Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Kurt Bohner
Lehrauftrag Mathematik an der KSW Wangen
Studium der Mathematik und Physik an der Universität Konstanz

Ronald Deusch
Lehrauftrag Mathematik am BSZ Bietigheim-Bissingen
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Umschlag: © frhuynh – Fotolia.com, kleines Bild oben: © Picture-Factory – Fotolia.com,
kleines Bild unten: Africa Studio – Fotolia.com

* * * * * * * * * *

5. Auflage 2015

Gesamtherstellung: MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln
E-Mail: info@merkur-verlag.de; lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-**0338-4**

Vorwort

Vorbemerkungen

Der vorliegende Band „Mathematik für berufliche Gymnasien – Jahrgangsstufen 1 und 2, Analysis und Stochastik " ist ein Lehr- und Arbeitsbuch für alle beruflichen Gymnasien in Baden-Württemberg.
Das Lehrbuch richtet sich exakt nach dem neuen Bildungsplan für die gymnasiale Oberstufe, Mathematik, in Baden-Württemberg vom Juni 2014.

Dabei berücksichtigt das Autorenteam sowohl die im Lehrplan geforderten inhalts- als auch die prozessbezogenen Kompetenzen (modellieren, Werkzeuge und mathematische Darstellungen nutzen, kommunizieren, innermathematische Probleme lösen, Umgang mit formalen und symbolischen Elementen, argumentieren).

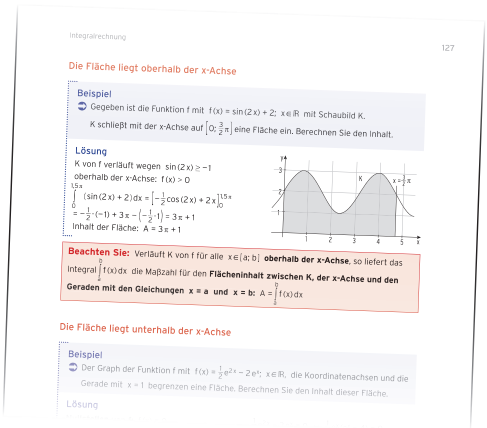
Von den Autoren wurde bewusst darauf geachtet, dass die im Bildungsplan aufgeführten Kompetenzen und Zielformulierungen inhaltlich vollständig und umfassend thematisiert werden. Dabei bleibt den Lehrkräften genügend didaktischer Freiraum, eigene Schwerpunkte zu setzen.

Hinweise und Anregungen, die zur Verbesserung beitragen, werden dankbar aufgegriffen.

Die Verfasser

Der Aufbau dieses Buches

Der Stoff in den einzelnen Kapiteln wird schrittweise anhand von **Musterbeispielen mit ausführlichen Lösungen** erarbeitet. Dabei legen die Autoren großen Wert auf die Verknüpfung von Anschaulichkeit und sachgerechter mathematischer Darstellung. Die übersichtliche Präsentation und die methodische Aufarbeitung beeinflusst den Lernerfolg positiv und bietet dem Schüler die Möglichkeit, Unterrichtsinhalte selbstständig zu erschließen bzw. sich anzueignen.


Integralrechnung 127

Die Fläche liegt oberhalb der x-Achse

Beispiel
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sin(2x) + 2;\ x \in \mathbb{R}$ mit Schaubild K.
K schließt mit der x-Achse auf $\left[0; \frac{3}{2}\pi\right]$ eine Fläche ein. Berechnen Sie den Inhalt.

Lösung
K von f verläuft wegen $\sin(2x) \geq -1$
oberhalb der x-Achse: $f(x) > 0$
$\int_0^{1,5\pi} (\sin(2x) + 2)\,dx = \left[-\frac{1}{2}\cos(2x) + 2x\right]_0^{1,5\pi}$
$= -\frac{1}{2}\cdot(-1) + 3\pi - \left(-\frac{1}{2}\cdot 1\right) = 3\pi + 1$
Inhalt der Fläche: $A = 3\pi + 1$

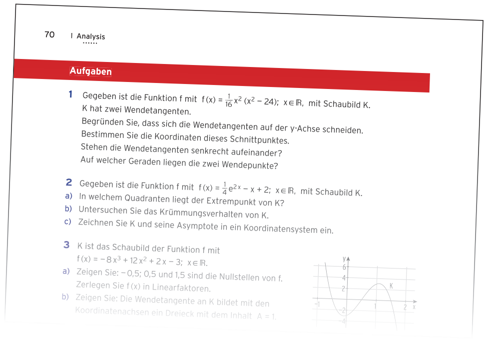
Beachten Sie: Verläuft K von f für alle $x \in [a; b]$ **oberhalb der x-Achse**, so liefert das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ die Maßzahl für den **Flächeninhalt zwischen K, der x-Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = a$ und $x = b$:** $A = \int_a^b f(x)\,dx$

Die Fläche liegt unterhalb der x-Achse

Beispiel
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x;\ x \in \mathbb{R}$, die Koordinatenachsen und die Gerade mit $x = 1$ begrenzen eine Fläche. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

Lösung

Jede Lerneinheit schließt mit einer ausreichenden Anzahl von **Aufgaben** ab. Diese sind zur Ergebnissicherung und Übung gedacht, aber auch als Hausaufgaben geeignet. Kompetenzorientierte Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad ermöglichen es dem Schüler, den Stoff zu festigen und zu vertiefen. Beispiele und Aufgaben aus dem Alltag und aus der Wirtschaft stellen einen praktischen Bezug her.


