

# Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

## Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

---

Der Verfasser:



**Stefan Rosner**

Lehrer für Mathematik in der Oberstufe

stefan\_rosner@hotmail.com

Beratende Mitarbeit:

**Roland Ott**

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 60a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Coverbild (Joker): © fotomaedchen - Fotolia.com

\* \* \* \* \*

1. Auflage 2019

© 2019 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:

MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: [info@merkur-verlag.de](mailto:info@merkur-verlag.de)

[lehrer-service@merkur-verlag.de](mailto:lehrer-service@merkur-verlag.de)

Internet: [www.merkur-verlag.de](http://www.merkur-verlag.de)

ISBN 978-3-8120-0517-3

*„Sie müssen das Buch so schreiben, dass alles drin ist, aber man es trotzdem versteht!“*  
(Aufforderung einer Schülerin)

## **Vorwort**

### **Liebe Schülerinnen und Schüler,**

das Buch und die Videos sollen Sie dabei unterstützen,

- sich in den letzten beiden Schuljahren optimal auf Klausuren und auf das Abitur in Mathematik vorzubereiten.
- sich alle Lehrplaninhalte anhand verständlicher und übersichtlicher Stoffzusammenfassungen anzueignen.
- die Abituraufgaben der vergangenen Jahrgänge zu bearbeiten, da Sie hiermit ein Nachschlagewerk zur Verfügung haben.
- durch Erfolge neue Motivation für das Fach Mathematik zu bekommen.

### **Liebe Fachkolleginnen und Fachkollegen,**

das Buch und die Videos sollen Sie dabei unterstützen,

- die zeitintensive Stoffwiederholung, Klausur- und Abiturvorbereitung teilweise aus dem Unterricht auslagern zu können.
- auf diese Weise mehr Zeit für verständnisorientierten Unterricht zu gewinnen.
- sicherzustellen, dass Ihre Schülerinnen und Schüler über ausreichendes Basiswissen verfügen.

## **EXTRA**

100 Videos des Autors, welche zu 79 Themenvideos zusammengestellt wurden. Hier werden alle Stoffzusammenfassungen nochmals erklärt.

Zugriff auf die Themenvideos über Kurzadresse oder QR-Code aus dem Buch.

## Inhaltsverzeichnis

<b>I.</b>	<b>Grundlagen Analysis</b>	9
<b>1</b>	<b>Funktionen</b>	10
1.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	10
1.2	Der Nullstellenansatz und die Vielfachheit von Nullstellen	12
1.3	Gebrochenrationale Funktionen	14
1.4	Exponentialfunktionen	16
1.5	Trigonometrische Funktionen	18
1.6	Übersicht: Spiegeln, Strecken und Verschieben	20
1.7	Funktionenscharen	22
<b>2</b>	<b>Analysis im wirtschaftlichen Kontext (Grundlagen)</b>	24
2.1	Monopol vs. Polypol: Einordnung und Ausblick	24
2.2	Relevante Funktionen: Aussagekraft und Zusammenhang	26
2.3	Funktionsstypen in wirtschaftlichen Anwendungen	28
2.4	Zusatz: Marktgleichgewicht bei Polypol (linearer Fall)	30
2.5	Zusatz: Kosten, Erlöse und Break-Even bei Polypol (linearer Fall)	31
<b>3</b>	<b>Gleichungen</b>	32
3.1	Gleichungstypen: Übersicht	32
3.2	Gleichungstypen: Konkretes Lösungsvorgehen	34
3.3	Polynomdivision	40
3.4	Goldene Regeln zum Lösen von Gleichungen	42
3.5	Lineare Gleichungssysteme	44
<b>4</b>	<b>Differenzialrechnung (allgemein)</b>	46
4.1	Ableitungsregeln	46
4.2	Tangente	49
4.3	Monotonie	52
4.4	Krümmung	53
4.5	Extrempunkte (Hochpunkte und Tiefpunkte)	54
4.6	Wendepunkte	55
4.7	Sattelpunkte	56
4.8	Ortskurve	60
4.9	Zusammenhang zwischen den Schaubildern von Funktion und Ableitung	62
4.10	Aufstellen von Funktionsgleichungen („Steckbriefaufgaben“)	64
4.11	Extremwertaufgaben	66
4.12	Wachstum und Zerfall	68
<b>5</b>	<b>Differenzialrechnung (im wirtschaftlichen Kontext)</b>	70
5.1	Der Produktlebenszyklus	70
5.2	Die ertragsgesetzliche Kostenfunktion	71
5.3	Kostenanalyse: Betriebsminimum und kurzfristige Preisuntergrenze	72
5.4	Kostenanalyse: Betriebsoptimum und langfristige Preisuntergrenze	73
5.5	Gewinnanalyse bei Polypol (vollständiger Konkurrenz)	74

