr (12,00 €) und dem Verbrauch von x kWh. 1 kWh kostet 0,26 € . Die monatliche Stromrechnung für 850 kWh beläuft sich auf 235 €. Prüfen Sie nach.	0,26x + 12 Für x = 850: 0,26 · 850 + 12 $= 233 \neq 235$ Der Rechnungsbetrag ist falsch.
B	Eine Autovermietung bietet einen Transporter für 65 € pro Tag inklusive 100 km und 0,36 € für jeden weiteren km. Franz fährt weniger als 100 km, Max mehr als 100 km. Was zahlen Franz und Max für x km?	Franz: 65 Max: 65+ 0,36(x− 100); x > 100 Franz zahlt 65 € für x km, Max zahlt für x km in € 65+ 0,36(x− 100); x > 100
C	Die Kosten für die Herstellung von Ventilen betragen 120 € fixe Kosten pro Tag und 0,06 € Stückkosten für jedes produzierte Ventil. Wie hoch sind die täglichen Kosten für x Ventile? Übersteigen die Kosten für eine Tagesproduktion von 10 000 Ventilen den Betrag von 750 €?	Produktionskosten für x Ventile: 0,06x Fixe Kosten: 120 € Gesamtkosten für x Ventile: 0,06x + 120 Für x = 10000: 720 Der Betrag wird nicht überschritten.

6 Paket A wiegt x kg, Paket B wiegt y kg.

Wie hängen die Gewichte zusammen, wenn folgendes gilt?

a) x + y = 12	b) x = y + 12	c) y = 2x	d) x − y = 5
A und B wiegen zusammen 12 kg.	A ist 12 kg schwerer als B .	B ist doppelt so schwer wie A.	A ist 5 kg schwerer als B.

6

7 Ersetzen Sie die Symbole durch Terme.

$(x + 2)^2$	$= x^2 + 4x + 4$	$(2x - 1)^2$	$= 4x^2 - 4x + 1$
$(x - 6)^2$	$= x^2 - 12x + 36$	$(2 - x)\cdot(2 + x)$	$= 4 - x^2$
$(x + 4)^2$	$= x^2 + 8x + 16$	$(2x + 5)\cdot(2x - 5)$	$= 4x^2 - 25$

8 Zerlegen Sie in Faktoren.

$16 - y^2$	$= (4 - y)(4 + y)$	3. binomische Formel
$x^2 - 4x + 4$	$= (x - 2)^2$	2. binomische Formel
$x^2 - 6x + 9$	$= (x - 3)^2$	2. binomische Formel
$18x - 10x^2$	$= 2x(9 - 5x)$	
$x^2 + 12x + 36$	$= (x + 6)^2$	1. binomische Formel
$3x^2 - 18x$	$= 3x(x - 6)$	
$0{,}8x - 1{,}6$	$= 0{,}8(x - 2)$	
$8x^2 + 32x + 32$	$= 8(x + 2)^2$	2. binomische Formel
$x^2 + 14x + 49$	$= (x + 7)^2$	1. binomische Formel
$x^2 - 36$	$= (x - 6)(x + 6)$	3. binomische Formel
$9x^2 - 1$	$= (3x - 1)(3x + 1)$	3. binomische Formel

9 Welche Terme sind gleichwertig?

(1) $2\cdot(\frac{1}{2}x^2 - 7x + 24{,}5)$ **(2)** $-12a(1{,}5 - a)$ **(3)** $(x - 7)^2$ **(4)** $a(a + 2c)$

(5) $(-x + 7)^2$ **(6)** $-2(-6a^2 + 9a)$ **(7)** $(a + c)^2 - c^2$ **(8)** $12a^2 - 18a$