70 I Analysis

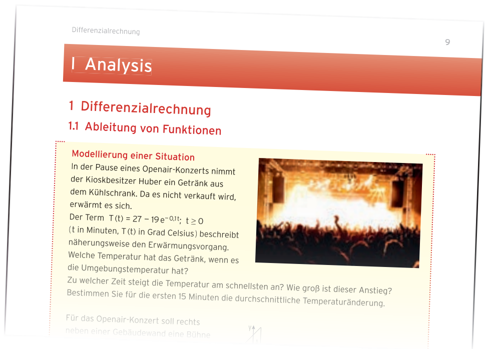
Aufgaben

1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{16}x^2(x^2-24)$; $x \in \mathbb{R}$, mit Schaubild K.
K hat zwei Wendetangenten.
Begründen Sie, dass sich die Wendetangenten auf der y-Achse schneiden.
Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Schnittpunktes.
Stehen die Wendetangenten senkrecht aufeinander?
Auf welcher Geraden liegen die zwei Wendepunkte?

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}e^{2x} - x + 2$; $x \in \mathbb{R}$, mit Schaubild K.
a) In welchem Quadranten liegt der Extrempunkt von K?
b) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von K.
c) Zeichnen Sie K und seine Asymptote in ein Koordinatensystem ein.

3 K ist das Schaubild der Funktion f mit
$f(x) = -8x^3 + 12x^2 + 2x - 3$; $x \in \mathbb{R}$.
a) Zeigen Sie: −0,5; 0,5 und 1,5 sind die Nullstellen von f.
Zerlegen Sie f(x) in Linearfaktoren.
b) Zeigen Sie: Die Wendetangente an K bildet mit den

Die Aufgaben **„Modellierung einer Situation“** und **„Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse“** werden im Anhang ausführlich gelöst.


Differenzialrechnung 9

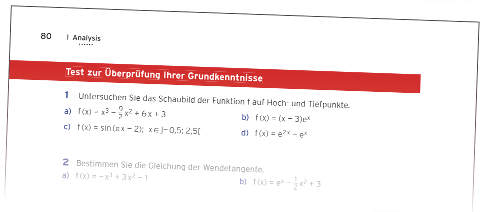
I Analysis

1 Differenzialrechnung

1.1 Ableitung von Funktionen

Modellierung einer Situation

In der Pause eines Openair-Konzerts nimmt der Kioskbesitzer Huber ein Getränk aus dem Kühlschrank. Da es nicht verkauft wird, erwärmt es sich.
Der Term $T(t) = 27 - 19e^{-0,1t}$; $t \ge 0$
(t in Minuten, T(t) in Grad Celsius) beschreibt näherungsweise den Erwärmungsvorgang.
Welche Temperatur hat das Getränk, wenn es die Umgebungstemperatur hat?
Zu welcher Zeit steigt die Temperatur am schnellsten an? Wie groß ist dieser Anstieg?
Bestimmen Sie für die ersten 15 Minuten die durchschnittliche Temperaturänderung.
Für das Openair-Konzert soll rechts neben einer Gebäudewand eine Bühne

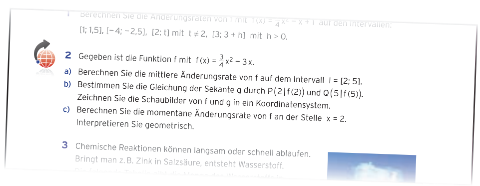

80 I Analysis

Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse

1 Untersuchen Sie das Schaubild der Funktion f auf Hoch- und Tiefpunkte.
a) $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + 3$ b) $f(x) = (x-3)e^x$
c) $f(x) = \sin(\pi x - 2)$; $x \in]-0,5; 2,5[$ d) $f(x) = e^{2x} - e^x$

2 Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente.
a) $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ b) $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 + 3$

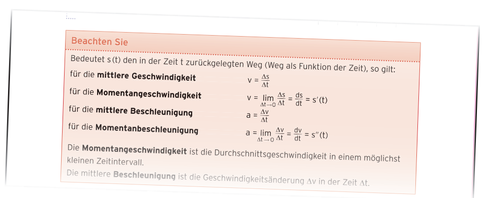
Für **Aufgaben mit dem Download-Logo** stehen **ausführliche Lösungen zum Download** bereit. Sie finden diese in der Mediathek zum Buch auf unserer Website http://www.merkur-verlag.de.


[1; 1,5], [−4; −2,5], [2; t] mit t ≠ 2, [3; 3 + h] mit h > 0.

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x$.
a) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von f auf dem Intervall I = [2; 5].
b) Bestimmen Sie die Gleichung der Sekante g durch P(2 | f(2)) und Q(5 | f(5)).
Zeichnen Sie die Schaubilder von f und g in ein Koordinatensystem.
c) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate von f an der Stelle x = 2.
Interpretieren Sie geometrisch.

3 Chemische Reaktionen können langsam oder schnell ablaufen.
Bringt man z. B. Zink in Salzsäure, entsteht Wasserstoff.

Definitionen, Festlegungen, Merksätze und mathematisch wichtige **Grundlagen** sind in Rot gekennzeichnet.


Beachten Sie

Bedeutet s(t) den in der Zeit t zurückgelegten Weg (Weg als Funktion der Zeit), so gilt:
für die **mittlere Geschwindigkeit** $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
für die **Momentangeschwindigkeit** $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = s'(t)$
für die **mittlere Beschleunigung** $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
für die **Momentanbeschleunigung** $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = s''(t)$
Die **Momentangeschwindigkeit** ist die Durchschnittsgeschwindigkeit in einem möglichst kleinen Zeitintervall.
Die mittlere **Beschleunigung** ist die Geschwindigkeitsänderung Δv in der Zeit Δt.

Inhaltsverzeichnis

II Stochastik 169

Anhang 210