5.6	Gewinnanalyse bei Monopol . . . . .	75
5.7	Isoquante, Isokostengerade und Minimalkostenkombination . . . . .	76
5.8	Zusatz: Elastizitäten . . . . .	78
<b>6</b>	<b>Integralrechnung (allgemein)</b> . . . . .	<b>80</b>
6.1	Integrationsregeln („Ableitungsregeln“) . . . . .	80
6.2	Flächeninhaltsberechnung zwischen Schaubild und $x$ -Achse . . . . .	84
6.3	Flächeninhaltsberechnung zwischen zwei Schaubildern . . . . .	86
6.4	Bedeutungsmäßiger Zusammenhang von Funktion und Ableitungsfunktion . . . . .	90
6.5	Anwendungsaufgaben: Von der Aufgabenformulierung zum Rechenansatz . . . . .	91
6.6	Mittelwert (durchschnittlicher $y$ -Wert) einer Funktion . . . . .	92
<b>7</b>	<b>Integralrechnung im wirtschaftlichen Kontext</b> . . . . .	<b>94</b>
7.1	Marktgleichgewicht, Konsumenten- und Produzentenrente (an quadratischen Funktionen) . . . . .	94
7.2	Marktgleichgewicht, Konsumenten- und Produzentenrente (an Exponentialfunktionen) . . . . .	96
<b>II.</b>	<b>Grundlagen Stochastik</b> . . . . .	<b>99</b>
<b>1</b>	<b>Baumdiagramme und Pfadregeln</b> . . . . .	<b>100</b>
1.1	Einführung . . . . .	100
1.2	Aufgabentypen . . . . .	103
<b>2</b>	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit, Vierfeldertafel</b> . . . . .	<b>106</b>
2.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit (Satz von Bayes) . . . . .	106
2.2	Unabhängigkeit . . . . .	108
2.3	Vierfeldertafel . . . . .	109
2.4	Zusammenhänge und Vernetzung . . . . .	110
<b>3</b>	<b>Kombinatorik</b> . . . . .	<b>116</b>
3.1	Übersicht: Berechnung von Anzahlen und Wahrscheinlichkeiten . . . . .	116
3.2	Beispielaufgaben . . . . .	118
<b>4</b>	<b>Zufallsvariable und Erwartungswert</b> . . . . .	<b>120</b>
<b>5</b>	<b>Binomialverteilung</b> . . . . .	<b>124</b>
5.1	Bernoulli-Formel . . . . .	124
5.2	Binomialverteilung und kumulierte Binomialverteilung . . . . .	128
5.3	Erwartungswert und Standardabweichung . . . . .	129
5.4	Aufgabentypen zur Binomialverteilung . . . . .	130
<b>6</b>	<b>Normalverteilung</b> . . . . .	<b>132</b>
6.1	Einführung . . . . .	132
6.2	Aufgabentypen . . . . .	133
6.3	Die Sigma-Regeln . . . . .	134
6.4	Die Normalverteilung für binomialverteilte Probleme nutzen . . . . .	134
6.5	Aufgabentypen . . . . .	135
<b>7</b>	<b>Der Hypothesentest</b> . . . . .	<b>136</b>

7.1	Einseitiger Hypothesentest: Ausführliche Erklärung	136
7.2	Einseitiger Hypothesentest: Vorgehen am Beispiel	137
7.3	Fehler 1. Art und 2. Art	142
7.4	Zweiseitiger Hypothesentest	144
<b>8</b>	<b>Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle)</b>	<b>146</b>
8.1	Vertrauensintervalle für spezielle Sicherheitswahrscheinlichkeiten	146
8.2	Vertrauensintervalle für beliebige Sicherheitswahrscheinlichkeiten	149
8.2	Stichprobenumfang und Länge des Vertrauensintervalls	150
8.3	Zusammenhang: Sigma-Regeln und Vertrauensintervalle	151
<b>III.</b>	<b>Grundlagen Lineare Algebra</b>	<b>153</b>
<b>1</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>154</b>
<b>2</b>	<b>Matrizen und ihre Anwendungen</b>	<b>156</b>
2.1	Begriffe zur Matrix	156
2.2	Rechnen mit Matrizen	157
2.3	Die inverse Matrix	158
2.4	Matrizengleichungen	159
<b>3</b>	<b>Lineare Verflechtungen bei Produktionsprozessen</b>	<b>160</b>
3.1	Zweistufige Produktionsprozesse	160
3.2	Einstufige Produktionsprozesse (Kurzform)	165
<b>4</b>	<b>Das Leontief-Modell</b>	<b>166</b>
4.1	Input-Output-Tabelle, Gozintograph und Leontief-Annahme	166
4.2	Inputmatrix (Technologiematrix)	167
4.3	Leontief-Gleichung	167
<b>5</b>	<b>Übergangsprozesse</b>	<b>170</b>
5.1	Stochastische Austauschprozesse (Markov-Modell)	170
5.2	Stabiler Vektor (stationäre Verteilung) und Grenzmatrix	172
5.3	Absorbierender Zustand	173
5.4	Zyklische Populationsprozesse	174
<b>6</b>	<b>Lineare Optimierung</b>	<b>178</b>
6.1	Grafisches Lösungsverfahren	178
6.1.1	Vorgehen bei Maximierungsproblemen	178
6.1.2	Vorgehen bei Minimierungsproblemen	180
6.1.3	Auslastung von Kapazitäten (am Beispiel)	182
6.1.4	Sonderfälle	183
6.2	Rechnerische Lösung mit dem Simplexalgorithmus	184
6.2.1	Vorgehen am Einführungsbeispiel	184
6.2.2	Weitere Beispiele	186
6.2.3	Sonderfälle	188
6.2.4	Ablaufdiagramm zum Simplexalgorithmus	192