(1) $2\cdot(\frac{1}{2}x^2 - 7x + 24{,}5) = x^2 - 14x + 49$

(2) $-12a(1{,}5 - a) = 12a^2 - 18a$

(3) $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

(4) $a(a + 2c) = a^2 + 2ac$

(5) $(-x + 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

(6) $-2(-6a^2 + 9a) = 12a^2 - 18a$

(7) $(a + c)^2 - c^2 = a^2 + 2ac + c^2 - c^2 = a^2 + 2ac$

(8) $12a^2 - 18a$

gleichwertige Terme: **(1); (3); (5)**

gleichwertige Terme: **(2); (6); (8)**

gleichwertige Terme: **(4); (7)**

Terme mit Brüchen — Bruchrechnen

1 Berechnen Sie im Kopf.

$1 - \frac{2}{7}$	$= \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$	$\frac{5}{3}\cdot 4$	$= \frac{5}{3}\cdot\frac{4}{1} = \frac{20}{3}$
$-\frac{2}{5} + \frac{6}{5}$	$= \frac{4}{5}$	$\frac{1}{9}\cdot 7 - 2$	$= \frac{7}{9} - \frac{18}{9} = -\frac{11}{9}$
$-\frac{24}{5} - 9$	$= -\frac{69}{5}$	$\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{7}$	$= \frac{2}{7}$
$\frac{2}{9} - 1 + \frac{5}{9}$	$= -\frac{2}{9}$	$(\frac{12}{7} - 1)\cdot 2$	$= \frac{5}{7}\cdot 2 = \frac{10}{7}$
$\frac{5+3}{12} - 1$	$= \frac{8}{12} - \frac{12}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$	$\frac{12-7}{8}\cdot 4 - 1$	$= \frac{5}{8}\cdot 4 - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$

2 Erweitern Sie auf den gegebenen Nenner.

Nenner				
40	$\frac{1}{8} = \frac{1}{8}\cdot\frac{5}{5} = \frac{5}{40}$	$\frac{2}{5} = \frac{2}{5}\cdot\frac{8}{8} = \frac{16}{40}$	$1{,}3 = \frac{13}{10}\cdot\frac{4}{4} = \frac{52}{40}$	$\frac{7}{4} = \frac{7}{4}\cdot\frac{10}{10} = \frac{70}{40}$
16	$\frac{5}{8} = \frac{5}{8}\cdot\frac{2}{2} = \frac{10}{16}$	$0{,}5 = \frac{1}{2}\cdot\frac{8}{8} = \frac{8}{16}$	$\frac{11}{4} = \frac{44}{16}$	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{4} = \frac{4}{16}$
21	$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{7} = \frac{7}{21}$	$\frac{6}{7} = \frac{6}{7}\cdot\frac{3}{3} = \frac{18}{21}$	$2 = \frac{2}{1}\cdot\frac{21}{21} = \frac{42}{21}$	$\frac{10}{14} = \frac{5}{7}\cdot\frac{3}{3} = \frac{15}{21}$
60	$\frac{1}{12} = \frac{1}{12}\cdot\frac{5}{5} = \frac{5}{60}$	$\frac{7}{15} = \frac{7}{15}\cdot\frac{4}{4} = \frac{28}{60}$	$1{,}2 = \frac{6}{5}\cdot\frac{12}{12} = \frac{72}{60}$	$\frac{9}{4} = \frac{9}{4}\cdot\frac{15}{15} = \frac{135}{60}$

3 Wandeln Sie um in eine Bruchzahl oder eine gemischte Zahl.

$\frac{9}{8} = \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = 1\frac{1}{8}$	$\frac{32}{5} = \frac{30}{5} + \frac{2}{5} = 6\frac{2}{5}$	$\frac{13}{7} = \frac{7}{7} + \frac{6}{7} = 1\frac{6}{7}$	$\frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$
$3\frac{3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$	$9{,}5 = 9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$	$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$	$4\frac{3}{11} = 4 + \frac{3}{11} = \frac{44}{11} + \frac{3}{11} = \frac{47}{11}$
$5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$	$8\frac{6}{7} = \frac{62}{7}$	$2{,}8 = 2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$	$2\frac{11}{14} = \frac{39}{14}$
$\frac{71}{12} = 5\frac{11}{12}$	$\frac{37}{15} = 2\frac{7}{15}$	$1\frac{2}{35} = \frac{37}{35}$	$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

4 Finden Sie den Hauptnenner (HN).

$\frac{1}{5}; \frac{3}{10}; \frac{9}{20}; \frac{7}{40}$	HN = 40;	$40 = 2\cdot 20$; $40 = 4\cdot 10$; $40 = 8\cdot 5$
$\frac{4}{3}; \frac{3}{5}; \frac{9}{2}$	HN = 30;	$30 = 6\cdot 5$; $30 = 3\cdot 2\cdot 5$
$\frac{3}{2}; \frac{3}{8}; \frac{19}{4}; \frac{7}{16}$	HN = 16;	$16 = 2\cdot 8$; $16 = 4\cdot 4$
$\frac{3}{4}; \frac{2}{3}; \frac{1}{8}$	HN = 24;	$24 = 3\cdot 8$; $24 = 6\cdot 4$

5 Kürzen Sie vollständig.

$\frac{24}{40} = \frac{24:4}{40:4} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	$\frac{27}{81} = \frac{27:3}{81:3} = \frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$\frac{15}{105} = \frac{15:5}{105:5} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$
$\frac{64}{96} = \frac{32}{48} = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$	$\frac{42}{30} = \frac{21}{15} = \frac{7}{5}$	$1\frac{45}{75} = 1\frac{9}{15} = 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$

6 Schreiben Sie als Bruchzahl und kürzen Sie vollständig.

$0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	$2{,}9 = \frac{29}{10}$	$0{,}625 = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$
$0{,}68 = \frac{68}{100} = \frac{17}{25}$	$0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	$1{,}45 = \frac{145}{100} = \frac{29}{20}$
$0{,}33 = \frac{33}{100}$	$1\frac{6}{8} = 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$	$0{,}15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

7 Wandeln Sie in einen Dezimalbruch um. Runden Sie gegebenenfalls auf zwei Stellen nach dem Komma.

$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0{,}15$	$\frac{29}{4} = 7\frac{1}{4} = 7{,}25$	$\frac{3}{8} = 3\cdot\frac{1}{8} = 0{,}375 \approx 0{,}38$
$\frac{1}{3} = \frac{333...}{1000} \approx 0{,}33$	$\frac{1}{30} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{3} \approx 0{,}03$	$1\frac{7}{40} = \frac{47}{40} = \frac{47\cdot 25}{1000} = 1{,}175 \approx 1{,}18$

8 Ordnen Sie der Größe nach. Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl.

$\frac{3}{2}; \frac{7}{4}; 0{,}1; \frac{7}{8}$: $0{,}1 < \frac{7}{8} < \frac{3}{2} < \frac{7}{4}$ (HN: 40)	$\frac{5}{8}; \frac{5}{9}; 0{,}5; \frac{5}{12}$: $\frac{5}{12} < 0{,}5 < \frac{5}{9} < \frac{5}{8}$ (HN: 72)
$\frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{7}{3}; 1{,}5$: $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < 1{,}5 < \frac{7}{3}$ (HN: 30)	$\frac{1}{3}; \frac{1}{15}; \frac{1}{6}; 0{,}1$: $\frac{1}{15} < 0{,}1 < \frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ (HN: 30)

9 Bestimmen Sie den Hauptnenner und berechnen Sie.

$\frac{3}{2} + \frac{7}{4} = \frac{6}{4} + \frac{7}{4} = \frac{13}{4}$	$\frac{5}{8} + \frac{5}{9} = \frac{45}{72} + \frac{40}{72} = \frac{85}{72}$	$\frac{7}{6} - \frac{3}{4} = \frac{14}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$
$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$	$\frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{5}{15} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$	$\frac{7}{15} + \frac{3}{7} = \frac{49}{105} + \frac{45}{105} = \frac{94}{105}$
$\frac{1}{200} + \frac{2}{500} = \frac{5+4}{1000} = \frac{9}{1000}$	$\frac{1}{4} - \frac{11}{12} = \frac{3-11}{12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6} + \frac{2}{9} = \frac{15+4}{18} = \frac{19}{18}$

10 Ergänzen Sie.

$0{,}18 + \boxed{} = \frac{4}{5}$	$0{,}18 + \boxed{0{,}62} = \frac{4}{5} = 0{,}8$	$-\frac{2}{5} + \boxed{\frac{71}{40}} = 1\frac{3}{8}$
$\frac{7}{4} : \boxed{2} = \frac{7}{8}$	$\boxed{-\frac{24}{5}}\cdot(-25) = 120$	$\frac{9}{2}\cdot\boxed{\frac{4}{3}} = 6$

11 Bestimmen Sie den Bruchteil.

$\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{4} = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$ von 36 m $= \frac{2}{9}\cdot 36$ m $= 8$ m	$\frac{1}{5}$ von $\frac{1}{2} = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{10}$
$\frac{3}{4}$ von 120 m $= \frac{3}{4}\cdot 120$ m $= 90$ m	$\frac{3}{20}$ von 400 kg $= \frac{3}{20}\cdot 400$ kg $= 60$ kg	$\frac{5}{6}$ von 24 h $= \frac{5}{6}\cdot 24$ h $= 20$ h

12 Füllen Sie die Zahlenmauer aus.

$+$

$\frac{103}{12}$

$\frac{25}{6}$ $\frac{53}{12}$

$\frac{3}{2}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{7}{4}$

$\frac{1}{3}$ $1\frac{1}{6}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{4}$

$\cdot$

$\frac{6}{5}$

$\frac{2}{5}$ 3

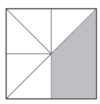
$\frac{2}{5}$ 1 3

$\frac{1}{3}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{5}{6}$ $3\frac{3}{5}$

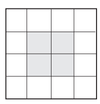
13 Berechnen Sie die Bruchteile.

Wie viel cm sind $\frac{3}{4}$ m?	$\frac{3}{4}$ m $= \frac{3}{4}\cdot 100$ cm $= 75$ cm
Wie viel g sind $\frac{2}{3}$ von 96 g?	$\frac{2}{3}\cdot 96$ g $= 64$ g
Wie viel Liter sind $\frac{6}{7}$ von 91 Liter?	$\frac{6}{7}\cdot 91\,l = 6\cdot 13\,l = 78\,l$
Wie viel s sind $\frac{4}{5}$ min?	$\frac{4}{5}\cdot 60$ s $= 4\cdot 12$ s $= 48$ s
Von einem Stab der Länge 1,20 m stecken $\frac{1}{6}$ im Boden. Wie viel cm sind zu sehen?	$\frac{1}{6}\cdot 1{,}20$m $= 0{,}20$ m; $1{,}20$ m $- 0{,}20$m $= 1{,}00$ m

14 Welcher Bruchteil ist markiert?



$\frac{3}{8}$



$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{5}$

15 Schreiben Sie mit einem Bruch.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} - \frac{6}{30} = \frac{19}{30}$	$\frac{4}{5} + \frac{4}{6} = \frac{24}{30} + \frac{20}{30} = \frac{44}{30} = \frac{22}{15}$
$7\cdot\frac{1}{7} = \frac{7}{1}\cdot\frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$	$3\cdot\frac{1}{5} + 4\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{12}{5} = \frac{15}{5} = 3$
$\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7} = \frac{6}{35}$	$\frac{7}{4} + \frac{7}{5}\cdot\frac{5}{3} = \frac{7}{4} + \frac{7}{3} = \frac{21}{12} + \frac{28}{12} = \frac{49}{12}$
$\frac{7}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5} = \frac{7}{2} - \frac{3}{10} = \frac{35}{10} - \frac{3}{10} = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$	$3\cdot\frac{7}{10} - 4\cdot\frac{3}{5} = \frac{21}{10} - \frac{12}{5} = \frac{21}{10} - \frac{24}{10} = -\frac{3}{10}$
$-\frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = -\frac{9}{24} + \frac{8}{24} + \frac{18}{24} = \frac{17}{24}$	$\frac{1}{12}\cdot 4 + \frac{5}{2} = \frac{1}{3} + \frac{5}{2} = \frac{2}{6} + \frac{15}{6} = \frac{17}{6}$

2 Bruchgleichungen

Bei einer **Bruchgleichung** steht die Lösungsvariable im Nenner.

1 Welche Zahlen dürfen in den Term nicht eingesetzt werden?

	− 2	− 1	0	1	3
$\frac{12}{x}$			×		
$\frac{9}{2x-6}$					×

	− 2	− 1	0	1	3
$\frac{-x}{4x+8}$	×				
$\frac{4}{x-1}$				×	

2 Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge.

$\frac{3}{x-5}$	$x - 5 = 0$ $D = \mathbb{R}\backslash\{5\}$ $x = 5$
$\frac{50}{x}$	$x = 0$ $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
$\frac{-5}{2x-3}$	$2x - 3 = 0$ $x = 1{,}5$ $D = \mathbb{R}\backslash\{1{,}5\}$

$\frac{7}{2x}$	$x = 0$ $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
$\frac{-1}{x-1}$	$x - 1 = 0$ $x = 1$ $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$
$\frac{2x}{7-x}$	$7 - x = 0$ $x = 7$ $D = \mathbb{R}\backslash\{7\}$

3 Bestimmen Sie die Lösungsmenge L. Machen Sie die Probe.

$\frac{3}{2(x-1)} = \frac{1}{4}$	$\frac{5}{x} = 3$	$3 - \frac{6}{x} = 0$	$\frac{5}{2-x} = 1$
$D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$	$D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$	$D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$	$D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$
$\frac{3}{2(x-1)} = \frac{1}{4}$ $\mid \cdot 4$	$\frac{5}{x} = 3$ $\mid \cdot x$	$3 - \frac{6}{x} = 0$	$\frac{5}{2-x} = 1$ $\mid \cdot (2-x)$
$\frac{6}{(x-1)} = 1$ $\mid \cdot (x-1)$	$5 = 3x$ $\mid : 3$	$3 = \frac{6}{x}$ $\mid \cdot x$	$5 = 2 - x$
$6 = x - 1$	$\frac{5}{3} = x$	$3x = 6$ $\mid : 3$	$x = -3$
$x = 7$		$x = 2$	
$L = \{7\}$	$L = \{\frac{5}{3}\}$	$L = \{2\}$	$L = \{-3\}$
Probe:	Probe:	Probe:	Probe:
$\frac{3}{2(7-1)} = \frac{1}{4}$	$\frac{5}{\frac{5}{3}} = 3$	$3 - \frac{6}{2} = 0$	$\frac{5}{2-(-3)} = 1$
$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ wahr	$5 \cdot \frac{3}{5} = 3$	$0 = 0$ wahr	$\frac{5}{5} = 1$ wahr
	$3 = 3$ wahr		

4 Bestimmen Sie die Lösungsmenge L.

$\frac{-2}{2x+1} = 0$	$\frac{1}{5(x-3)} = \frac{1}{2}$	$\frac{-15}{3+x} = 10$	$\frac{12}{2-2x} = \frac{1}{4}$
$D = \mathbb{R}\backslash\{-\frac{1}{2}\}$	$D = \mathbb{R}\backslash\{3\}$	$D = \mathbb{R}\backslash\{-3\}$	$D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$
$\frac{-2}{2x+1} = 0$ $\mid \cdot 2x+1$	$\frac{1}{5(x-3)} = \frac{1}{2}$ $\mid \cdot (x-3)$	$\frac{-15}{3+x} = 10$ $\mid \cdot (3+x)$	$\frac{12}{2-2x} = \frac{1}{4}$ $\mid \cdot (2-2x)$
$-2 = 0$	$\frac{1}{5} = \frac{1}{2}(x-3)$ $\mid \cdot 10$	$-15 = 10(3+x)$	$12 = \frac{1}{4}(2-2x)$ $\mid \cdot 4$
falsche	$2 = 5(x-3)$	$-15 = 30 + 10x$	$48 = 2 - 2x$
Aussage	$2 = 5x - 15$	$10x = -45$	$2x = -46$ $\mid : 2$
keine Lösung	$5x = 17$	$x = -4{,}5$	$x = -23$
$L = \emptyset$	$x = \frac{17}{5} = 3{,}4$		
	$L = \{3{,}4\}$	$L = \{-4{,}5\}$	$L = \{-23\}$

5 Jana und Tom lösen die folgende Gleichung $\frac{4}{x-4} = \frac{2}{3}$.

Finden Sie die Fehler und lösen Sie die Gleichung.

Jana:	Tom:
$\frac{4}{x-4} = \frac{2}{3}$	$\frac{4}{x-4} = \frac{2}{3}$
$\frac{12}{x-12} = 2$	$\frac{12}{x-4} = 2$
$12 = 2(x-12)$	$12 = 2 \cdot x - 4$
$6 = x - 6$	$6 = x - 4$
$x = 12$	$x = 10$

Korrekte Lösung

$\frac{4}{x-4} = \frac{2}{3}$ $\mid \cdot (x-4)$

$4 = \frac{2}{3}(x-4)$ $\mid \cdot 3$

$12 = 2(x-4)$ $\mid : 2$

$6 = x - 4$

$x = 10$

Fehler bei Jana: 1. Zeile $\mid \cdot 3$ ergibt $\frac{12}{x-4} = 2$

3. Zeile $12 = 2(x-12)$ $\mid : 2$

$6 = x - 12$

Fehler bei Tom: 2. Zeile $\frac{12}{x-4} = 2$ $\mid \cdot (x-4)$

$12 = 2(x-4)$

3. Zeile $12 = 2x - 4$ $\mid : 2$

$6 = x - 2$

3 Quadratische Gleichungen

Reinquadratische Gleichungen

Eine **reinquadratische Gleichung** hat die Form $ax^2 + c = 0$; $a \neq 0$.

Bestimmung der Lösung durch Auflösen nach x^2 und Wurzel ziehen.

1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge L.

$2x^2 = 5$	$5x^2 - 2 = 0$	$-2 + 2x^2 = 1$	$-\frac{2}{3} + \frac{4}{5}x^2 = -\frac{1}{2}$
$2x^2 = 5$ $\mid : 2$	$5x^2 = 2$	$2x^2 = 3$	$-\frac{2}{3} + \frac{4}{5}x^2 = -\frac{1}{2}$ $\mid \cdot 30$
$x^2 = \frac{5}{2}$	$x^2 = \frac{2}{5} = 0{,}4$	$x^2 = 1{,}5$	$-20 + 24x^2 = -15$
$x_{1\mid 2} = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$	$x_{1\mid 2} = \pm\sqrt{0{,}4}$	$x_{1\mid 2} = \pm\sqrt{1{,}5}$	$24x^2 = 5$ $\mid : 24$
2 Lösungen	2 Lösungen	2 Lösungen	$x^2 = \frac{5}{24}$
Lösungsmenge:	$L = \{\pm\sqrt{0{,}4}\}$	$L = \{\pm\sqrt{1{,}5}\}$	$x_{1\mid 2} = \pm\sqrt{\frac{5}{24}}$
$L = \{\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\}$			2 Lösungen
			$L = \{\pm\sqrt{\frac{5}{24}}\}$

2 Bestimmen Sie x.

a) 4 Quadrate mit der Seitenlänge x cm haben einen gesamten Flächeninhalt von 120 cm². Bestimmen Sie die Seitenlänge.

Ansatz: $4x^2 = 120$
Auflösung: $x^2 = 30$ und damit wegen $x > 0$: $x = \sqrt{30} \approx 5{,}5$

Die Seitenlänge beträgt etwa 5,5 cm.

b) Ein Rechteck mit den Seitenlängen x cm und 4x cm hat einen gesamten Flächeninhalt von 64 cm². Bestimmen Sie die Seitenlängen.

Ansatz: $x \cdot 4x = 4x^2 = 64$

Auflösung: $x^2 = 16$ und damit wegen $x > 0$: $x = 4$

Die Seitenlängen betragen 4 cm und 16 cm.

3 Erklären Sie, warum die Gleichung $x^2 + 2 = 0$ keine Lösung hat.

Auflösung: $x^2 = -2$ und damit wegen $x^2 \geq 0$ keine Lösung

Gemischt quadratische Gleichungen

Eine **quadratische Gleichung** der Form $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$, hat die Lösung

$$x_{1\mid 2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Die Diskriminante $D = b^2 - 4ac$ entscheidet über die Lösungsvielfalt.

1 Bestimmen Sie die Diskriminante und geben Sie die Anzahl der Lösungen an.

$x^2 + 2x - 6 = 0$	$a = 1$; $b = 2$; $c = -6$; $D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 28 > 0$; 2 Lösungen
$x^2 - 4x - 1 = 0$	$a = 1$; $b = -4$; $c = -1$; $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 20 > 0$; 2 Lösungen
$2x^2 + x + 5 = 0$	$a = 2$; $b = 1$; $c = 5$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -39 < 0$; keine Lösung
$0{,}5x^2 - 4x + 8 = 0$	$a = 0{,}5$; $b = -4$; $c = 8$; $D = 16 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot 8 = 0$; 1 Lösung

2 Bestimmen Sie die Lösungsmenge L.

$x^2 - 3x + 1 = 0$	$x^2 + 4x - 5 = 0$	$x^2 + 2x - 6 = 0$
$a = 1$; $b = -3$; $c = 1$	$a = 1$; $b = 4$; $c = -5$	$a = 1$; $b = 2$; $c = -6$
$x_{1\mid 2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4}}{2}$	$x_{1\mid 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-5)}}{2}$	$x_{1\mid 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-6)}}{2}$
$x_{1\mid 2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_{1\mid 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2}$	$x_{1\mid 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2}$
	$x_1 = -5$; $x_2 = 1$	
2 Lösungen	2 Lösungen	2 Lösungen
$L = \{\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\}$	$L = \{-5; 1\}$	$L = \{\frac{-2-\sqrt{28}}{2}; \frac{-2+\sqrt{28}}{2}\}$

$2x^2 - 5x + 4 = 0$	$-2 + x + \frac{1}{2}x^2 = 0$	$4x^2 = 12x + 40$
$a = 2$; $b = -5$; $c = 4$	$a = \frac{1}{2}$; $b = 1$; $c = -2$	$4x^2 - 12x - 40 = 0$ $\mid : 4$
$x_{1\mid 2} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4}$	$x_{1\mid 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2)}}{1}$	$x^2 - 3x - 10 = 0$
$x_{1\mid 2} = \frac{5 \pm \sqrt{-7}}{4}$	$x_{1\mid 2} = -1 \pm \sqrt{5}$	$a = 1$; $b = -3$; $c = -10$
$D < 0$; keine Lösungen	$D > 0$; zwei Lösungen	$x_{1\mid 2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot (-10)}}{2}$
		$x_{1\mid 2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2}$
$L = \emptyset$	$L = \{-1-\sqrt{5}; -1+\sqrt{5}\}$	$x_1 = 5$; $x_2 = -2$
		$L = \{5; -2\}$